

Penggunaan Teorema Bayes dalam Pohon Keputusan untuk Mengurangi Ketidakpastian dalam Pengambilan Keputusan Terbaik

ELIS RATNA WULAN

UIN Sunan Gunung Djati Bandung
Jl. A. H. Nasution No 105 Bandung 40614
E-mail: elisrwulan@yahoo.com

ABSTRAK

Pohon keputusan adalah cara sederhana penggambaran grafik untuk mengorganisir perhitungan yang akan menuju pada keputusan terbaik dalam menghadapi ketidakpastian. Penggunaan teorema bayes dapat mengurangi ketidakpastian sehingga akan memperbaiki nilai perusahaan. Dalam makalah ini akan dibahas bagaimana perusahaan dapat menghitung resikonya dalam rangka meningkatkan keuntungannya, atau bagaimana investasi portofolio dapat dipilih untuk memuaskan tujuan pertumbuhan dan sekaligus keamanan.

Kata kunci: pohon keputusan, teorema bayes, utilitas

ABSTRACT

Decision trees are simply a graphic way to organize the calculations that will lead us to the best possible decisions in the face of uncertainty. The use of Bayes Theorem can reduce uncertainty and so improve the value of the enterprise. In this paper will describe how a firm can weigh its risks in order to increase its profit, or how an investmen portfolio might be selected to satisfy the twin goals of growth and security.

Keywords: decision trees, Bayes Theorem, utility

1. PENDAHULUAN

Salah satu cabang statistika aplikasi penting disebut Analisis Bayes dapat dikembangkan dari probabilitas bersyarat dan pohon. Probabilitas bersyarat adalah konsep familiar dari membatasi frekuensi relatif, tetapi dengan sedikit kombinasi - himpunan hasil yang relevan dibatasi oleh kondisi. Rumus probabilitas bersyarat dari H, G telah terjadi, dinotasikan dengan:

$$Pr(H|G) = \frac{Pr(H \text{ dan } G)}{Pr(G)} \quad (1)$$

Rumus (1) dapat dinyatakan kembali. Kalikan kedua ruas dengan Pr (G) dan Pr (H dan G) = Pr (G dan H). Maka:

$$Pr(G \text{ dan } H) = Pr(G)Pr(H|G) \quad (2)$$

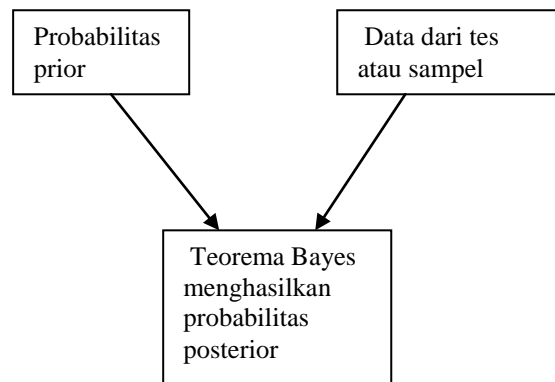
Rumus (2) membagi Pr (G dan H) ke dalam dua langkah: Pr (G) dan kemudian $Pr(H|G)$.

Pohon Keputusan, seperti halnya pada pohon probabilitas, adalah cara mendapatkan solusi secara grafis untuk menghasilkan keputusan terbaik dalam kondisi ketidakpastian. Sebagai contohnya, akan dijelaskan bagaimana sebuah perusahaan dapat mempertimbangkan suatu resiko untuk meningkatkan keuntungannya, atau bagaimana sebuah portofolio investasi dapat dipilih dengan kompromi antara tingkat pertumbuhan dengan tingkat keamanan investasi. Perbedaan antara pohon keputusan dengan pohon probabilitas adalah pada tambahan satu komponen, yaitu keputusan harus dibuat pada cabang-cabang pohon.

2. PENGERTIAN DASAR

2.1. Teorema Bayes

Inti dari Teorema Bayes dapat dinyatakan secara umum: probabilitas prior, dikombinasikan dengan beberapa informasi seperti tes dan sampel menghasilkan probabilitas posterior. Gambar 1 menyajikannya secara sistematis.



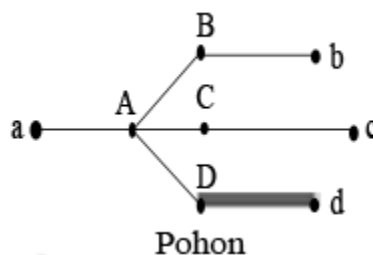
Gambar 1 Logika Teorema Bayes

2.2. Pohon Keputusan

Pohon keputusan digunakan untuk memodelkan persoalan yang terdiri dari serangkaian keputusan yang mengarah ke solusi. Tiap simpul dalam menyatakan keputusan, sedangkan daun menyatakan solusi.

