

# BAB I

## PENDAHULUAN

Pembahasan dalam BAB I ini akan dijelaskan mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian dan sistematika penulisan untuk pembahasan skripsi nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf matahari  $(C_n \odot \overline{K_1})$ .

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan pokok pembahasan yang sudah tua usianya namun masih memiliki terapan sampai saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek yang dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis. Graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$ , ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$ , yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan titik tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul. [1]

Teori graf mulai dikenal pada saat seorang matematikawan bangsa Swiss, bernama Leonhard Euler, berhasil mengungkapkan Misteri Jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Di Kota Konigsberg (sekarang bernama Kalilingrad, di Uni Soviet) mengalir sebuah sungai bernama sungai Pregel. Di tengah sungai tersebut terdapat dua buah pulau. Dari kedua pulau tersebut terdapat tujuh jembatan yang menghubungkan ke tepian sungai dan diantara kedua pulau. Pengusulannya dengan mengganti pulau dengan titik dan jembatan sebagai sisi, yang kemudian dikenal sebagai teori graf. [1]

Pelabelan graf adalah pemberian nilai (label) pada titik, sisi, atau keduanya. Suatu pelabelan dinamakan pelabelan titik jika yang dilabeli hanya titiknya saja, dan suatu pelabelan dikatakan pelabelan sisi jika yang dilabeli hanya sisinya saja. Sedangkan jika yang dilabeli titik dan sisinya maka disebut pelabelan total.

Pada tahun 2017 Dushyant Tanna, Joe Ryan dan Andrea Semaničová-Feňovčíková membahas mengenai pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$  sehingga  $wt(xy) \neq wt(x'y')$  untuk setiap bobot sisi yang berbeda  $xy$  dan  $x'y'$ . Pelabelan tersebut dinamakan pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$ . Nilai minimum  $k$  sehingga  $G$  memiliki pelabelan-k refleksif tak teratur sisi disebut nilai refleksif sisi dari  $G$  dinotasikan dengan  $res(G)$ . [2]

Graf matahari adalah hasil produk korona antara dua graf yaitu graf lingkaran dengan  $n$  titik ( $C_n, n \geq 3$ ) dan komplemen dari graf lengkap dengan jumlah titik satu ( $\overline{K_1}$ ). Graf matahari dinotasikan dengan  $(C_n \odot \overline{K_1})$ , dengan  $n$  menyatakan banyaknya titik pada graf lingkaran. [3]

Penelitian mengenai graf matahari serta mengenai nilai ketakaturan refleksif sisi dari suatu graf masih sedikit terutama mengenai nilai ketakaturan refleksif sisi. Berikut beberapa penelitian mengenai graf matahari dan pelabelan refleksif tak teratur sisi.

Beberapa penelitian mengenai graf matahari. Arief Addinnitya, Pelabelan Jumlah Eksklusif Pada Graf Matahari, Graf Korona, dan Graf *Hairycyle* Dengan Banyak Simpul Lingkaran Genap [skripsi] pada tahun 2012, dengan Banyak Simpul Lingkaran Genap, Arief Addinnitya membahas mengenai suatu graf  $G (V, E)$  dikatakan suatu graf jumlah jika terdapat suatu pemetaan satu-satu  $f$  yang disebut pelabelan jumlah, dari  $V$  ke himpunan bilangan bulat positif  $S$  sedemikian sehingga untuk  $uv \in E$  jika dan hanya jika  $f(w) = f(u) + f(v) \in S$ , dimana  $u, v, w \in V$  dan  $w$  disebut simpul kerja. Graf jumlah  $G$  dikatakan graf jumlah eksklusif jika tidak ada simpul bekerja pada graf  $G$ . Banyak simpul terisolasi minimal sehingga pelabelan jumlah  $f$  memenuhi pelabelan jumlah eksklusif disebut jumlah eksklusif, dinotasikan dengan  $\varepsilon(G)$ . Hasil penelitian Arief Addinnitya menunjukkan bilangan jumlah eksklusif yang optimal dimana pelabelan jumlah eksklusif pada  $G$  disebut optimal jika  $\varepsilon(G) = \Delta(G)$  pada graf matahari dengan  $\varepsilon(C_n \odot \overline{K_1}) = 3$ . Graf Korona dengan  $\varepsilon(C_n \odot \overline{K_r}) = 2 + r$ . Graf *Hairycycle* dengan  $\varepsilon(HC(n; r_i, i = 1, 2, \dots, n)) = 2 + r_{max}$  untuk  $n$  genap dan  $r \in \mathbb{N}$  dan  $r_{max} = \max\{r_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ , dimana  $r_i$  menyatakan banyaknya simpul daun yang terhubung pada simpul ke- $i$  pada lingkaran. [4]

