

# ABSTRAK

**Nama : Rifa Soviatul Wahidah**

**NIM : 1217010059**

**Judul : Permutasi  $S_n$  Yang Menghindari Rantai Pola  $(\tau_1 : \tau_2)$  Untuk Setiap  $\tau \in S_3$**

Permutasi adalah susunan ulang elemen suatu himpunan dalam urutan tertentu. Salah satu kajian yang berkembang dalam studi permutasi adalah *pattern avoidance* atau penghindaran pola, yaitu ketika suatu permutasi tidak mengandung subpermutasi yang memiliki urutan relatif sama dengan pola tertentu. Perkembangan terbaru dari konsep ini adalah *chain pattern avoidance*, di mana penghindaran pola diterapkan tidak hanya pada permutasi itu sendiri, tetapi juga pada pangkat-pangkatnya secara berurutan. Rantai pola  $(\tau_1 : \tau_2)$  berarti permutasi  $\pi$  harus menghindari  $\tau_1$  dan pangkat keduanya  $\pi^2$  menghindari  $\tau_2$ . Kajian terdahulu masih terbatas pada sebagian pola di  $S_3$ , sehingga diperlukan analisis menyeluruh yang mencakup semua pasangan pola dalam himpunan tersebut.

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi karakteristik dari permutasi yang menghindari rantai pola  $(\tau_1 : \tau_2)$  dengan  $\tau \in S_3$ , menghitung jumlah permutasi penghindarnya  $C_n(\tau_1 : \tau_2)$  untuk  $3 \leq n \leq 10$ , serta menganalisis pengaruh operasi *invers* terhadap jumlah tersebut. Metode yang digunakan meliputi studi literatur dan Analisis pembuktian teorema, dan enumerasi langsung.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlah permutasi yang menghindari rantai pola  $(\tau_1 : \tau_2)$  memiliki kecenderungan nilai yang berulang untuk berbagai kombinasi rantai pola  $(\tau_1 : \tau_2)$ . Beberapa jenis permutasi, seperti permutasi identitas dan permutasi berorde dua, terbukti secara khusus menghindari kelas permutasi tertentu dari rantai pola  $(\tau_1 : \tau_2)$ . Ditemukan juga bahwa operasi *invers* tidak memengaruhi jumlah penghindar, sehingga banyak pasangan rantai pola memiliki nilai yang identik. Enumerasi yang dilakukan menghasilkan tabel lengkap  $C_n(\tau_1 : \tau_2)$  dengan  $n \leq 10$  pada seluruh pasangan pola di  $S_3$ , yang sekaligus memperlihatkan hubungan simetri antar pola.

**Kata Kunci:** Permutasi, Penghindaran Pola, Rantai Pola, Kombinatorika.

# ABSTRACT

**Name : Rifa Soviatul Wahidah**

**NIM : 1217010059**

**Title : Permutation  $S_n$  That Avoids Chain Pattern  $(\tau_1 : \tau_2)$  For Every  $\tau \in S_3$**

Permutations are the arrangements of elements in a set in a particular order. One of the studies that has been developing in the field of permutations is pattern avoidance, which is when a permutation does not contain a sub-permutation with the same relative order as a certain pattern. A recent development of this concept is chain pattern avoidance, where pattern avoidance is applied not only to the permutation itself but also to its ranks simultaneously. A chain pattern  $(\tau_1 : \tau_2)$  means that the permutation  $\pi$  must avoid  $\tau_1$  and its square  $\pi^2$  must avoid  $\tau_2$ . Previous studies were still limited to a subset of patterns in  $S_3$ , which requires a comprehensive analysis that includes all pairs of patterns in the set.

This research aims to identify the characteristics of permutations that avoid a chain pattern  $(\tau_1 : \tau_2)$  with  $\tau \in S_3$ , calculate the number of permutations that avoid the chain pattern  $C_n(\tau_1 : \tau_2)$  for  $3 \leq n \leq 10$ , and analyze the effect of the inverse operation on the number of such permutations. The methods used include a literature study and a theorem analysis and proof, as well as direct enumeration.

The research results show that the number of permutations that avoid a chain pattern  $(\tau_1 : \tau_2)$  tends to have repeating values for various combinations of chain patterns  $(\tau_1 : \tau_2)$ . Some types of permutations, such as identity permutations and permutations of order two, are specifically proven to avoid a certain class of permutations from the chain pattern  $(\tau_1 : \tau_2)$ . It was also found that the inverse operation does not affect the number of permutations that avoid the chain pattern, so many pairs of chain patterns have identical values. The enumeration was performed to produce a complete table of  $C_n(\tau_1 : \tau_2)$  with  $n \leq 10$  for all pairs of patterns in  $S_3$ , which also shows the symmetrical relationship between interpattern combinations.

**Keywords:** Permutation, Pattern Avoidance, Chain Pattern, Combinatorics.