2.2.1 Pohon

Pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit.

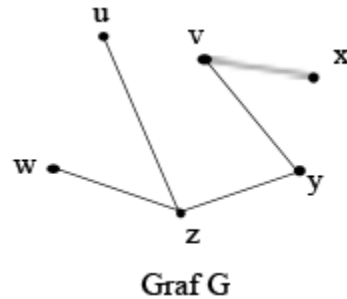


Gambar 2 Contoh Pohon

Secara matematis, graf dapat didefinisikan sebagai berikut:

Graf $G(V,E)$ adalah suatu sistem yang terdiri dari himpunan titik berhingga tak kosong $V = V(G)$ dan himpunan sisi $E = E(G)$ yaitu himpunan pasangan tak terurut dari anggota – anggota V .

Sebagai contoh, gambar 3 adalah graf dengan himpunan titik $V(G) = \{u, v, x, y, z, w\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{vx, vy, yz, zu, zw\}$.



Gambar 3 Contoh Graf

Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah atau simpul, sedangkan hubungan antar objek sebagai garis atau sisi.

Sisi pada graf dapat mempunyai orientasi arah. Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis :

- 1) Graf tak-berarah (*undirected graph*)
Graf yang sisinya tidak mempunyaorientasi arah.
- 2) Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*)
Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah.

2.2.2 Teori Pengambilan Keputusan

Keputusan dapat dijelaskan sebagai hasil pemecahan masalah, selain itu juga harus didasari atas logika dan pertimbangan, *penetapan* alternatif terbaik, serta harus mendekati tujuan yang telah ditetapkan. Seorang pengambil keputusan haruslah memperhatikan logika, realita, rasional, dan pragmatis.

Teori pengambilan keputusan adalah teknik pendekatan yang digunakan dalam proses pengambilan keputusan atau proses memilih tindakan sebagai cara pemecahan masalah. Fungsi pengambilan keputusan adalah individual atau kelompok baik secara institusional ataupun organisasional, sifatnya futuristik.

Tujuan Pengambilan Keputusan :

- Tujuan yang bersifat tunggal (hanya satu masalah dan tidak berkaitan dengan masalah lain)
- Tujuan yang bersifat ganda (masalah saling berkaitan, dapat bersifat kontradiktif ataupun tidak kontradiktif)

Dasar-dasar Pengambilan Keputusan :

- Intuisi
- Pengalaman
- Fakta
- Wewenang
- Rasional

Proses Pengambilan Keputusan :

- Tahap Penemuan Masalah
- Tahap Pemecahan Masalah (*state of nature*)
- Tahap Pengambilan Keputusan (*payoff*)

Menurut Herbert A. Simon terdapat tiga fase :

- fase Intelegensia
- fase Desain

4 Elis Ratna Wulan

- fase Pemilihan (*selection*)

Menurut Richard I. Levin terdapat 6 (enam) tahap :

- Tahap observasi
- Tahap analisis dan pengenalan masalah
- Pengembangan model
- Memilih data masukan yang sesuai
- Perumusan dan penetapan
- Pemecahan

Menurut sir Francis Bacon :

- merumuskan/mendefinisikan masalah
- pengumpulan informasi yang relevan
- mencari alternatif tindakan
- analisis alternatif
- memilih alternatif terbaik
- melaksanakan keputusan dan evaluasi hasil

Model Pengambilan Keputusan :

- Model Kuantitatif
- Model Kualitatif
- Model Probabilitas
- Model Matriks
- Model Pohon Keputusan (*Decision tree Model*)
- Model Kurva Indiferen (kurva tak acuh)
- Model Simulasi Komputer (model matematika, simulasi, permainan operasional, model verbal, model fisik)

2.3. Contoh Kasus

Misalkan sebuah perusahaan minyak BEA memiliki suatu lahan yang berpotensi mengandung minyak dan mereka harus membuat keputusan untuk memilih satu dari tiga pilihan tindakan:

1. Menjual lahan pada saat ini
BEA akan mendapatkan \$125K hasil penjualan lahan saat ini.
2. Menunggu satu tahun untuk menjualnya di tahun depan
BEA akan menempuh resiko kemungkinan 90% harga minyak akan turun dan mereka terpaksa menjualnya dengan harga \$110K di tahun depan. Sebaliknya, bila harga minyak naik maka mereka akan mendapatkan keuntungan dengan menjual lahan tersebut senilai \$440K. Suku bunga yang berlaku saat ini adalah 10% per tahun.
3. Menggarap lahan tersebut
Jika ingin menggarap lahan sendiri, BEA harus mengeluarkan biaya \$200K untuk pengeboran dan akan menempuh resiko seperti yang terlihat pada tabel 1.

