

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang dalam bidang matematika yang berfokus pada kajian mengenai struktur hubungan antar objek, yang dikenal sebagai vertex (simpul), serta edge (sisi) yang menghubungkan objek-objek tersebut. Akar dari teori ini dapat ditelusuri hingga pemecahan permasalahan klasik yang terkenal, yaitu *Seven Bridges of Königsberg*, yang diselesaikan oleh matematikawan asal Swiss, Leonhard Euler, pada tahun 1736 di Jerman. Masalah tersebut berkaitan dengan penentuan rute yang memungkinkan untuk melewati tujuh jembatan di kota Königsberg tanpa melewati jembatan yang sama lebih dari satu kali.

Dengan memodelkan permasalahan ini ke dalam bentuk graf, di mana daratan direpresentasikan sebagai simpul dan jembatan sebagai sisi, Euler berhasil menunjukkan bahwa tidak terdapat rute yang memungkinkan untuk melewati seluruh jembatan tepat satu kali dan kembali ke titik awal. Solusi ini menjadi fondasi awal bagi lahirnya teori graf modern [1]. Sejak saat itu, teori graf berkembang secara pesat dengan kontribusi dari berbagai matematikawan besar lainnya seperti Gustav Kirchhoff, William Hamilton, dan Arthur Cayley. Melalui analisis struktur matematika dari hubungan antara simpul dan sisi, teori graf kini diaplikasikan secara luas di berbagai disiplin ilmu seperti ilmu komputer, jaringan, optimisasi, kimia, dan biologi.

Perkembangan teori graf masih terus berlangsung hingga saat ini, mencakup berbagai konsep penting terkait struktur graf. Sebuah graf, sebagai representasi dari himpunan titik dan sisi yang saling terhubung, dinotasikan sebagai $G = (V, E)$, di mana V adalah himpunan titik dan E adalah himpunan sisi. Salah satu fokus utama dalam perkembangan teori ini adalah kajian mengenai pelabelan graf. Pelabelan graf adalah pemetaan elemen-elemen dalam graf, baik simpul maupun sisi, ke bilangan bulat non-negatif. Terdapat tiga bentuk pelabelan utama: *vertex labeling*, *edge labeling*, dan *total labeling*.

Pada penelitian ini, fokus akan diberikan pada *Edge Reflexive Irregular Labeling*, yang merupakan salah satu jenis pelabelan graf. Sebelum membahas lebih lanjut mengenai nilai ketakteraturan refleksif sisi, terlebih dahulu perlu dipahami

konsep nilai ketakteraturan. Nilai ketakteraturan, atau *irregularity strength*, merupakan nilai k terkecil sehingga graf G memiliki pelabelan- k tak teratur. Oleh karena itu, analisis akan difokuskan pada pelabelan refleksif tak teratur sisi, sebagai bagian dari perkembangan lanjutan dalam teori graf. Langkah awal dalam analisis ini adalah memahami definisi dari nilai ketakteraturan yang menjadi dasar dalam menentukan bentuk pelabelan sisi yang tak teratur.

Kajian mengenai *edge reflexive labeling* telah banyak dilakukan oleh para peneliti. Salah satunya adalah Agustin et al. [2] yang membahas “Nilai refleksif sisi pada beberapa graf yang hampir teratur.” Selain itu, K. K. Yoong et al. [3] juga meneliti refleksif sisi pada graf hasil kali corona dari graf lintasan dan graf bintang.

Berdasarkan penelitian-penelitian terdahulu tersebut, penulis memutuskan untuk mengangkat judul “Nilai Ketakteraturan Refleksif Sisi pada Hasil Kali Corona dari Graf Tangga Miring SL_n dengan Graf Kosong $\overline{K_n}$ ” sebagai topik penelitian.

Beberapa penelitian terdahulu yang relevan dengan topik ini antara lain:

- **Reflexive Edge Strength on Slanting Ladder Graph and Corona of Centipede and Null Graph [4]**

Penelitian ini membahas tentang penentuan nilai refleksif sisi pada graf tangga miring dan hasil kali korona antara graf kelabang dengan graf kosong. Hasil penelitian ini memberikan wawasan tentang bagaimana struktur graf mempengaruhi nilai refleksif sisinya.

- **Note on Edge Irregular Reflexive Labelings of Graphs [5]**

Artikel ini membahas pelabelan tak teratur sisi pada berbagai graf. Penelitian ini membangun landasan teori yang solid untuk memahami konsep tersebut serta penerapannya dalam berbagai struktur graf. Selain itu, artikel ini juga menjadi acuan penting bagi studi lanjutan melalui lema yang digagas oleh Ryan yang kemudian biasanya disebut dengan lema Ryan.

