

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matriks adalah himpunan bilangan real atau bilangan kompleks yang tersusun berbentuk persegi atau persegi panjang berdasarkan aturan baris dan kolom. Setiap bilangan dalam suatu matriks disebut sebagai entri dalam suatu matriks. Matriks  $A = [a_{ij}]$  yang menyatakan sebagai entri pada baris ke- $i$  dan kolom ke- $j$ [1].

Matriks memiliki jenis matriks simetris yakni matriks persegi berukuran  $n \times n$  yang sama dengan hasil transpos matriksnya atau secara umum suatu matriks  $A$  dikatakan matriks simetris jika  $A = A^T$ [2]. Sedangkan matriks pentadiagonal adalah suatu matriks di mana entri bukan nol terdapat pada diagonal utama, dua diagonal di atas diagonal utama, dan dua diagonal di bawah diagonal utama[3]. Dengan demikian matriks simetris pentadiagonal  $A$  adalah suatu matriks pentadiagonal yang memenuhi  $A = A^T$ .

Matriks pentadiagonal dapat dibentuk dengan *doubly stochastic* (stokastik ganda). Matriks stokastik ganda adalah matriks persegi dengan entri-entri matriks tersebut suatu bilangan real non-negatif dengan syarat setiap entri baris dan entri kolom berjumlah 1[4]. Matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda dapat ditunjukkan menjadi matriks positif lengkap. Matriks positif lengkap adalah suatu matriks real  $A_{n \times n}$  disebut positif lengkap jika dapat didekomposisikan sebagai  $A = VV^T$ , di mana  $V$  adalah matriks  $n \times k$  dengan entri-entri yang semuanya non-negatif.[5].

Penelitian ini berfokus pada kajian matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda yang akan dibentuk menjadi matriks positif lengkap. Serta matriks positif lengkap tersebut berkaitan dengan Dekomposisi Cholesky. Suatu matriks real simetris positif definit  $A_{n \times n}$  dapat didekomposisikan sebagai  $A = LL^T$  di mana  $L$  adalah matriks segitiga bawah dengan elemen diagonal positif disebut Dekomposisi Cholesky[6]. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji lebih lanjut matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda untuk menunjukkan positif lengkap

melalui pendekatan konstruksi, analisis, dan contoh-contoh khusus dan teorema matriks yang sudah dikenal dan diketahui, serta kaitannya dengan Dekomposisi Cholesky.

Berdasarkan latar belakang tersebut maka penelitian tugas akhir skripsi ini berjudul “Positif Lengkap Matriks Simetris Pentadiagonal Stokastik Ganda serta Kaitannya dengan Dekomposisi Cholesky.”

Dengan demikian, Penelitian ini dapat melengkapi dan menambah kajian literatur mengenai aljabar dan memberikan wawasan baru terkait Dekomposisi Cholesky dari suatu matriks untuk menjadi bahan aplikasi baru suatu matriks di berbagai cabang ilmu pengetahuan.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang telah dituliskan pada penelitian ini, terdapat rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkonstruksi matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda yang positif lengkap?
2. Bagaimana keterkaitan antara dekomposisi matriks positif lengkap dengan Dekomposisi Cholesky?

## **1.3 Batasan Masalah**

Batasan masalah diperlukan agar memfokuskan dan mengarahkan penelitian lebih terstruktur. Berikut adalah batasan masalah dari penelitian ini:

1. Penelitian ini membatasi pembahasan pada matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda.
2. Pembahasan difokuskan pada matriks semidefinit positif dan definit positif.
3. Konstruksi dan dekomposisi yang digunakan difokuskan pada algoritma rekursif, matriks blok, dan konstruksi alternatif pada matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda untuk menunjukkan positif lengkap.
4. Dekomposisi Cholesky yang digunakan dibatasi pada matriks definit positif dengan nilai eigen tak negatif.
5. Memandang keterkaitan dekomposisi positif lengkap dan Dekomposisi Cholesky pada hasilnya.

## **1.4 Tujuan**

Tujuan dalam penelitian ini, adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui cara konstruksi matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda dan berbagai kasus untuk matriks positif lengkap.
2. Mengidentifikasi keterkaitan antara dekomposisi matriks positif lengkap dengan Dekomposisi Cholesky.

## **1.5 Metode Penelitian**

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

### **1. Studi Literatur**

Pada tahapan ini, mengidentifikasi masalah dan mengumpulkan referensi yang dibutuhkan sebagai data untuk mendukung penelitian ini mengenai masalah matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda, matriks positif lengkap, dan Dekomposisi Cholesky dari berbagai sumber seperti buku, paper, skripsi, dan referensi lainnya.

### **2. Analisis**

Pada tahap ini, pengkajian lebih mendalam tentang positif lengkap matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda dengan konstruksi algoritma rekursif, dan dengan Dekomposisi Cholesky untuk menunjukkan matriks tersebut adalah positif lengkap melalui berbagai contoh numerik.

## **1.6 Sistematika Penulisan**

Sistematika penulisan penelitian ini sebagai berikut :

## BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

## BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi penjelasan tentang teori-teori yang menjadi pendukung penelitian ini seperti teori matriks, nilai eigen, dan dekomposisi.

## BAB III POSITIF LENGKAP MATRIKS SIMETRIS PENTADIAGONAL STOKASTIK GANDA SERTA KAITANNYA DENGAN DEKOMPOSISI CHOLESKY

Bab ini berisi tentang konstruksi persamaan algoritma rekursif serta contoh numerik kasus matriks simetris pentadiagonal stokastik ganda untuk menunjukkan positif lengkap, dan keterkaitannya positif lengkap dengan Dekomposisi Cholesky.

## BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dianalisis dan juga terdapat saran untuk perluasan penelitian selanjutnya.