Tabel 1 Hasil yang Mungkin dari Pengeboran

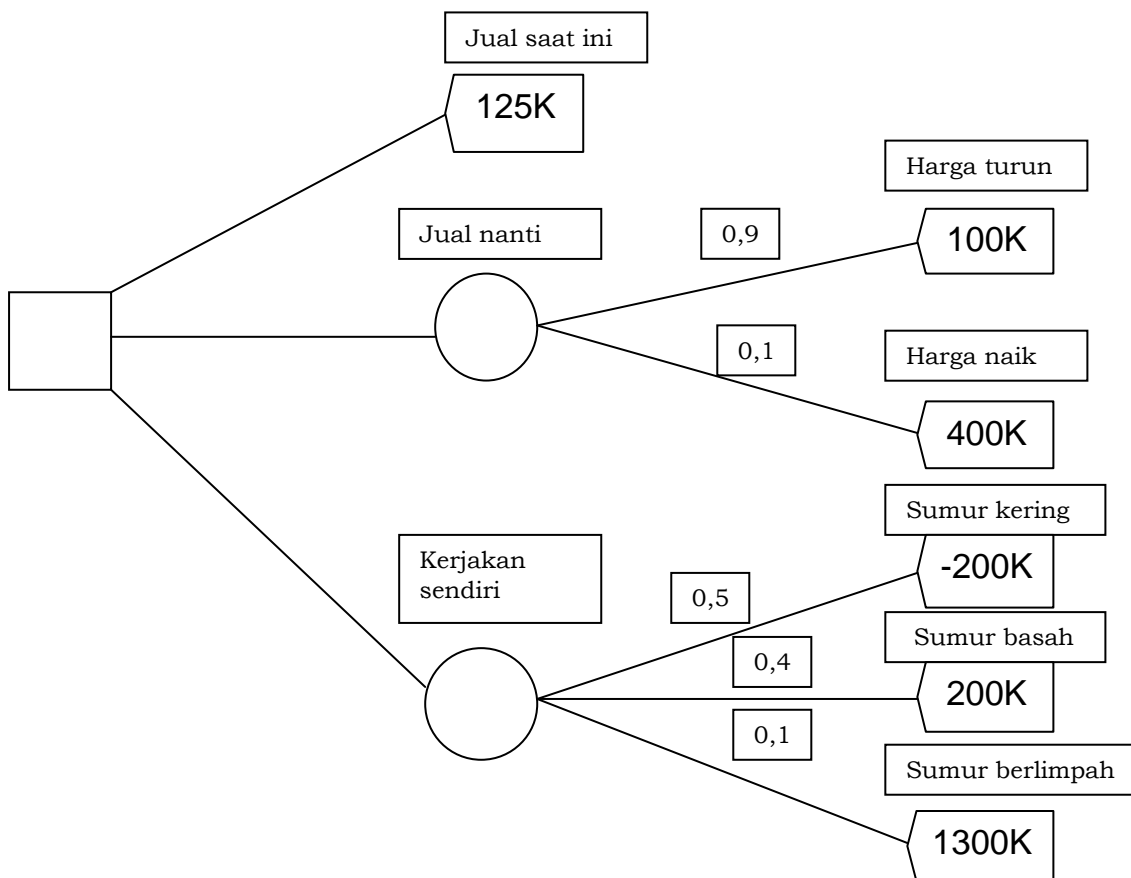
Jenis Sumur	Probabilitas	Keuntungan
Kering	.50	0
Basah	.40	400K
Berlimpah	.10	1500K

Solusi:

Untuk menggambarkan permasalahan yang sedang dihadapi oleh BEA, kita akan membuat pohon, dimulai dari keputusan awal: haruskah mereka menjualnya saat ini, jual tahun depan, atau mengebor sendiri? Cabang keputusan ini ditunjukkan oleh kotak keputusan yang ada di sebelah kiri gambar 4, dengan tiga cabang berawal dari kotak tersebut menggambarkan tiga alternative yang dapat dipilih.

Kini kita harus menggambarkan konsekuensi dari ketiga alternatif tersebut. Konsekuensi dari alternatif pertama – terlihat pada cabang yang paling atas – adalah 125K, yaitu harga jual pada saat ini.

