

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matriks dan vektor merupakan bahasan mendasar dalam topik aljabar linear. Matriks didefinisikan sebagai sekumpulan angka yang tersusun dalam baris dan kolom sehingga membentuk persegi panjang. Sementara itu, vektor dalam ruang vektor $\mathbb{R}^n$ dapat didefinisikan sebagai barisan terurut yang terdiri dari n bilangan real [1]. Selain itu, sistem persamaan linear juga menjadi konsep dasar yang dipelajari dalam aljabar linear, khususnya dalam pembahasan mengenai solusi dari sistem tersebut. Sistem persamaan linear adalah himpunan persamaan linear dengan, di mana pangkat tertinggi dari setiap variabelnya adalah satu [1, 2].

Salah satu operasi dalam analisis vektor adalah *cross product*. Operasi ini umumnya hanya didefinisikan di $\mathbb{R}^3$ [1, 3, 4]. Seiring waktu, perumuman *cross product* ke dimensi yang lebih tinggi semakin banyak dikaji, sebagaimana dibahas dalam beberapa penelitian sebelumnya [5–9]. Perumuman *cross product* melibatkan $n - 1$ vektor di $\mathbb{R}^n$ dan menghasilkan suatu vektor yang tegak lurus terhadap $n - 1$ vektor pembangunnya. Namun, masih sedikit penelitian yang memperlihatkan apakah sifat-sifat *cross product* di $\mathbb{R}^3$ tetap berlaku pada bentuk perumumannya di ruang vektor $\mathbb{R}^n$.

Perumuman *cross product* dapat diterapkan dalam perumusan aturan Cramer dan bentuk reduksinya untuk menyelesaikan sistem persamaan linear [7, 8]. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Gabriel Cramer pada tahun 1750, dengan menggunakan konsep determinan yang telah dikembangkan oleh Wilhelm Leibniz pada akhir abad ke-17. Namun, perumusan aturan Cramer dan reduksinya melalui perumuman *cross product* masih terbatas pada sistem berukuran $n \times n$.

Dengan demikian, penulis tertarik untuk mengembangkan penerapan dari perumuman *cross product* dalam penyelesaian sistem persamaan linear berukuran $m \times n$ menggunakan aturan Cramer dan reduksinya melalui penelitian yang berjudul "Penerapan Perumuman *Cross Product* dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear $m \times n$ Menggunakan Reduksi Aturan Cramer".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana sifat-sifat dari perumuman *cross product* di $\mathbb{R}^n$?
2. Bagaimana penerapan dari perumuman *cross product* dalam penyelesaian sistem persamaan linear $m \times n$ menggunakan aturan Cramer?
3. Bagaimana penerapan modifikasi dari perumuman *cross product* dalam penyelesaian sistem persamaan linear $m \times n$ menggunakan reduksi aturan Cramer?

1.3 Batasan Masalah

Agar penelitian tetap terfokus, diperlukan beberapa batasan masalah, di antaranya:

1. Perumuman *cross product* yang dibahas merupakan *cross product* untuk $n - 1$ vektor dalam ruang berdimensi n .
2. Sifat-sifat perumuman *cross product* di $\mathbb{R}^n$ merujuk pada sifat-sifat *cross product* di $\mathbb{R}^3$.
3. Sistem persamaan linear yang dibahas adalah sistem *underdetermined* dan sistem *overdetermined*.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menjelaskan bagaimana sifat-sifat dari perumuman *cross product* di $\mathbb{R}^n$.
2. Menganalisis bagaimana penerapan dari perumuman *cross product* dalam penyelesaian sistem persamaan linear $m \times n$ menggunakan aturan Cramer.
3. Menganalisis bagaimana penerapan modifikasi dari perumuman *cross product* dalam penyelesaian sistem persamaan linear $m \times n$ menggunakan reduksi aturan Cramer.

1.5 Metode Penelitian

Tahap pertama penelitian ini adalah studi literatur mengenai sistem persamaan linear, aturan Cramer, dan konsep *cross product* dalam aljabar linear. Studi literatur ini bertujuan untuk memahami perkembangan metode yang telah ada serta mengeksplorasi kemungkinan pengembangan aturan Cramer dan reduksinya untuk sistem persamaan linear $m \times n$ melalui konsep dari perumuman *cross product*.

Pada tahap analisis, penulis akan mengkaji sifat-sifat dari perumuman *cross product* di $\mathbb{R}^n$ dengan merujuk pada sifat-sifat untuk *cross product* di $\mathbb{R}^3$. Selanjutnya, penulis akan membahas penerapan perumuman *cross product* dalam penyelesaian sistem persamaan linear berukuran $m \times n$ menggunakan aturan Cramer dan bentuk reduksinya, baik untuk sistem *underdetermined* maupun *overdetermined*.

1.6 Sistematika Penulisan

Skripsi ini disusun secara sistematis guna menyajikan pembahasan secara terstruktur dan mudah dipahami. Adapun sistematika penulisan yang diterapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bagian pertama, akan diuraikan mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bagian kedua membahas landasan teori yang meliputi sistem persamaan linear, matriks, determinan, aturan Cramer dan reduksinya, ruang vektor umum, serta sistem *overdetermined* dan *underdetermined*.

BAB III PEMBAHASAN

Bagian ketiga membahas sifat *cross product* di $\mathbb{R}^n$ dan penerapan perumuman *cross product* dalam perumusan aturan Cramer dan reduksinya sistem *underdetermined* dan *overdetermined*.

BAB IV PENUTUP

Bagian keempat memuat kesimpulan penelitian dan saran untuk penelitian selanjutnya yang relevan.