

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Permutasi merupakan konsep matematika yang berkaitan dengan pengacakan suatu bilangan. Saat mengacak suatu bilangan, maka akan terlihat *pattern* tertentu. Jika dilihat secara umum, maka contoh *pattern* dapat dilihat pada kitab suci umat Islam yaitu Al-Qur'an. Seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Rashad Khalifa seorang sarjana muslim asal Mesir yang menemukan kode matematika dalam basmalah. Penelitian yang dilakukannya terinspirasi dari Q.S. Al-Muddassir ayat 30 dan 31, yaitu

عَلَيْهَا تِسْعَةَ عَشَرَ ﴿٣٠﴾

Artinya: "Di atasnya ada sembilan belas (malaikat penjaga)."

وَمَا جَعَلْنَا أَصْحَابَ النَّارِ إِلَّا مَلَائِكَةً وَمَا جَعَلْنَا عِدَّتَهُمْ إِلَّا فِتْنَةً لِّلَّذِينَ كَفَرُوا لِيَسْتَوِيَنَّ الَّذِينَ أُوْتُوا الْكِتَابَ وَيُذَادَ الَّذِينَ آمَنُوا إِيمَانًا وَلَا يَرْتَابَ الَّذِينَ أُوْتُوا الْكِتَابَ وَالْمُؤْمِنُونَ وَلِيَقُولَ الَّذِينَ فِي قُلُوبِهِم مَّرَضٌ وَالْكَافِرُونَ مَاذَا أَرَادَ اللَّهُ بِهَذَا مَثَلًا ۗ كَذٰلِكَ يُضِلُّ اللَّهُ مَن يَشَاءُ وَيَهْدِي مَن يَشَاءُ وَمَا يَعْلَمُ جُنُودَ رَبِّكَ إِلَّا هُوَ وَمَا هِيَ إِلَّا ذِكْرٰى لِلْبَشَرِ ﴿٣١﴾

Artinya: "Dan yang Kami jadikan penjaga neraka itu hanya dari malaikat; dan Kami menentukan bilangan mereka itu hanya sebagai cobaan bagi orang-orang kafir, agar orang-orang yang diberi kitab menjadi yakin, agar orang yang beriman bertambah imannya, agar orang-orang yang diberi kitab dan orang-orang mukmin itu tidak ragu-ragu; dan agar orang-orang kafir (berkata), "Apakah yang dikehendaki Allah dengan (bilangan) ini sebagai suatu perumpamaan?" Demikianlah Allah membiarkan sesat orang-orang yang Dia kehendaki dan memberi petunjuk kepada orang-orang yang Dia kehendaki. Dan tidak ada yang mengetahui bala tentara Tuhanmu kecuali Dia sendiri. Dan *Saqar* itu tidak lain hanyalah peringatan bagi manusia."

Dalam ayat tersebut menyebutkan kata *تِسْعَةَ عَشَرَ* yang artinya sembilan belas [13].

Dengan bantuan komputer, Rashad Khalifa menemukan *pattern* dalam Al-Qur'an yang berkaitan dengan 19. Hal ini diawali dengan lafaz *بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ* yang terdapat pada surat Al-Fatihah ayat pertama. Jika dihitung, maka hurufnya berjumlah 19. Jumlah kata *Ismi* (nama), Allah (Allah), *Arrahman* (Maha Pengasih), dan *Arrahim* (Maha Penyayang) yang merupakan pemecahan dari lafaz basmalah

jika dihitung di dalam Al-Qur'an masing-masing jumlahnya dapat dibagi dengan 19. Berikut uraiannya.

- *Ismi*

Disebutkan dalam Al-Qur'an sebanyak 19 kali.

$$19 \div 19 = 1$$

- Allah

Disebutkan dalam Al-Qur'an sebanyak 2698 kali.

$$2698 \div 19 = 142$$

- *Arrahman*

Disebutkan dalam Al-Qur'an sebanyak 57 kali.

$$57 \div 19 = 3$$

- *Arrahim*

Disebutkan dalam Al-Qur'an sebanyak 114 kali.

$$114 \div 19 = 6$$

Dalam uraian di atas, dapat dilihat juga jumlah faktor pengali dari kata-kata tersebut adalah 152 yang dapat dibagi dengan 19 dan menghasilkan angka 8. Kemudian, lafaz basmalah dalam Al-Qur'an yang berjumlah 114 dapat dibagi dengan 19 dan menghasilkan angka 6. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa terdapat *pattern* tertentu dalam Al-Qur'an yang berkaitan dengan 19.