Cabang kedua terlihat lebih rumit. Jika BEA ingin menjualnya pada tahun depan, maka harganya akan ditentukan oleh kemungkinan harga naik atau turun. Cabang kedua ini diawali dengan tanda lingkaran, yaitu tanda kemungkinan, yang membedakannya dengan tanda kotak untuk keputusan. Dua kemungkinan hasil ini ditandai dengan masing-masing kemungkinannya, seperti yang dipakai pada pohon probabilitas.



Gambar 4 Membuat Pohon Keputusan

Bagaimana kita menentukan nilai dari dua kemungkinan yang akan muncul? Jika harganya minyak turun, nilai jualnya akan menjadi 110K di tahun depan. Akan tetapi, dengan suku bunga 10%, nilai 110K pada tahun depan sama nilainya dengan 100K pada saat ini (*time value of money*). Maka, nilai 100K ini yang dicantumkan pada pohon keputusan. Hal yang sama berlaku untuk nilai 440K pada tahun depan menjadi 400K pada saat ini.

Di cabang paling bawah terlihat bagaimana kemungkinannya jika BEA mengerjakan pengeboran sendiri. Nilai yang tertera pada pohon keputusan telah dikurangi dengan biaya pengeboran, yaitu 200K, sehingga nilai yang ada merupakan nilai bersih dari pilihan ketiga.

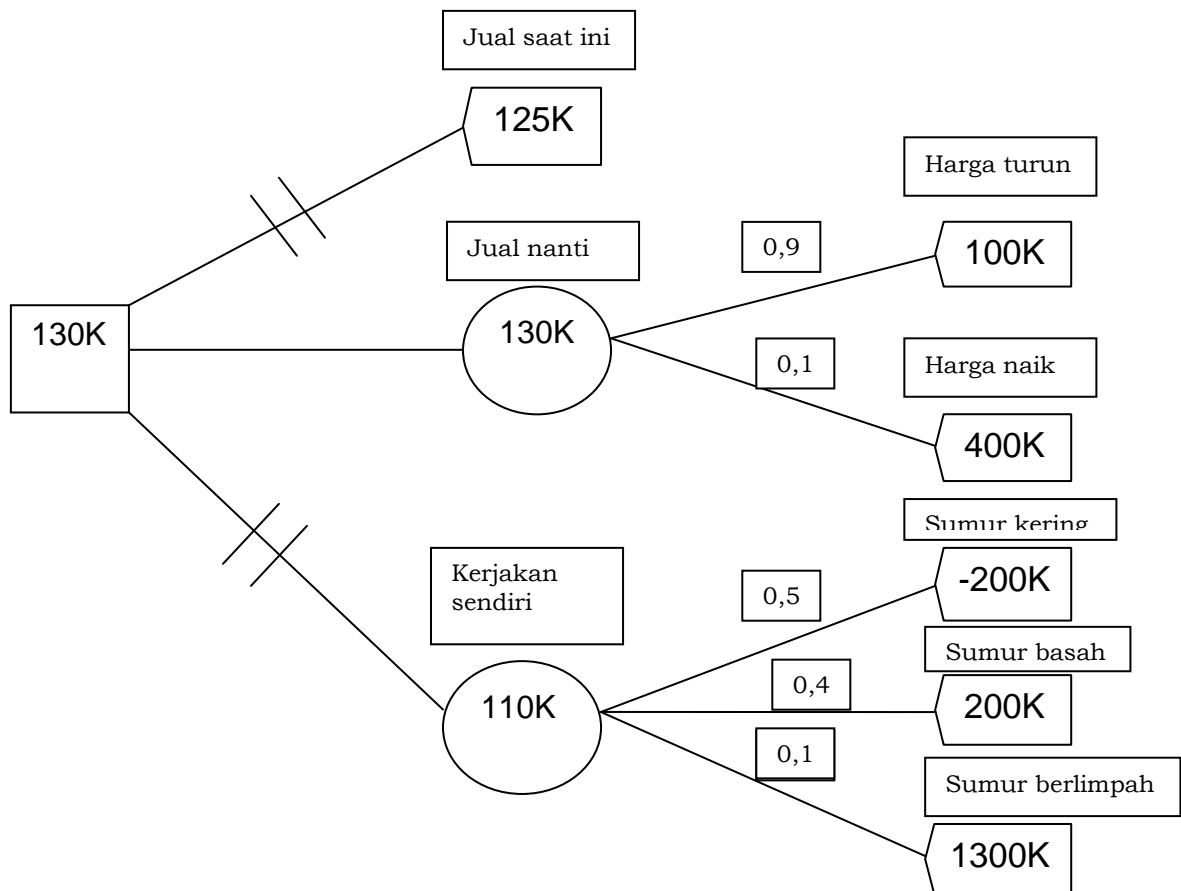
Dalam menggambarkan pohon keputusan, kita telah membuatnya mulai dari kiri ke kanan. Untuk mendapatkan solusi dari persoalan yang kita hadapi, kita harus mengerjakan perhitungan pohon keputusan mulai dari kanan ke kiri. Ada dua langkah penyelesaian:

