

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Permutasi merupakan susunan ulang dari suatu himpunan elemen dalam urutan tertentu[1]. Salah satu aspek menarik dalam studi permutasi adalah *pattern avoidance* atau penghindaran pola. Jika suatu permutasi $\pi \in S_n$ mengandung pola $\tau \in S_k$, maka ada subpermutasi dari π yang memiliki urutan relative yang sama dengan pola τ . Sebaliknya, jika permutasi tidak mengandung pola tersebut, maka permutasi tersebut dikatakan menghindari pola τ .

Studi mengenai permutasi dan *pattern avoidance* pertama kali diperkenalkan oleh Donald E. Knuth pada tahun 1968 dalam bukunya yang berjudul "*The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms*", ia menghubungkan proses penyortiran menggunakan stack dengan permutasi yang menghindari pola 231. Penelitian tersebut menjadi dasar bagi pengembangan teori *pattern avoidance* yang lebih luas [2]. Pada tahun 1980-an, Simion dan Schmidt memperluas konsep ini dengan menghubungkannya dengan Bilangan Catalan dan Kombinatorika Enumeratif [2]. Seiring perkembangannya, berbagai jenis *pattern avoidance* pada permutasi seperti penghindaran pola berturut-turut (*consecutive patterns*) dan pola umum (*generalized patterns*) juga telah banyak diteliti [3, 4]. Dalam jurnalnya yang berjudul "*Pattern avoidance in permutations and their squares*", Bóna dan Smith (2019) memperkenalkan konsep *pattern avoidance* terbaru yang disebut *strong pattern avoidance*, sebuah konsep di mana suatu permutasi tidak hanya menghindari pola tertentu, tetapi pangkat keduanya, π^2 , juga harus menghindari pola yang sama [5].

Pada tahun 2023, konsep tersebut dikembangkan lebih lanjut menjadi *chain pattern avoidance* (penghindaran rantai pola) oleh Kassie Archer dan Aaron Geary dalam jurnalnya dengan judul "*Powers of permutations that avoid chains of patterns*". Dalam jurnal tersebut dijelaskan bahwa sebuah permutasi dikatakan menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2 : \dots : \tau_k)$ jika pangkat ke- i dari permutasi, π^i , menghindari τ_i . Pada jurnal tersebut telah dikaji penghindaran rantai pola tertentu dalam S_3 seperti rantai pola $(312 : \tau)$ dan $(312, 213 : \tau)$ untuk $\tau \in S_3$. Namun, kajian ini masih terbatas dan belum mencakup

keseluruhan rantai pola pada S_3 . Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis semua rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ dengan τ adalah himpunan semua pola permutasi di S_3 , sehingga diperoleh pemahaman yang lebih luas mengenai struktur dan karakteristik rantai pola dalam himpunan permutasi tersebut.

Dengan melakukan analisis terhadap permutasi dalam S_n yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ dengan $\tau \in S_3$, diharapkan penelitian ini dapat memberikan kontribusi yang lebih luas dalam bidang kombinatorika khususnya teori pola permutasi dan *pattern avoidance*.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana karakteristik permutasi S_n yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ dengan $\tau \in S_3$?
2. Bagaimana hubungan operasi *invers* pada pola permutasi terhadap jumlah permutasi yang menghindari rantai pola $C_n(\tau_1 : \tau_2)$ untuk setiap n ?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini terdapat himpunan permutasi di S_n yang dikaji yaitu terbatas pada himpunan permutasi di S_5 .

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah yang ada, tujuan dan manfaat dari penelitian ini yaitu:

1. Menambah wawasan pembaca mengenai konsep *pattern avoidance* terbaru yaitu *chain pattern avoidance* (penghindaran rantai pola).
2. Mengetahui karakteristik permutasi yang menghindari rantai $(\tau_1 : \tau_2)$ tertentu untuk setiap $\tau \in S_3$.
3. Mengetahui jumlah permutasi $S_n, n \leq 10$ yang menghindari rantai pola tertentu, khususnya dalam kasus rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ dengan $\tau \in S_3$.
4. Mengetahui pengaruh operasi komplemen dan invers pada pola permutasi terhadap jumlah permutasi yang menghindari rantai pola $C_n(\tau_1 : \tau_2)$ untuk setiap n ?

1.5 Metode Penelitian

Metodologi yang digunakan dalam penelitian skripsi ini diantaranya:

1. Studi Literatur

Tahap studi literatur ini merupakan tahap pencarian referensi yang dibutuhkan untuk mendukung tugas akhir yang berkaitan dengan *power permutation* atau permutasi berpangkat yang menghindari rantai pola. Studi literatur ini diperoleh dari buku, jurnal, artikel, dan lain sebagainya.

2. Analisis

Pada tahap ini penulis melakukan proses analisis dengan memeriksa struktur permutasi yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ untuk τ dalam S_3 . Analisis juga dilakukan dengan memeriksa struktur permutasi dengan orde tertentu yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ untuk setiap $\tau \in S_3$. Kemudian analisis dilakukan dengan menghitung jumlah permutasi yang menghindari rantai pola tersebut dan mengidentifikasi karakteristik permutasi yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ untuk $\tau \in S_3$.

1.6 Sistematika Penulisan

Berdasarkan sistematika penulisan yang dibuat, studi literatur ini terdiri dari empat bab beserta beberapa subbab pada bab tersebut.

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang masalah dari pemilihan topik penelitian skripsi, rumusan masalah yang akan dikaji penulis, batasan masalah sebagai fokus pembahasan, tujuan penelitian yang dilakukan penulis, ruang lingkup penelitian yang mendasari penelitian skripsi, dan sistematika penulisan untuk memudahkan pembaca dalam mengetahui isi dari penelitian skripsi ini.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori dasar untuk membantu dalam memahami topik penelitian skripsi. Teori-teori yang dibahas seperti permutasi, permutasi dan kaitannya dengan fungsi, grup permutasi, operasi dalam permutasi dan pangkat permutasi .

**BAB III PERMUTASI S_n YANG MENGHINDARI RANTAI POLA $(\tau_1 : \tau_2)$
UNTUK $\tau \in S_3$**

Bab ini berisi pembahasan utama dari penelitian skripsi ini, yang meliputi pembahasan mengenai karakteristik permutasi S_n yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$ dan enumerasi dari permutasi yang menghindari rantai pola $(\tau_1 : \tau_2)$.

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan yang didapatkan dari hasil analisis pada Bab III dan menjawab apa yang sudah dinyatakan dalam rumusan masalah penelitian skripsi ini, sedangkan saran berisi hal-hal yang mungkin dilakukan dalam pengembangan penelitian selanjutnya.

