

# BAB 1

## PENDAHULUAN

Bagian ini membahas pendekatan Teorema *Sandwich* untuk memperoleh Teorema Hyers-Ulam dalam fungsi konveks, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### 1.1 Latar Belakang

Analisis adalah cabang ilmu matematika yang mengalami perkembangan terus menerus. Perkembangan ini terjadi sekitar delapan puluh empat tahun yang lalu ketika para matematikawan mulai memasukkan teori batas, kontinuitas, dan diferensiasi ke dalam ruang abstrak seperti ruang metrik dan normed. Perkembangan ini menghasilkan topik penting seperti pertidaksamaan fungsional. Pertanyaan ini pertama kali diajukan oleh Stanisław Ulam pada tahun 1940 dalam suatu pertemuan ilmiah.

Kestabilan pertidaksamaan fungsional merupakan salah satu cabang penting dalam analisis matematika yang berkembang pesat sejak pertengahan abad ke-20. Permasalahan ini pertama kali diperkenalkan oleh Stanisław Ulam pada tahun 1940, di mana ia mempertanyakan sejauh mana sebuah fungsi yang hampir memenuhi pertidaksamaan fungsional tertentu masih dapat dianggap dekat dengan fungsi yang benar-benar memenuhi pertidaksamaan. Pertanyaan ini kemudian dijawab oleh Donald Holmes Hyers pada tahun 1941 yang kemudian dikenal sebagai Teorema Hyers-Ulam. Sejak saat itu, penelitian tentang pertidaksamaan fungsional berkembang pesat, baik untuk persamaan atau pertidaksamaan linear maupun non-linear.

Seiring berjalannya waktu, penelitian mengenai pertidaksamaan fungsional tidak hanya terbatas pada bentuk pertidaksamaan linear dan non-linear, tetapi juga diperluas ke berbagai bentuk pertidaksamaan lainnya, salah satunya adalah pertidaksamaan fungsi konveks. Fungsi konveks memiliki peran penting dalam berbagai bidang seperti optimasi, ekonomi, dan teori kontrol. Sehingga kestabilan pertidaksamaan fungsional pada fungsi konveks menjadi topik yang relevan untuk diteliti.

Salah satu pendekatan yang digunakan adalah Teorema *Sandwich*. Teorema ini

menyatakan bahwa jika suatu fungsi dibatasi oleh dua fungsi lain yang konvergen pada titik-titik tertentu, maka fungsi tersebut juga memiliki sifat konvergensi yang serupa. Pendekatan ini efektif dalam membuktikan fungsi konveks, karena sifat dasar dari fungsi konveks yang secara alami dapat dibatasi oleh fungsi linear di atas dan di bawahnya.

Melalui pendekatan Teorema *Sandwich*, diharapkan dapat diperoleh bentuk generalisasi baru dari Teorema Hyers-Ulam pada fungsi konveks yang tidak hanya berlaku untuk fungsi linear tetapi juga untuk kelas fungsi yang lebih luas. Hal ini tidak hanya memberikan kontribusi teoritis dalam analisis pertidaksamaan fungsional, tetapi juga dapat memperluas aplikasi praktisnya dalam berbagai bidang yang memanfaatkan model-model berbasis fungsi konveks.

Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan pendekatan Teorema *Sandwich* dalam memperoleh hasil kestabilan Hyers-Ulam untuk fungsi konveks.

## 1.2 Rumusan Masalah

Beberapa rumusan masalah penelitian ini dibuat berdasarkan latar belakang sebagai berikut:

1. Bagaimana membuktikan ketaksamaan  $f(tx + (1-t)y) \leq tg(x) + (1-t)g(y)$  dengan keberadaan fungsi konveks  $h$  yang memenuhi  $f \leq h \leq g$ ?
2. Bagaimana teorema *Sandwich* terkait dengan Teorema Hyers-Ulam pada fungsi konveks yang mendekati konveks?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Fungsi  $f$ ,  $h$  dan  $g$  diasumsikan sebagai fungsi riil terbatas.
2. Teorema Hyers-Ulam pada fungsi konveks.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah saat ini, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Membuktikan Teorema yang menghubungkan ketaksamaan  $f(tx + (1-t)y) \leq tg(x) + (1-t)g(y)$  dengan keberadaan fungsi konveks  $h$  yang memenuhi  $f \leq h \leq g$ .