1. Membuat rata-rata dari tiap cabang

Dengan alternatif pertama, yaitu jual saat ini, yang memiliki nilai 125K, bagaimana caranya kita mendapatkan suatu nilai yang dapat dibandingkan dengan nilai tersebut pada dua alternatif berikutnya? Dalam hal ini maka kita dapat memakai cara perhitungan EV (*expected value*), dengan memberi bobot probabilitas pada tiap hasil yang akan muncul:

$$\begin{aligned} \text{EV dari jual nanti} &= 0.9(100K) + 0.1(400K) \\ &= 130K \end{aligned}$$

Nilai 130K ini dimasukkan dalam lingkaran "jual nanti". Cara yang sama juga diterapkan untuk mendapatkan EV dari "kerjakan sendiri". Hasil dari perhitungan ini dapat terlihat pada gambar 5.



Gambar 5 Hasil Perhitungan pada Pohon Keputusan

2. Memotong cabang yang memiliki nilai terendah

Langkah terakhir adalah membandingkan tiga buah expected value: 125K, 130K dan 110K. Dengan memotong nilai-nilai yang lebih kecil, maka kita akan mendapatkan nilai 130K dan dituliskan pada kotak keputusan.

2.3.1 Contoh Kasus dengan Tambahan Informasi

Jika dalam contoh kasus di atas kita memiliki informasi tambahan sebelum pengeboran, di mana akan dilakukan analisis seismik untuk mengetahui struktur dari tanah

tempat lahan tersebut berada. Ada tiga macam struktur tanah, yaitu: *no structure* (N), *open structure* (O) dan *close structure* (C).

Dari pengalaman terdahulu diketahui bahwa jika struktur tanahnya adalah N maka kemungkinan terbesar (70%) bahwa sumur di tanah tersebut kering, sedangkan jika strukturnya adalah C maka kemungkinan terbesar (60%) bahwa sumur di tanah tersebut berlimpah. Data selengkapnya dapat terlihat pada tabel 2. Biaya dari analisis seismik untuk menentukan struktur tanah adalah 10K. Apakah tes tersebut layak untuk dilakukan? Jika ya, bagaimana hasilnya?

Tabel 2 Probabilitas Bersyarat dari Beragam Struktur Geologis dari Tiap Tipe Sumur

Jenis Sumur	Kemungkinan dari berbagai jenis struktur		
	N	O	C
Kering	0.7	0.2	0.1
Basah	0.3	0.4	0.3
Berlimpah	0.1	0.3	0.6

Informasi yang didapat dari tabel 2 adalah bahwa jika kita mengetahui jenis sumur, maka kita akan mengetahui kemungkinan dari berbagai jenis struktur tanah. Akan tetapi, kita menginginkan informasi sebaliknya, bahwa jika kita mengetahui struktur tanahnya, maka kita akan mendapatkan probabilitas dari jenis sumurnya. Hal ini bias kita dapatkan dari pohon bayes yang merupakan kebalikan dari pohon probabilitas. Gambar 6 memperlihatkan bagaimana pohon bayes menggambarkan situasi persoalan yang sedang kita hadapi. Pohon yang digambarkan pada gambar tersebut bukanlah pohon keputusan, tetapi pohon probabilitas bayes yang akan dipakai dalam pohon keputusan.

Dimulai dari bagian sebelah kiri pada panel (a), kita tampilkan informasi yang telah kita dapat mengenai berbagai kemungkinan jenis sumur yang akan kita temukan. Informasi ini berlaku apabila kita mengebor tanpa melakukan analisis seismic mengenai struktur tanah. Di sebelah kanannya adalah kemungkinan dari tiap struktur tanah jika jenis sumurnya telah diketahui. Sedangkan yang ditempatkan paling kanan adalah perhitungan bahwa ada 48% kemungkinan struktur tanahnya adalah N. Nilai ini ditulis juga pada panel (b) sebagai cabang awal. Panel (b) ini kita aplikasikan untuk melengkapi pohon keputusan pada gambar 7.

