

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu kajian kompleks dalam bidang matematika yang berkembang dalam kajian murni dan terapan. Berbagai bidang yang menggunakan teori graf diantaranya bidang transportasi, kimia, rangkaian listrik, dan lain-lain. Sebelum terjadinya perkembangan dan penerapan, teori graf ini berawal dari Kasus Jembatan Konisberg pada tahun 1736 yang diselesaikan menggunakan konsep graf. Masalah ini diselesaikan oleh matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler. Euler mempelajari masalah ini menggunakan multigraf ketika keempat wilayah diwakili oleh titik dan jembatan diwakili oleh sisi. [1]

Teori graf terus berkembang terumana oleh matematikawan dalam bidang terapan. Teori graf terus dikembangkan oleh D.Konig dengan cara membentuk buku yang berisi hasil pemikiran para ahli, kemudian buku tersebut diterbitkan pada tahun 1936. Pada tahun 1957 buku dalam bidang ini dinamakan (*Konigs Theorie Endlichen und Unendlichen Graphen.*)[2]

Sebuah Graf  $G = (V, E)$  terdiri dari  $V$ , sebuah himpunan titik yang tidak kosong dan  $E$  sebuah himpunan sisi. Setiap sisi memiliki satu atau dua titik yang terkait dengan sisi tersebut, yang disebut titik ujung [1]. Graf juga didefinisikan sebagai pasangan terurut dua himpunan yang dinotasikan dengan  $G = (V, E)$  dimana  $V$  merupakan himpunan titik yang tak kosong dan  $E$  himpunan sisi berhingga yang mungkin kosong. [3] Perkembangan teori graf dalam kajian murni salah satunya adalah dalam pelabelan graf yang dikaji sejak tahun 1960-an dan diperkenalkan pertama kali oleh Sadlack (1964), selanjutnya dikembangkan oleh Sicwart (1966), Kotzig dan Rosa (1967). Pelabelan graf merupakan suatu fungsi yang menghubungkan elemen-elemen pada graf (titik atau sisi) dengan bilangan bulat tak negatif. [4]

Terdapat tiga jenis pelabelan yaitu pelabelan titik, sisi, dan total. Salah satu dari jenis pelabelan tersebut, yaitu pelabelan total berkembang menjadi pelabelan total takteratur yang diperkenalkan oleh Martin Baca dkk pada tahun 2007. Dalam buku Gallian (2011), ditemukan banyak penelitian tentang pelabelan total tak teratur sisi. Salah satu diantaranya adalah Indriati dkk. (2015) yang meneliti tentang nilai ketakteraturan sisi total pada graf web dan graf-graf terkait. [5]

Jenis pelabelan tersebut terus berkembang, salah satu perkembangannya pada pelabelan sisi yaitu pelabelan refleksif tak teratur sisi. Dalam kajian graf juga terdapat jenis-jenis operasinya yaitu operasi gabungan, tambah, kali kartesius, *corona*, dan *comb*. Adapun beberapa penelitian yang menggunakan operasi *comb* yaitu :

- 1) Graf hasil operasi *comb* antara graf lintasan dengan graf berlian.
- 2) Graf hasil operasi *comb* antara graf lintasan dengan graf lingkaran.
- 3) Graf hasil operasi *comb* antara graf lintasan dengan graf lintasan.
- 4) Graf hasil operasi *comb* antara graf lintasan dengan graf roda bergerigi.
- 5) Graf hasil operasi *comb* antara graf lingkaran dengan graf matahari.

Graf-graf di atas merupakan hasil kajian para ahli dalam bidang graf dengan berbagai pengkajian seperti pelabelan refleksif tak teratur sisi, pelabelan refleksif tak teratur titik, pelabelan *gracefull*, dan lain-lain.

Pelabelan graf telah banyak sekali dikaji oleh para ahli di bidangnya, tetapi penulis tertarik dengan salah satu dari perkembangan pelabelan yaitu pelabelan refleksif tak teratur sisi dengan suatu graf menggunakan operasi *comb*, sehingga penulis ingin mengkaji dalam tugas akhir skripsi dengan judul “Nilai Ketakteraturan Refleksif Sisi pada Graf Hasil Kali *Comb* antara Graf Lintasan ( $P_n$ ) dengan Graf Prisma ( $D_{m,2}$ )”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latarbelakang masalah di atas, penulis dapat merumuskan masalah sebagai berikut :

- a. Bagaimana menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada suatu graf?

- b. Bagaimana menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali *comb* antara graf lintasan  $P_n$  dengan graf prisma  $D_{m,2}$ ?

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah skripsi ini adalah :

- a. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan refleksif tak teratur sisi.
- b. Graf yang dikaji terbatas pada graf hasil kali *comb* antara graf lintasan  $P_n$  dengan graf prisma  $D_{m,2}$

### 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, penelitian ini bertujuan untuk :

- a. Mengetahui cara menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada suatu graf
- b. Mengetahui cara menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf pada graf hasil kali *comb* antara graf lintasan  $P_n$  dengan graf prisma  $D_{m,2}$

### 1.5 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan dua metode penelitian, yaitu metode studi literatur dan analisis. Pada metode studi literatur, penulis mengumpulkan referensi yang berhubungan dengan penelitian sebagai penunjang penelitian. Tentunya referensi yang digunakan yaitu tentang kajian teori graf, terutama dalam pengkajian nilai ketakteraturan refleksif sisi pada suatu graf.

Pada tahap analisis, penulis menentukan pola pelabelan untuk menghasilkan rumus yang sesuai dengan pola tersebut. Kemudian menyesuaikan nilai ketakteraturan dengan rumus pada lemma dan pola, mencoba pelabelan pada setiap titik dan sisi dan mencari bobot setiap sisi dengan dipastikan bobot setiap sisi nya berbeda.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam skripsi ini terdiri dari beberapa bab sebagai berikut:

### I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan ini, berisi latarbelakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian, dan sistematika penulisan.

### II LANDASAN TEORI

Pada bab ini, berisi tentang teori-teori yang menjadi landasan pada pengkajian skripsi ini. Landasan teori ini mencakup konsep-konsep dalam penelitian, seperti himpunan, fungsi, aritmetika modulo, hal-hal yang berkaitan dengan graf, dan pelabelan graf.

### III NILAI KETAKTERATURAN REFLEKSIF SISI PADA GRAF HASIL KALI COMB ANTARA GRAF LINTASAN DENGAN GRAF PRISMA

Pada bab ini dijelaskan mengenai nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali *comb* antara graf prisma dengan graf lintasan disertakan dengan contohnya.

### IV PENUTUP

Bab ini merupakan bab akhir dari skripsi, sehingga pembahasan yang disajikan di dalamnya berisi Kesimpulan dari hasil pembahasan yang sudah dikaji pada bab sebelumnya. Selain itu, saran dari penulis untuk pembahasan ini juga dicantumkan pada bab ini yang bertujuan agar penelitian selanjutnya lebih baik dan lebih berkembang.