Pada tahun 2017, S. Pranata and I. W. d. Sudarsana. S. Musdalifah, "Pelabelan *Prime Cordial* Untuk Graf Buku dan Graf Matahari yang Diperumum," *JIMT*, vol. 14, no. 1, pp. 56-59. Pelabelan *prime cordial* dari suatu graf  $G$  dengan himpunan titik  $V(G)$  adalah bijeksi  $f: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p\}$ , dimana  $p$  adalah banyaknya titik di graf  $G$  dan fungsi induksi  $f^*: E(G) \rightarrow \{0,1\}$  yang didefinisikan oleh  $f^*(e = uv) = 1$  jika  $\gcd(f(u), f(v)) = 1$ ,  $f^*(e = uv) = 0$  lainnya. Serta memenuhi syarat  $|e_{f^*}(0) - e_{f^*}(1)| \leq 1$ , dimana  $e_{f^*}(i)$  adalah banyak sisi yang mempunyai label  $i = 0$  dan  $1$ . Sebuah graf disebut graf *prime cordial* jika yang memuat pelabelan *prime cordial*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa graf buku  $K_{1,n} \times P_m$  untuk  $m \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$  dan graf matahari  $C_n \odot \overline{K_1}$  untuk  $m \in \{2, 3, 5\}$  memenuhi pelabelan *prime cordial*. [5]

Pada tahun 2019, Nindia Kartika Sari, Pelabelan Total Even Vertex Magic Pada Graf Matahari Dan *Disjoint Union* dari Graf Cycles [Skripsi], Bogor: Institut Pertanian Bogor, membahas mengenai pelabelan total *even vertex magic* pada suatu graf dengan  $m$  sisi dan  $n$  simpul ke himpunan bilangan bulat genap  $\{2, 4, 6, \dots, 2n\}$ . Hasil penelitian menunjukkan syarat cukup dari graf matahari Sun ( $S_n$ ) memiliki pelabelan total *even vertex magic* adalah  $n \geq 3$ , dan menunjukkan syarat cukup dan syarat perlu pada *disjoint union* dari graf cycle  $mC_n$  memiliki pelabelan total even magic adalah  $m$  dan  $n$  bilangan bulat ganjil. [6]

Berikut beberapa penelitian mengenai pelabelan refleksif tak teratur sisi. Pada tahun 2017, D. Tanna, J. Ryan. dan A. Semaničová-Feňovčíková, "Edge Irregular Rreflexive Labeling of Prisms and Wheels", *Australasian Journal of Combinatorics*, vol. 69, no. 3, pp. 394-401, membahas mengenai pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$  sehingga  $wt(xy) \neq wt(x'y')$  untuk setiap bobot sisi yang berbeda  $xy$  dan  $x'y'$ . Pelabelan tersebut dinamakan pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$ . Nilai minimum  $k$  sehingga  $G$  memiliki pelabelan-k refleksif takteratur sisi disebut nilai refleksif sisi dari  $G$  dinotasikan dengan  $res(G)$  pada graf prisma, graf roda, graf basket, dan graf kipas. [2]

Pada tahun 2017, M. Bača, M. Irfan, J. Ryan, A. Semaničová-Feňovčíková and D. Tanna, "On Edge Irregular Reflexive Labellings for the Generalized Friendship Graphs," membahas mengenai pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$  sehingga  $wt(xy) \neq wt(x'y')$  untuk setiap bobot sisi yang berbeda  $xy$

dan  $x'y'$ . Pelabelan tersebut dinamakan pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$ . Nilai minimum  $k$  sehingga  $G$  memiliki pelabelan-k refleksif takteratur sisi disebut nilai refleksif sisi dari  $G$  dinotasikan dengan  $res(G)$  pada graf *friendship* yang diperumum. [7]

Pada tahun 2018, X. Zhang, M. Ibrahim, S. Ahtsham ul Haq Bokhary and M. Kamran Siddiqui, "Edge Irregular Reflexive Labeling for the Disjoint Union of Gear Graphs and Prism Graphs," Licensee MDPI, Basel, Switzerland, membahas mengenai pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$  sehingga  $wt(xy) \neq wt(x'y')$  untuk setiap bobot sisi yang berbeda  $xy$  dan  $x'y'$ . Pelabelan tersebut dinamakan pelabelan-k refleksif tak teratur sisi dari suatu graf  $G$ . Nilai minimum  $k$  sehingga  $G$  memiliki pelabelan-k refleksif takteratur sisi disebut nilai refleksif sisi dari  $G$  dinotasikan dengan  $res(G)$  pada graf *gear* dan graf prisma. [8]

Pada tahun 2019, M. Bača, M. Irfan, J. Ryan, A. Semaničová-Feňovčíková and D. Tanna, "Note on Edges Irregular Reflexive Labelings of Graph," *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, pp. 145-157, membahas mengenai menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf siklus dan graf gabungan.