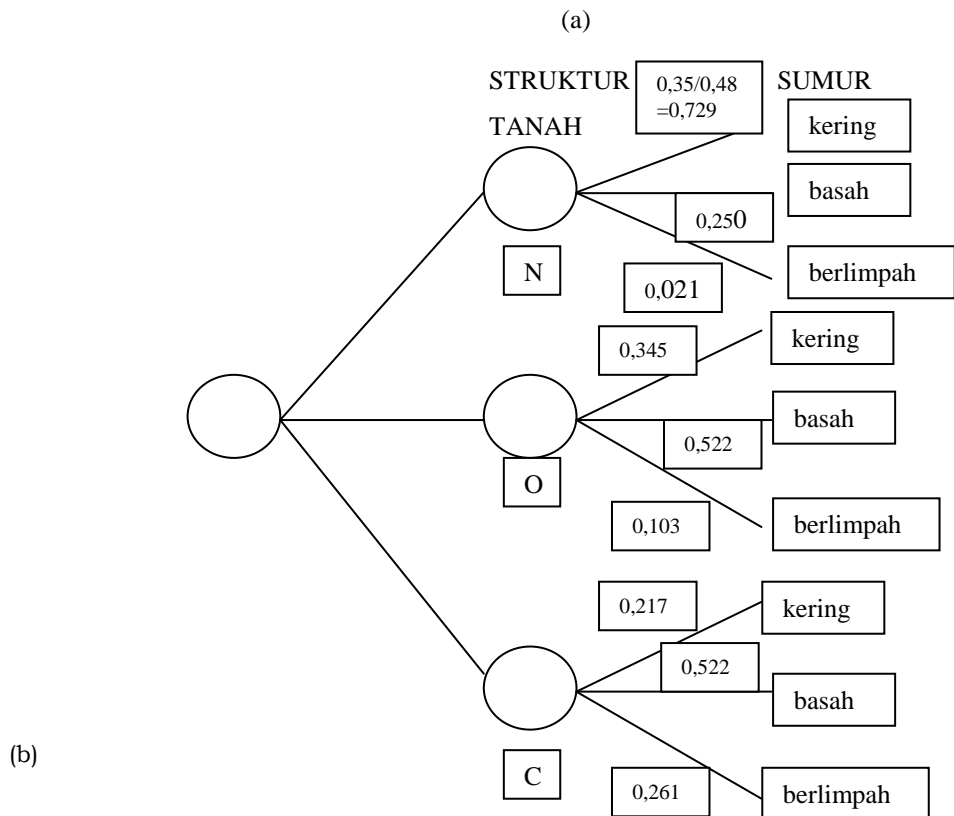
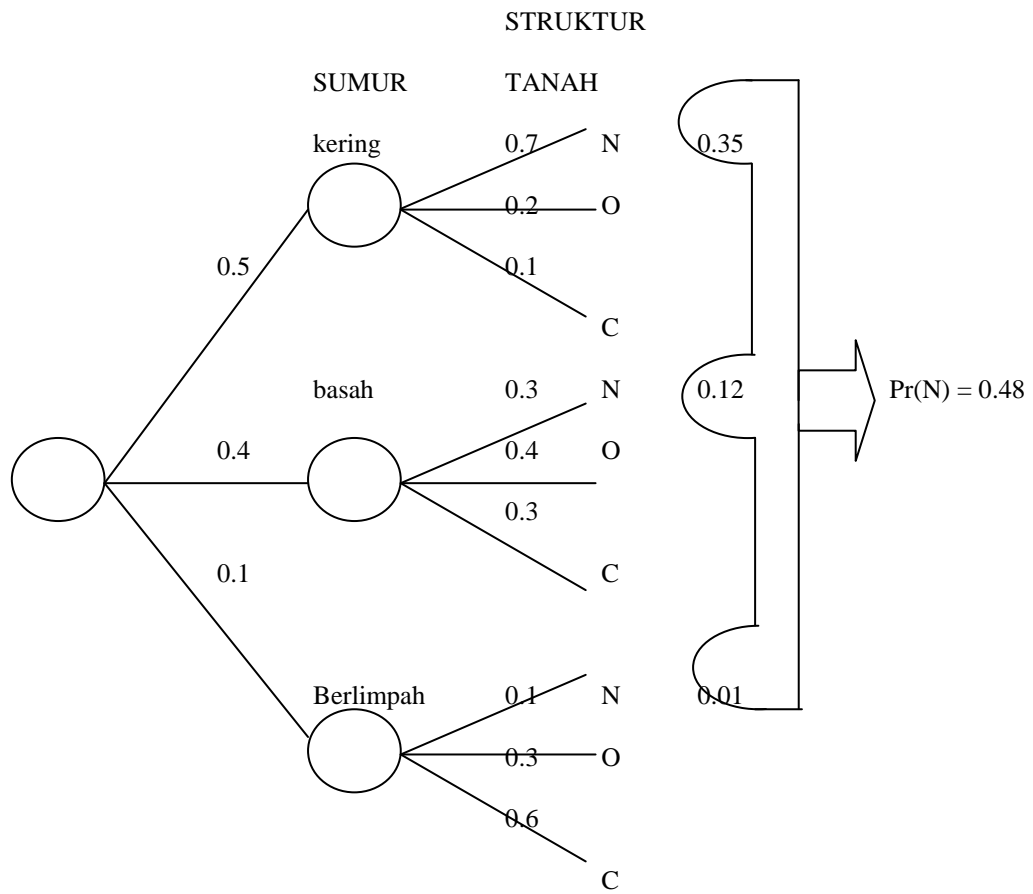
Nilai untuk jenis sumur seperti yang tertera di sebelah kanan pada gambar 7 adalah sama seperti sebelumnya, hanya saja kita harus mengurangi nilai sebelumnya dengan biaya analisa seismic 10K. Biaya 10K ini juga muncul pada nilai "STOP" yang berarti kita tidak meneruskan pengeboran setelah mengetahui struktur tanah.

