

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari hubungan antara objek-objek yang disebut titik (*vertex*) dan sisi (*edge*), dimana sisi merupakan suatu penghubung titik-titik tersebut. Pada sejarahnya, graf pertama kali digunakan pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan Swiss, yaitu Leonhard Euler untuk merampungkan masalah tujuh jembatan Königsberg. Masalah ini melibatkan pencarian rute untuk melintasi ketujuh jembatan tersebut tepat satu kali. Dengan cara memodelkan masalah tersebut ke dalam suatu graf, Euler berhasil merampungkan permasalahan itu. Euler menunjukkan bahwa tidak terdapat rute yang memungkinkan untuk melewati setiap jembatan tepat satu kali dan kembali ke titik awal. Sejak saat itu, teori graf telah berkembang menjadi alat untuk menyelesaikan berbagai permasalahan yang ada pada dunia nyata. [1]

Salah satu perkembangan dalam teori graf adalah studi mengenai pelabelan graf yang pertama kali diperkenalkan oleh Sadlack pada tahun 1964, kemudian dikembangkan oleh Stewart pada tahun 1966, serta dikembangkan lebih lanjut oleh Kotzig dan Rosa pada tahun 1970. Pelabelan graf didefinisikan sebagai pemetaan antara unsur-unsur di graf yaitu titik dan sisi ke suatu bilangan. Berdasarkan domainnya, pelabelan dapat diklasifikasikan menjadi tiga jenis, yaitu pelabelan titik (*vertex labeling*), pelabelan sisi (*edge labeling*), dan pelabelan total (*total labeling*). [2]

Perkembangan mengenai pelabelan graf terus berlanjut sampai sekarang dengan berbagai jenis pelabelan baru yang ditemukan. Pada tahun 2017, Dushyant Tanna, Joe Ryan, dan Andrea Semaničova-Feňovčíková memperkenalkan sebuah konsep baru dari pelabelan total tak teratur, yaitu pelabelan refleksif tak teratur sisi (*edge irregular reflexive labeling*) pada jurnalnya yang berjudul “*Edge Irregular Reflexive Labeling of Prisms and Wheels*”. Dijelaskan bahwa pelabelan- $k$  refleksif

tak teratur sisi merupakan suatu pelabelan dimana setiap sisinya memiliki bobot yang berbeda. Bobot sisi didefinisikan sebagai hasil penjumlahan antara label sisi terkait dengan label kedua titik ujung dari sisi tersebut. Nilai  $k$  terkecil sehingga suatu graf  $G$  memiliki pelabelan- $k$  refleksif tak teratur sisi disebut dengan nilai ketakteraturan refleksif sisi yang dinotasikan dengan  $res(G)$ . [3]

Terdapat beberapa jenis graf khusus, diantaranya adalah graf lintasan  $P_n$  yang didefinisikan sebagai suatu graf sederhana yang berbentuk lintasan tunggal dengan  $n$  buah titik dan  $n - 1$  sisi [4]. Jenis graf khusus lainnya adalah graf *golomb* yang didefinisikan sebagai suatu graf polihedral yang memiliki 10 titik dan 18 sisi [5].

Terdapat beberapa jenis operasi pada graf, salah satunya adalah operasi kali sisir (*comb product*). Hasil kali sisir antara dua buah graf  $G$  dan  $H$  yang dinotasikan dengan  $G \triangleright_o H$  dimana  $o$  merupakan suatu titik di  $H$ , didefinisikan sebagai suatu graf yang dibentuk dengan mengambil satu salinan dari  $G$  dan  $|V(G)|$  salinan dari  $H$ , kemudian menempelkan salinan titik  $o$  dari  $H$  pada setiap titik ke- $i$  dari graf  $G$ . [6]

Graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $G_l$ ) merupakan suatu graf sederhana dan terhubung. Oleh karena itu, nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf tersebut dapat ditentukan dengan menggunakan konsep pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf.

Penelitian mengenai nilai ketakteraturan refleksif sisi antara graf lintasan dan graf *golomb* belum pernah dibahas pada penelitian lainnya. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk meneliti tentang “Nilai Ketakteraturan Refleksif Sisi pada Graf Hasil Kali Sisir antara Graf Lintasan ( $P_n$ ) dan Graf *Golomb* ( $G_l$ )”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana menentukan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf?
2. Bagaimana menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $Gl$ ) dengan  $n \geq 2$ ?

### 1.3 Batasan Masalah

Adapun Batasan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan refleksif tak teratur sisi (*edge irregular reflexive labeling*).
2. Graf yang dikaji adalah graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $Gl$ ) dengan  $n \geq 2$ .

### 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang ada, tujuan dari penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui cara menentukan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf.
2. Mengetahui cara menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $Gl$ ) dengan  $n \geq 2$ .

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menambah pengetahuan yang lebih luas mengenai pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf.
2. Menambah wawasan yang lebih mendalam mengenai penentuan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $Gl$ ) dengan  $n \geq 2$ .

### 1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Studi literatur berupa pengumpulan referensi untuk memperoleh teori-teori yang berkaitan dengan graf yang akan dikaji sebagai penunjang penelitian.
2. Analisis dan simulasi pada graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $Gl$ ) dengan  $n \geq 2$ .

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut.

### BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini dijelaskan mengenai landasan teori yang berisi teori penunjang seperti istilah-istilah yang berhubungan dengan penelitian, serta konsep-konsep yang penting untuk dipahami sebelum penelitian dilakukan.

### BAB III NILAI KETAKTERATURAN REFLEKSIF SISI PADA GRAF HASIL KALI SISIR ANTARA GRAF LINTASAN ( $P_n$ ) DAN GRAF *GOLOMB* ( $Gl$ )

Pada bab ini dijelaskan mengenai permasalahan utama dari penelitian yang dilakukan, yaitu mengenai nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali sisir antara graf lintasan ( $P_n$ ) dan graf *golomb* ( $Gl$ ) dengan  $n \geq 2$ .

### BAB IV PENUTUP

Pada bab ini dijelaskan mengenai kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji, serta berisi saran untuk pembahasan dan pengembangan lebih lanjut terkait pembahasan penelitian ini.