Oleh karena itu, penulis tertarik untuk meneliti tentang "Nilai Ketakteraturan Refleksif Sisi pada Graf Matahari  $(C_n \odot \overline{K_1})$ ".

## 1.2 Rumusan Masalah

1. Apa yang dimaksud dengan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf?
2. Bagaimana nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf matahari  $(C_n \odot \overline{K_1})$ ?

## 1.3 Batasan Masalah

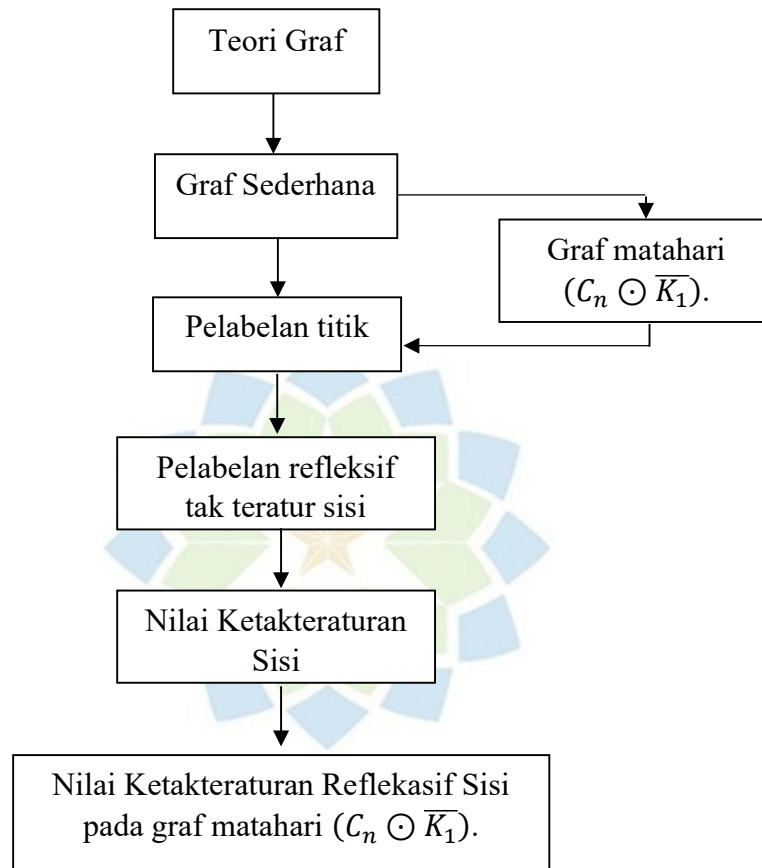
1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan refleksif tak teratur sisi.
2. Graf yang di kaji adalah graf matahari  $(C_n \odot \overline{K_m})$  dimana  $n \geq 3$  dan  $m = 1$ .

## 1.4 Tujuan Penelitian

1. Untuk mengetahui pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf.
2. Untuk mengetahui nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf matahari  $(C_n \odot \overline{K_1})$ .

## 1.5 Ruang Lingkup Penelitian

Ruang lingkup penelitian diberikan pada diagram berikut ini :



**Gambar 1. 1 Diagram Ruang Lingkup Penelitian**

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut :

### BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, ruang lingkup penelitian dan sistematika penulisan.

### BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori-teori dasar yang digunakan dalam pembahasan skripsi ini.

BAB III NILAI KETAKTERATURAN REFLEKSIF SISI PADA GRAF  
MATAHARI ( $C_n \odot \overline{K_1}$ )

Bab ini berisi nilai ketakteraturan sisi dan teorema yang membuktikan nilai ketakteraturan sisi dari suatu graf matahari ( $C_n \odot \overline{K_1}$ ), yang menjadi bahasan utama dalam skripsi ini.

BAB IV PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari hasil kajian serta saran untuk pengembangan kedepannya yang diakhiri dengan daftar pustaka.