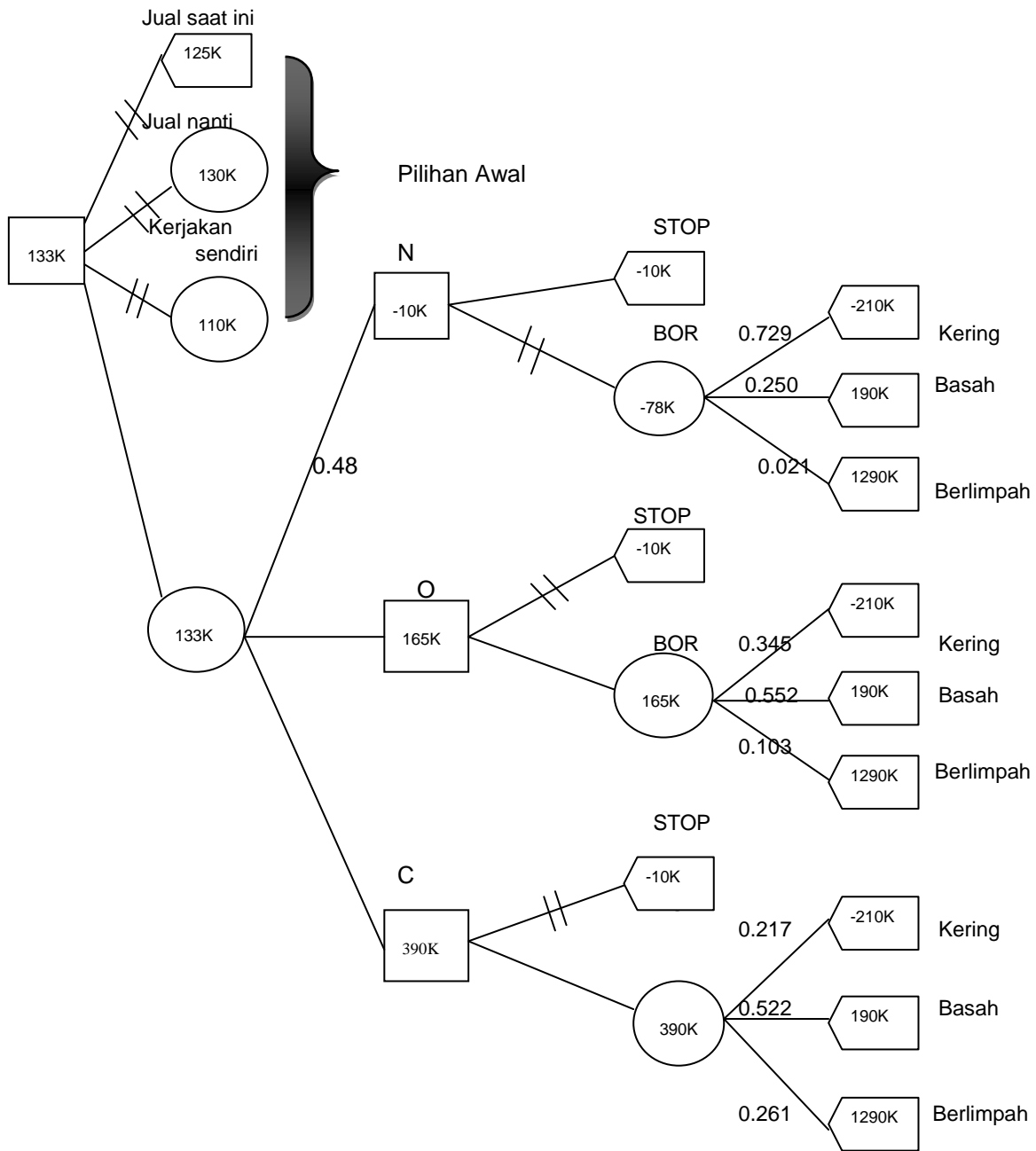
Dengan metode yang sama seperti sebelumnya, kita dapatkan nilai dari "pilihan keempat" ini adalah 133K, dan merupakan pilihan terbaik dibandingkan dengan tiga pilihan sebelumnya: Kita harus memulai dengan analisa seismic lalu memutuskan untuk mengebor atau tidak.

