

## ABSTRAK

**Nama : Anggi Putri Anggraeni**

**NIM : 1217010016**

**Judul : Kontrol Optimal Model Efek Kombinasi Infeksi Hepatitis B dan Konsumsi Alkohol Berat pada Dinamika Sirosis Hati**

Sirosis hati merupakan tahap akhir dari kerusakan hati kronis yang menyebabkan organ hati kehilangan fungsi normalnya. Dua faktor utama yang mengakibatkan sirosis hati adalah infeksi *Hepatitis B Virus* (HBV) dan konsumsi alkohol berat dalam jangka panjang. Penelitian ini mengembangkan model matematika *SEICRS* (*Susceptible–Exposed–Infected–Cirrhotic–Recovered–Susceptible*) untuk merepresentasikan dinamika penyebaran sirosis hati dalam populasi, dengan mempertimbangkan pengaruh konsumsi alkohol yang dimodelkan mengikuti pendekatan logistik. Untuk model tanpa kontrol, dilakukan analisis titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik. Bilangan reproduksi dasar ( $\mathcal{R}_0$ ) dihitung menggunakan metode *Next Generation Matrix* (NGM). Kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dianalisis menggunakan Teorema Castillo-Chavez, sedangkan kestabilan titik kesetimbangan endemik dianalisis menggunakan pendekatan fungsi Lyapunov dan *LaSalle's Invariant Principle*. Selain itu, strategi pengendalian dilakukan melalui kontrol optimal berupa edukasi masyarakat, vaksinasi HBV, dan pengobatan terhadap individu sirosis hati. Solusi kontrol diperoleh dengan menggunakan *Pontryagin's Maximum Principle* dan disimulasikan dengan *Forward and Backward Sweep Method* (FBSM) berbasis skema integrasi Euler. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penerapan kontrol optimal mampu menekan puncak kasus infeksi aktif hingga 50% dan kasus sirosis hati hingga 79,4% dibandingkan kondisi tanpa kontrol. Dinamika kontrol menunjukkan bahwa edukasi masyarakat perlu dipertahankan maksimal selama 25 tahun pertama, pengobatan sirosis hati diterapkan pada 9 tahun pertama untuk menekan komplikasi berat, sedangkan vaksinasi meningkat bertahap dan mencapai puncak pada tahun ke-27 sebagai perlindungan tambahan bagi populasi rentan. Strategi kombinasi ini terbukti efektif mengarahkan sistem menuju kondisi bebas penyakit dalam jangka panjang.

**Kata Kunci:** Sirosis Hati, Castillo-Chavez, Fungsi Lyapunov, *LaSalle's Invariant Principle*, Kontrol Optimal.

## ABSTRACT

**Name** : Anggi Putri Anggraeni

**NIM** : 1217010016

**Title** : *Optimal Control of the Combined Effects Model of Hepatitis B Infection and Heavy Alcohol Consumption on the Dynamics of Liver Cirrhosis*

Liver cirrhosis represents the final stage of chronic liver damage, causing loss of normal liver function. Two major factors contributing to cirrhosis are Hepatitis B Virus (HBV) infection and prolonged heavy alcohol consumption. This study develops a mathematical SEICRS model (Susceptible–Exposed–Infected–Cirrhotic–Recovered–Susceptible) to represent the dynamics of liver cirrhosis transmission in a population, incorporating alcohol consumption modeled using a logistic approach. For the uncontrolled model, disease-free and endemic equilibrium points are analyzed. The basic reproduction number ( $\mathcal{R}_0$ ) is calculated using the Next Generation Matrix (NGM) method. Global stability of the disease-free equilibrium is analyzed with the Castillo-Chavez Theorem, while the endemic equilibrium is examined using the Lyapunov function approach and LaSalle's Invariant Principle. Furthermore, a control strategy is implemented through optimal control involving public education, HBV vaccination, and treatment for cirrhosis patients. The optimal control solution is derived using Pontryagin's Maximum Principle and simulated with the Forward and Backward Sweep Method (FBSM) based on the Euler scheme. The simulation results show that the implementation of optimal control is able to suppress the peak of active infection cases by 50% and liver cirrhosis cases by 79.4% compared to the condition without control. Control dynamics show community education is maintained at maximum for the first 25 years, liver cirrhosis treatment is applied during the first 9 years to suppress complications, while vaccination gradually increases, peaking in year 27 as additional protection for the susceptible population. This combined strategy effectively guides the system toward a disease-free condition in the long term.

**Keywords:** Liver Cirrhosis, Castillo-Chavez, Lyapunov Function, LaSalle's Invariant Principle, Optimal Control.