Terdapat juga dalil yang berkaitan dengan konsep *pattern* bilangan, salah satunya pada Q.S. As-Saff ayat 4.

إِنَّ اللَّهَ يُحِبُّ الَّذِينَ يُقَاتِلُونَ فِي سَبِيلِهِ صَفًّا كَأَنَّهُمْ بُنْيَانٌ مَرْصُومٌ ﴿٤﴾

Artinya: "Sesungguhnya Allah mencintai orang-orang yang berperang di jalan-Nya dalam barisan yang teratur, mereka seakan-akan seperti bangunan yang tersusun kokoh."

Walaupun tidak berkaitan secara langsung, pada ayat tersebut ditekankan mengenai keteraturan dalam barisan.

Berdasarkan sejarahnya, permutasi memiliki akar sejarah yang panjang dan berkembang melalui berbagai peradaban. Pada awal 1000 SM, di Tiongkok digunakan *heksagram* dalam *I Ching*. Sistem *I Ching* didasarkan pada dua simbol, yaitu *Yang* (|) dan *Yin* (—) [1]. Simbol tersebut sebagai pembentuk dari *heksagram* yang melibatkan prinsip kombinatorial yang serupa dengan konsep permutasi. Dalam matematika dan islam, seorang kriptografer yang bernama Khalil (717-786 M) menulis buku dengan judul "*Book of Cryptographic Messages*" yang berisi penggunaan permutasi dan kombinasi untuk mencantumkan semua kata Arab yang mungkin dengan dan tanpa vokal [2]. Sekitar tahun 1150 M, di India dikenal aturan untuk menentukan banyaknya permutasi  $n$  objek yang terdapat pada *Lilavati* karya Bhaskara II. Dalam *Lilavati*, disebutkan bahwa hasil perkalian deret aritmatika yang dimulai dan bertambah satu dan dilanjutkan sampai ke banyaknya tempat, akan menghasilkan variasi bilangan dengan angka-angka tertentu [1].

Seiring dengan berkembangnya zaman, begitu pula dengan berkembangnya permutasi. Pada tahun 1968 M, Knuth memperkenalkan mesin *stack-sorting* dan menunjukkan bahwa permutasi dapat diurutkan ke permutasi identitas menggunakan mesin ini jika dan hanya jika *pattern-avoiding* 231 [8]. *Pattern-avoiding* dapat bermanfaat dalam mengefisiensikan pengurutan yang sangat penting dalam implementasi algoritma dan sistem operasi.

Penelitian mengenai "Kelas Permutasi *Pattern-Avoiding* terhadap Grup Simetris  $S_3$  yang Bertanda Seimbang" terdapat pada jurnal yang digunakan sebagai referensi utama dalam penulisan Skripsi ini. Penelitian tersebut dilakukan oleh Junyao Pan dan Pengfei Guo pada tahun 2020 dengan judul "*Sign-Balanced Pattern-Avoiding Permutation Classes*". Dalam jurnalnya dibahas beberapa *pattern*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\} \subseteq S_3$  sedemikian rupa sehingga  $S_n(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$  bertanda seimbang untuk setiap bilangan bulat  $n > 1$ . Skripsi ini merupakan *subset* dari jurnal tersebut karena dalam Skripsi ini batasan yang digunakan dalam *pattern-avoiding* berfokus pada grup simetris  $S_3$ , sedangkan pada jurnal berfokus pada grup simetris  $S_3$  dan  $S_4$ . Walaupun demikian, dalam Skripsi ini dijabarkan secara rinci pembuktian dari setiap lema, proposisi, akibat, dan teorema beserta dengan beberapa contohnya. Kemudian ditambahkan juga program *python* yang dapat digunakan untuk menunjukkan tanda seimbang pada kelas permutasi *pattern-avoiding* dengan sebarang nilai  $n$  dan *pattern* dalam  $S_3$  yang dapat dimasukkan oleh pengguna.