2.4. Teori Utilitas untuk Menghindari Keengganan Resiko

Berdasarkan gambar 7, kita merekomendasikan BEA untuk memilih pilihan ke empat 133K. Tetapi setiap individu dalam menghadapi hal yang sama tidak akan membuat keputusan yang sama. Keputusan yang bijak adalah keputusan yang memaksimalkan kebahagiaan dan kepuasan yang diukur dengan fungsi utilitasnya, dari pada uang. Jadi, untuk menyelesaikan pohon keputusan, pembuat keputusan pertama kali harus mengubah setiap keuntungan dari *expected monetary value* menjadi utilitas, untuk menemukan utilitas tertinggi yang diharapkan.

Berikut ini adalah Gambar 6 Teorema Bayes untuk Menyelesaikan Masalah (a) Pohon Awal (b) Pohon Bayes (*reverse*)





Gambar 7 Pohon Keputusan dengan Tambahan Pilihan Baru

2.5. KESIMPULAN

Masalah keputusan dapat digambarkan sebagai pohon, dengan lingkaran menunjukkan garpu kesempatan, dan segiempat menunjukkan garpu. Untuk perusahaan besar yang dapat merata-ratakan resiko mereka, keputusan terbaik dapat ditemukan dengan menggunakan kriteria *expected monetary value* (EMV). Untuk menghitungnya, lingkaran (garpu kesempatan) dirata-ratakan, dan segiempat (garpu keputusan) dipangkas kembali, untuk menunjukkan pilihan terbaik.

Informasi sampel, menggunakan Teorema Bayes, dapat mengurangi ketidakpastian dan memperbaiki nilai perusahaan.

Untuk keputusan yang melibatkan resiko pembuat keputusan pertama kali harus mengubah setiap keuntungan harus dinyatakan dalam utilitas, daripada uang. Nyatanya, utilitas adalah alat yang cukup fleksibel untuk membolehkan kita membandingkan semua jenis keuntungan, tidak hanya keuntungan uang.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Firdaus, Alfa (2011) Analisis Keputusan. Pusat Pengembangan Bahan Ajar UMB.
- [2]. Hasmawati dkk. (2005). Bilangan Ramsey untuk Kombinasi k-copy Graf Pohon dengan beberapa Graf. Seminar Nasional MIPA 2005 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia Jakarta. <http://www.ns.ui.ac.id/seminar2005/Data/J2A-05.pdf> 2 Januari 2007 09:59
- [3]. Munir, Rinaldi. (2004). Diktat Kuliah IF2151 Matematika Diskrit. Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung.
- [4]. Murtono, Iman .(2005). Teori Pengambilan Keputusan. Jurusan Manajemen Fakultas Ekonomi Universitas Gunadharma Jakarta.
- [5]. <http://library.gunadarma.ac.id/files/disk1/8/jbptgunadarma-gdl-course-2005-timpengaja-388-handout-n.ppt> 2 Januari 2007 11:37
- [6]. Niwanputri, G. S. (2011). Penggunaan Pohon dalam Decision Tree Analysis untuk Pengambilan Keputusan Investasi dalam Perencanaan Bisnis. ITB Bandung.
- [7]. Rangkuti, Freddy. (2003). *Business Plan*. Gramedia Pustaka Utama : Jakarta.
- [8]. Richard, Lewis. (1993). *Quantitative Approaches to Management*, Mc.Graw Hill Inc. : NY.
- [9]. Widi, Kuntanto. (2002). *Eksentrik* Digraf dari Graf *Star*, Graf *Double Star* dan Graf Komplit Bipartit. Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember. <http://www.unej.ac.id/fakultas/mipa/skripsi/widi.pdf> 2 Januari 2007 12:13
- [10].
- [11]. Wonnacott, Thomas H. dan Wonnacott, Ronald, J. (1990). *Introductory Statistics for Business and Economics*. John Willey & Sons, New York.

