BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam matematika, teori matriks adalah salah satu bidang ilmu Aljabar Linear yang sangat penting. Matriks adalah susunan bilangan real atau kompleks berbentuk persegi panjang yang disusun menurut aturan baris dan kolom. Bilangan-bilangan yang termasuk dalam matriks disebut sebagai entri dalam matriks. Elemen matriks A pada baris ke- i dan kolom ke- j disebut a_{ij} [1], [2].

Matriks merupakan objek penting yang sering ditemui dalam aljabar linear serta berbagai aplikasinya di bidang ilmu terapan. Salah satu bentuk matriks yang sering muncul dalam aplikasi nyata adalah matriks tridiagonal, yaitu matriks yang memiliki elemen-elemen non-nol hanya pada tiga diagonal utama: diagonal utama, diagonal atas, dan diagonal bawah[2]. Salah satu penerapan matriks tridiagonal yaitu dalam metode numerik, penyelesaian sistem persamaan linier menggunakan algoritma Thomas, yang memungkinkan efisiensi komputasi yang tinggi [3]. Penerapan matriks tridiagonal dalam bidang ini menunjukkan betapa pentingnya struktur matriks ini dalam menyelesaikan masalah kompleks yang sering dihadapi dalam ilmu terapan.

Telah dikenal juga berbagai kelas matriks penting dengan struktur dan sifat khusus yang telah banyak dipelajari, salah satu contohnya seperti matriks *Positive Definite* (PD). Matriks *positive definite* adalah matriks simetris yang memiliki semua nilai eigen positif [4].

Kehadiran struktur baru pada matriks dapat mengungkap hubungan dan sifat baru yang menarik untuk dipelajari. Baru-baru ini ditemukan konsep kelas matriks persegi yang memiliki sifat diagonal invers (*Inverse Diagonal Property* (IDP)). Matriks dengan sifat IDP didefinisikan sebagai matriks yang memiliki invers dimana tanda diagonal inversnya sama dengan matriks aslinya[5]. IDP memiliki beberapa varian, yaitu IDP+ ketika memiliki determinan positif, IDP- ketika memiliki determinan negatif, P-IDP+ ketika seluruh entri diagonal dan determinan positif [5].

Penelitian ini memfokuskan pada matriks tridiagonal simetris dan sifat P-IDP+ (Inverse Diagonal Property positif). Dengan membatasi ruang kajian pada matriks yang hanya memiliki elemen non-nol di tiga diagonal utama, kita mendapatkan bentuk yang sederhana namun strukturnya yang menarik. Sifat P-IDP+ menegaskan bahwa setiap entri diagonal dan determinan matriks bernilai positif, serta inversnya mempertahankan tanda positif pada diagonalnya, sehingga menimbulkan dugaan kuat mengenai kaitannya dengan definit positif. Oleh karena itu, fokus utama penelitian ini adalah membuktikan secara matematis bahwa setiap matriks tridiagonal simetris yang memenuhi P-IDP+ otomatis bersifat positif definit artinya, semua nilai eigen dan *leading principal minor* matriks tersebut positif. Studi ini akan merinci langkah-langkah pembuktian dan memberikan contoh sederhana untuk memperjelas hubungan antara P-IDP+ dan sifat positif definit pada kelas matriks tridiagonal simetris.

1.2 Rumusan Masalah

Penulis merumuskan masalah penelitian ini berdasarkan latar belakang sebagai berikut:

1. Apakah matriks tridiagonal simetris $n \times n$ dengan n mencakup tiga kategori yaitu $n < 6$, $n = 6$ dan $n > 6$ yang bersifat diagonal invers merupakan matriks *positive definite*?
2. Apa syarat perlu agar sembarang matriks tridiagonal simetris P-IDP+ menjadi matriks *positive definite*?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Matriks yang digunakan adalah matriks tridiagonal simetris yang *invertible* dengan entri bilangan riil.
2. Sifat yang diteliti pada matriks adalah sifat diagonal invers dan *positive definite*.
3. Contoh-contoh numerik yang digunakan bersifat sederhana untuk keperluan ilustrasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Dalam penelitian ini, tujuan dan manfaat yang diharapkan adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui apakah matriks tridiagonal simetris $n \times n$ dengan n mencakup tiga kategori yaitu $n < 6$, $n = 6$ dan $n > 6$ yang bersifat diagonal invers merupakan matriks *positive definite*.
2. Mengetahui syarat perlu agar sebarang matriks tridiagonal simetris P-IDP+ menjadi matriks *positive definite*.

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah untuk menambah wawasan bagi pembaca dan penulis mengenai sifat diagonal invers matriks dan *positive definite*, khususnya pada matriks tridiagonal.

1.5 Metode Penelitian

Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini mencakup beberapa tahapan sebagai berikut.

1. Studi Literatur

Penelitian skripsi ini diawali dengan tahap studi literatur, di mana teori-teori yang berkaitan dengan matriks tridiagonal simetris, sifat P-IDP+, dan matriks *Positive Definite* (PD) dikumpulkan dari berbagai sumber, seperti buku, jurnal, media online, dan skripsi.

2. Analisis

Dalam tahap penelitian, dilakukan analisis dan pembuktian teorema yang dapat digunakan untuk memenuhi syarat perlu yang dibutuhkan oleh matriks tridiagonal simetris yang P-IDP+ agar *Positive Definite* (PD).

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika Penulisan terdiri dari empat bab, diantaranya:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini berisi teori-teori yang melandasi pembahasan masalah pada penelitian ini. Landasan teori ini meliputi matriks, jenis matriks termasuk matriks tridiagonal, operasi matriks, determinan, sifat determinan, invers, dan IDP (*Inverse Diagonal Property*) pada matriks.

BAB III MATRIKS TRIDIAGONAL BERSIFAT P-IDP+ DAN PD

Pada bab ini dijelaskan mengenai sifat baru pada matriks tridiagonal simetris yaitu P-IDP+ dan membuktikan bahwa matriks tersebut juga merupakan matriks *positive definite*. Dengan menambahkan syarat yang diperlukan akan berlaku untuk semua ukuran $n \times n$ matriks tridiagonal simetris yang P-IDP+.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini dijelaskan tentang kesimpulan dari penelitian ini dan saran untuk penelitian selanjutnya yang berhubungan dengan penelitian ini.