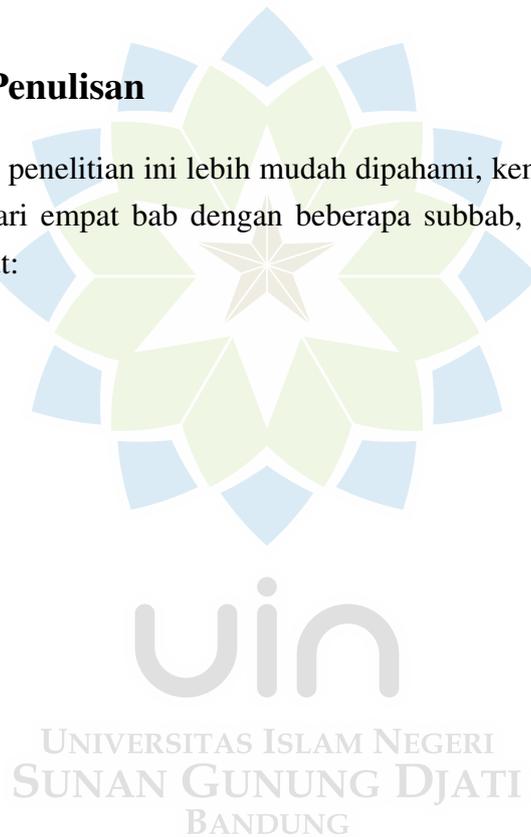
2. Mendapatkan Teorema Hyers-Ulam pada fungsi konveks yang mendekati konveks dengan menggunakan pendekatan Teorema *Sandwich*.

## 1.5 Metode Penelitian

Dalam proses penelitian ini, metode yang digunakan ialah tinjauan pustaka, dengan mencari informasi dan literatur yang berkaitan dengan Teorema *Sandwich* dan Teorema Hyers-Ulam dari artikel, buku, jurnal internasional, dan sumber lain yang relevan. Penelitian ini didasarkan pada jurnal yang berjudul *A sandwich with segment convexity* yang ditulis oleh Mihaly Bessenyei, David Cs. Kertesz, dan Rezso L. Lovas yang dipublikasikan pada 27 Februari 2021 [1].

## 1.6 Sistematika Penulisan

Untuk membuat penelitian ini lebih mudah dipahami, kemudian disusun menjadi bab-bab yang terdiri dari empat bab dengan beberapa subbab, masing-masing dengan rumusan sebagai berikut:



- BAB 1**            **PENDAHULUAN**  
Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.
- BAB 2**            **LANDASAN TEORI**  
Bab ini berisi landasan teori yang menjadi dasar masalah yang akan dibahas yakni himpunan, fungsi, himpunan terbatas, fungsi terbatas, himpunan konveks, fungsi konveks, konveks hull, epigraf, ruang vektor, Teorema *Sandwich* dan Teorema Hyers-Ulam.
- BAB 3**            **PENDEKATAN TEOREMA SANDWICH UNTUK  
MEMPEROLEH TEOREMA HYERS-ULAM PADA  
FUNGSI KONVEKS**  
Bab ini berisi tentang pembuktian Teorema *Sandwich* untuk memperoleh Teorema Hyers-Ulam pada fungsi konveks.
- BAB 4**            **KESIMPULAN DAN SARAN**  
Bab ini mencakup hasil diskusi dan saran untuk penelitian selanjutnya.