Lebih rincinya, penelitian dalam Skripsi ini akan membahas mengenai kelas permutasi *pattern-avoiding* terhadap grup simetris  $S_3$  yang bertanda

seimbang. Untuk membuktikannya, digunakan lema, proposisi, akibat, dan teorema yang menunjang. Hasil dari penelitian ini akan menunjukkan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan beberapa *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\} \subseteq S_3$ . Akan dibuktikan bahwa untuk setiap  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\} \subseteq S_3$ , jika  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\}$  bertanda seimbang kecuali  $\{132, 213, 231, 312\}$ , maka  $S_n(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$  bertanda seimbang untuk setiap bilangan bulat  $n > 1$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah yang menjadi pembahasan adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2\}$ ?
2. Bagaimana kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4\}$ ?
3. Bagaimana kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_6\}$ ?
4. Bagaimana program *python* yang dapat digunakan untuk menentukan tanda seimbang pada kelas permutasi *pattern-avoiding*?

## 1.3 Batasan Masalah

Penulis membatasi masalah ini berupa:

1. Grup simetris pada *pattern-avoiding* dibatasi untuk  $S_3$ .
2. *Pattern-avoiding* harus bertanda seimbang.
3. Grup simetris pada kelas permutasi dibatasi untuk  $n > 1$ .

## 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang masalah dan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai penulis adalah sebagai berikut.

1. Untuk menentukan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2\}$ .
2. Untuk menentukan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4\}$ .
3. Untuk menentukan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_6\}$ .
4. Didapatkan program *python* yang dapat digunakan untuk menentukan tanda seimbang pada kelas permutasi *pattern-avoiding*.

## 1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam Skripsi ini bersifat studi literatur atau pendekatan teoritis. Pada tahap ini, penulis mengumpulkan materi yang berkaitan dengan pokok bahasan yang bertujuan untuk menyelesaikan rumusan masalah yang telah diuraikan yaitu menentukan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan beberapa *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\} \subseteq S_3$ . Materi-materi tersebut didapatkan dari buku, jurnal, maupun artikel. Pada tahap penelitian, penulis melakukan analisis dari tahap studi literatur dan melakukan percobaan untuk memahami teorema-teorema yang berkaitan untuk menentukan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan beberapa *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\} \subseteq S_3$ .

## 1.6 Sistematika Penulisan

Berdasarkan sistematika penulisan, Skripsi ini terdiri dari empat bab beserta beberapa subbab pada bab tersebut.

## BAB I PENDAHULUAN

Bab I berisi latar belakang masalah dari pemilihan topik Skripsi ini, rumusan masalah yang akan dikaji penulis, batasan masalah sebagai fokus pembahasan, tujuan penelitian yang dilakukan penulis, metode penelitian yang menyatakan cara pendekatan atau metode yang digunakan dalam menyelesaikan Skripsi ini, dan sistematika penulisan untuk memudahkan pembaca dalam mengetahui isi dari Skripsi ini.

## BAB II LANDASAN TEORI

Bab II berisi teori-teori dasar untuk membantu dalam memahami topik Skripsi ini. Teori-teori yang dibahas seperti himpunan, permutasi dan kombinasi, fungsi dan kaitannya dengan permutasi, grup dan grup simetris, *pattern*, *inversion* dan *noninversion*, *direct sum* dan *skew sum*, juga *reversal*, komplemen, dan *invers*.

## BAB III KELAS PERMUTASI *PATTERN-AVOIDING* TERHADAP GRUP SIMETRIS $S_3$ YANG BERTANDA SEIMBANG

Bab III berisi pembahasan utama dari Skripsi ini, yaitu mengenai kelas permutasi *pattern-avoiding* terhadap grup simetris  $S_3$  yang bertanda seimbang. Pembahasannya dimulai dari pengantar yang berisi definisi dan contoh dari kelas permutasi, *pattern-avoiding*, dan tanda seimbang, dilanjutkan dengan contoh kasus sebagai bukti diharuskannya *pattern-avoiding* yang bertanda seimbang. Kemudian dilanjutkan dengan lema-lema penunjang, proposisi, akibat, dan teorema untuk menentukan kelas permutasi *pattern-avoiding* bertanda seimbang dengan beberapa *pattern-avoiding*  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\} \subseteq S_3$ . Kemudian ditambahkan juga program *python* yang dapat digunakan untuk menentukan tanda seimbang pada kelas permutasi *pattern-avoiding* dengan sebarang nilai  $n$  dan *pattern* dalam  $S_3$  yang dapat dimasukkan oleh pengguna.

## BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan yang didapatkan dari hasil analisis pada Bab III dan menjawab apa yang telah dinyatakan dalam tujuan dari Skripsi ini, sedangkan saran berisi hal-hal yang mungkin dilakukan dalam pengembangan penelitian selanjutnya.