Kedua studi tersebut berperan signifikan dalam memperluas pemahaman tentang konsep *irregular reflexive edge labeling* dan penerapannya pada beragam struktur graf. Meski begitu, belum ada penelitian yang secara khusus mengulas nilai refleksif sisi pada hasil kali korona antara graf tangga miring dan graf kosong. Karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengisi celah tersebut dengan menentukan nilai refleksif sisi pada struktur graf yang dimaksud.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disampaikan diatas, maka penelitian ini memiliki beberapa rumusan masalah yaitu sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan pelabelan refleksif tak teratur sisi dari hasil kali korona graf bintang dengan graf kosong?
2. Bagaimana menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi dari hasil kali korona graf bintang dengan graf kosong?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini, yaitu:

1. Pelabelan yang digunakan adalah edge irregular reflexive labeling atau pelabelan refleksif tak teratur sisi.
2. Menggunakan operasi korona (corona product), dan graf yang akan dikaji adalah hasil kali korona dari graf bintang dengan graf kosong.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang ada, tujuan dari penulisan penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui bagaimana menentukan pelabelan refleksif tak teratur sisi dari hasil kali korona graf bintang dengan graf kosong.
2. Mengetahui bagaimana menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi dari hasil kali korona graf bintang dengan graf kosong.

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan yang lebih luas mengenai pelabelan refleksif tak teratur sisi dari graf bintang dengan graf kosong menggunakan operasi korona (corona product).
2. Menambah pengetahuan dan wawasan mengenai penentuan nilai ketakteraturan refleksif sisi dari hasil kali korona pada graf bintang dengan graf kosong.

1.5 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi teoritis dan studi literatur. Fokus utamanya adalah mengkaji pelabelan refleksif tak teratur sisi pada graf, khususnya pada graf hasil kali *corona* antara graf tangga miring SL_n dan graf kosong $\overline{K_m}$.

Dalam studi literatur, penulis menelusuri berbagai sumber ilmiah yang relevan, termasuk buku teks matematika diskrit, jurnal internasional, dan artikel ilmiah yang membahas teori graf serta pelabelannya. Referensi utama mencakup karya Rinaldi Munir[1], Agustin *et al.*[2], dan Yoong *et al.*[3], yang memberikan landasan teori dan temuan-temuan sebelumnya terkait pelabelan refleksif tak teratur.

Metode analisis yang digunakan bersifat teoritis dan deduktif, yaitu dengan menyusun definisi, lema, dan teorema yang relevan untuk menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali *corona* tersebut. Proses ini meliputi identifikasi struktur graf, perancangan pelabelan, dan pembuktian keabsahan pelabelan yang diajukan.

Langkah-langkah penelitian ini meliputi:

1. Mengkaji definisi dan teori dasar pelabelan graf, khususnya pelabelan refleksif tak teratur sisi.
2. Menganalisis struktur graf tangga miring SL_n , graf kosong $\overline{K_m}$, serta graf hasil kali *corona* dari keduanya.
3. Merancang metode pelabelan yang sesuai dan menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi dari graf hasil kali *corona*.
4. Membuktikan bahwa pelabelan tersebut memenuhi kriteria pelabelan refleksif tak teratur sisi.
5. Mengevaluasi pola atau sifat dari nilai ketakteraturan yang diperoleh untuk berbagai kombinasi m dan n .

Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan wawasan lebih lanjut mengenai sifat pelabelan refleksif tak teratur sisi dan memberikan kontribusi terhadap pengembangan teori graf, khususnya dalam bidang pelabelan graf.

1.6 Sistematika Penelitian

Skripsi ini disusun dalam beberapa bab yang terstruktur secara sistematis agar memudahkan pembaca dalam memahami isi dan alur pembahasan penelitian. Adapun sistematika penulisan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

- **Bab I: Pendahuluan**

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, ruang lingkup penelitian, serta sistematika penulisan skripsi.

- **Bab II: Landasan Teori**

Bab ini membahas teori-teori dasar yang mendukung penelitian, seperti definisi graf, jenis-jenis pelabelan graf, konsep pelabelan tak teratur, serta pelabelan refleksif tak teratur sisi. Bab ini juga mengulas hasil-hasil penelitian terdahulu yang relevan sebagai dasar acuan dalam penelitian ini.

- **Bab III: Hasil dan Pembahasan**

Bab ini berisi tentang analisis dan pembahasan hasil penelitian yang telah dilakukan. Pembahasan akan difokuskan pada hasil-hasil yang diperoleh dari penerapan teori dan metode yang telah dijelaskan pada Bab II, serta pengujian dan analisis nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali korona dari graf bintang dan graf kosong.

- **Bab IV: Implementasi dan Simulasi**

Bab ini menguraikan implementasi dari model atau metode yang telah dikembangkan pada penelitian ini, termasuk langkah-langkah simulasi yang dilakukan untuk memverifikasi teori yang diajukan dalam Bab II dan hasil yang diperoleh pada Bab III.

- **Bab V: Kesimpulan dan Saran**

Bab ini menyimpulkan hasil-hasil utama dari penelitian serta memberikan saran untuk pengembangan penelitian lebih lanjut di masa depan.