

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Hasil kali matriks ketetangaan sebelumnya telah dikenalkan oleh Manjunatha Prasad Karantha dan rekannya dalam penelitian yang berjudul "Matrix Product of Graphs" yang memperkenalkan konsep hasil kali matriks dari suatu graf [1]. Pada penelitiannya mengkarakterisasi dua buah graf yang jika hasil kali matriks ketetangaannya akan menghasilkan matriks baru yang dapat direpresentasikan ke dalam sebuah graf. Hasil kali matriks ketetangaan tersebut dapat disebut sebagai faktorisasi dari perkalian dua buah matriks ketetangaan, dalam penelitiannya juga mengatakan bahwa jika sebuah graf dapat difaktorisasi maka graf tersebut memiliki jumlah sisi genap. Sebuah graf  $G$  memiliki faktorisasi menjadi graf  $H$  dan  $K$  jika terdapat matriks ketetangaan  $A, B$ , dan  $C$  dari graf  $G, H$  dan  $K$  sedemikian sehingga  $A = BC$  [2].

Selain itu, terdapat sebuah penelitian yang mengeksplorasi konsep dari Manjunatha Prasad Karantha dilakukan oleh Farzad Maghsoudi dan rekannya dalam penelitian berjudul "On Matrix Product Factorization of Graphs" [3], yang mengkarakterisasi graf lengkap dan graf bipartit lengkap yang memiliki faktorisasi. Jenis graf yang dapat difaktorisasi diantaranya graf lengkap  $K_{4n+1}$  dan graf bipartit lengkap  $K_{2m,2n}$  [3]. Terdapat suatu pertanyaan muncul dari penelitian yang dilakukan oleh Farzad Maghsoudi dan rekannya, apakah graf pohon dapat difaktorisasi? Kemudian penelitian terbaru yang dilakukan oleh Saieed Akbari dan rekannya menjawab pertanyaan tersebut dalam jurnal yang berjudul "Spectral Methods for Matrix Product Factorization". Dalam penelitiannya juga membahas nilai eigen dari graf hasil kali matriks, nilai eigen yang diambil dari matriks ketetangaan setiap graf. Dalam penelitian Saieed Akbari dan rekannya, jika graf dapat difaktorisasi menghasilkan dua graf baru, maka nilai eigen terbesar dari graf yang dapat difaktorisasi adalah hasil kali nilai eigen terbesar dari perkalian dua graf. Permasalahan muncul menimbulkan suatu pertanyaan dalam penelitiannya bagaimana karakterisasi faktorisasi dalam graf hutan?

Dalam skripsi ini dengan judul "Sifat Regularitas Graf Hasil Kali Matriks dan Faktorisasi Graf Hutan Berbentuk  $nP_2$  dan  $2P_n$ " akan membahas seputar regularitas graf

hasil kali dan menjawab pertanyaan yang muncul terkait karakterisasi faktorisasi pada graf hutan khususnya dalam bentuk  $nP_2$  dan  $2P_n$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, penulis dapat merumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana sifat regularitas dari graf hasil kali matriks?
2. Bagaimana karakterisasi graf hutan  $nP_2$  dan  $2P_n$  yang dapat difaktorisasi?

## 1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, terdapat beberapa batasan masalah sebagai berikut:

1. Graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf sederhana yang tidak berarah.
2. Graf yang diteliti adalah graf yang tidak mengandung titik terisolasi dan bukan graf kosong.

## 1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Adapun tujuan penelitian berdasarkan rumusan masalah dan batasan masalah adalah:

1. Menentukan sifat regularitas dari graf hasil kali matriks.
2. Menentukan karakterisasi graf hutan  $nP_2$  dan  $2P_n$  yang dapat difaktorisasi.

Sedangkan manfaat penelitian dalam skripsi ini adalah:

1. Mengetahui sifat regularitas dari graf hasil kali matriks.
2. Mengetahui karakterisasi graf hutan  $nP_2$  dan  $2P_n$  yang dapat difaktorisasi

## 1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pada tahap awal metodologi melakukan literatur untuk mendapatkan topik dan referensi yang dibutuhkan dalam menyelesaikan tugas akhir ini yang diperoleh dari

artikel, jurnal, dan buku yang berhubungan dengan faktorisasi graf melalui matriks ketetanggaan.

## 2. Analisis

Pada tahap penelitian melakukan analisis dari studi literatur dan melakukan percobaan dengan menerapkan definisi, lemma, dan teorema yang mendukung untuk sifat regularitas dari graf hasil kali matriks serta faktorisasi graf pohon dan hutan.

### 1.6 Sistematika Penulisan

Sematika penulisan skripsi ini dibuat untuk menggambarkan isi tiap bagian atau bab yang ditulis, berikut diantaranya:

- BAB 1        PENDAHULUAN**  
Pada pendahuluan berisikan latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.
- BAB 2        LANDASAN TEORI**  
Bab ini membahas konsep yang berkaitan dengan penelitian ini. Konsep tersebut antara lain membahas tentang matriks, graf, dan faktorisasi graf.
- BAB 3        PEMBAHASAN**  
Pada bab ini berisi tentang bagaimana sifat regularitas dari graf hasil kali matriks, dan mengetahui bagaimana faktorisasi graf hutan khususnya graf hutan berbentuk  $nP_2$  dan  $2P_n$ .
- BAB 4        KESIMPULAN DAN SARAN**  
Pada bab ini menyajikan kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dilakukan serta memberikan saran untuk pengembangan lebih lanjut.