

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matriks nonnegatif memainkan peran penting dalam berbagai bidang ilmu terapan, seperti teori graf, sistem dinamik, ekonomi, biologi populasi, dan teori probabilitas. Salah satu masalah dalam teori matriks nonnegatif adalah *Nonnegative Inverse Eigenvalue Problem (NIEP)*, yang menanyakan kondisi perlu dan cukup agar suatu himpunan bilangan kompleks (spektrum) dapat menjadi himpunan nilai eigen dari suatu matriks nonnegatif. Permasalahan ini pertama kali diperkenalkan oleh Kolmogorov pada tahun 1937 dan mendapatkan perhatian signifikan setelah kontribusi dari Suleimanova (1949) [1]. Namun, pendekatan klasik dalam NIEP umumnya hanya menjawab pertanyaan eksistensi apakah ada matriks nonnegatif dengan spektrum tertentu tanpa mempertimbangkan struktur internal matriks tersebut, khususnya bentuk kanonik Jordan (*Jordan Canonical Form /JCF*).

Bentuk kanonik Jordan memberikan informasi mendalam tentang struktur aljabar dan geometri matriks, termasuk multiplisitas aljabar dan geometri dari nilai eigen. Dalam konteks NIEP, pertanyaan yang lebih menantang muncul jika suatu spektrum dapat direalisasikan oleh matriks nonnegatif, apakah semua kemungkinan bentuk Jordan yang konsisten dengan spektrum tersebut juga dapat direalisasikan oleh matriks nonnegatif? Pertanyaan ini melahirkan konsep *universal realizability (UR)* [1], di mana suatu spektrum dikatakan UR jika untuk setiap kemungkinan struktur Jordan, terdapat matriks nonnegatif yang merealisasikannya.

Penelitian tentang UR dengan struktur Jordan masih relatif terbatas dan banyak aspek yang belum terungkap. Beberapa hasil penting menunjukkan bahwa spektrum tipe Suleimanova spektrum dengan satu nilai eigen positif dominan dan sisanya bilangan riil negative merupakan kandidat kuat untuk UR. Namun, konstruksi eksplisit matriks nonnegatif dengan struktur Jordan tertentu

masih memerlukan pendekatan yang sistematis dan teknik perturbasi yang presisi.

Penelitian ini berfokus pada konstruksi eksplisit matriks nonnegatif dengan struktur Jordan yang lebih kasar, khususnya untuk spektrum tipe Suleimanova. Pendekatan yang digunakan adalah dengan memulai dari matriks *Off-Diagonally Positive* (ODP) atau *quasi-ODP* yang telah diketahui dapat merealisasikan spektrum target. Matriks ODP memiliki semua elemen diluar diagonal bersifat positif, sedangkan *quasi-ODP* memperbolehkan satu entri diluar diagonal utama bernilai nol. Struktur ini memungkinkan penerapan teorema perturbasi, seperti teorema Brauer (teorema 2.17), untuk memodifikasi bentuk Jordan tanpa mengubah spektrum dan tanpa kehilangan sifat nonnegatif.

Implementasi dilakukan pada kasus konkret dengan spektrum $\Lambda = \{8, -2, -2, -3\}$ dan matriks berukuran 4×4 . Melalui serangkaian langkah konstruktif dimulai dari pembentukan matriks ODP awal, perhitungan matriks similaritas, hingga penerapan perturbasi untuk menggabungkan blok Jordan penelitian ini menunjukkan bahwa spektrum Suleimanova tidak hanya dapat direalisasikan dalam bentuk diagonal, tetapi juga dalam bentuk Jordan yang lebih kasar (coarser), seperti blok Jordan berukuran 2×2 untuk nilai eigen berulang.



1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disampaikan diatas, maka penelitian ini memiliki rumusan masalah yaitu bagaimana merealisasikan matriks nonnegatif dari spektrum bilangan riil tipe Suleimanova dengan struktur Jordan?

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, memiliki batasan masalah dalam penelitiannya agar dapat berfokus pada metode yang digunakan. Batasan masalah pada topik Realisasi Nonnegatif dengan Struktur Jordan yang dibahas yaitu:

1. Spektrum bilangan riil tipe Suleimanova
2. Matriks nonnegatif ODP
3. Coarser Jordan Canonical Form
4. Implementasi yang digunakan matriks 4×4

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang ada, tujuan dari penulisan penelitian ini yaitu, untuk mengetahui bagaimana merealisasikan matriks nonnegatif dari spektrum bilangan riil tipe Suleimanova dengan struktur Jordan

1.5 Metode Penelitian

Pada tahap penelitian skripsi, penulis mengkaji dan menganalisis untuk memahami realisasi matriks nonnegatif dengan struktur Jordan, kemudian dengan hasil penelitian dari jurnal utama yang berjudul *Nonnegative Realizability with Jordan Structure*, penulis akan mengkaji bagaimana spektrum dapat direalisasikan oleh matriks nonnegatif, dan matriks nonnegatif dengan struktur Jordan yang lebih kasar, khususnya untuk spektrum tipe Suleimanova.

Metodologi dalam penelitian menggunakan studi literatur. Proses dimulai dengan identifikasi spektrum yang ingin direalisasikan, yang terdiri dari nilai-nilai riil dalam bentuk pasangan konjugat. Setelah itu, ditentukan bentuk-bentuk Jordan dari spektrum tersebut. Langkah selanjutnya adalah membangun matriks nonnegatif awal yang bersifat ODP atau quasi-ODP dan memiliki spektrum yang sesuai. Matriks ODP didefinisikan sebagai matriks yang semua elemen off-diagonalnya positif, sedangkan quasi-ODP memperbolehkan satu elemen off-diagonal bernilai nol.

Untuk mengubah struktur Jordan, digunakan pendekatan perturbasi melalui teorema Brauer. Teknik ini melibatkan penambahan vektor gangguan yang secara selektif mempengaruhi struktur blok tanpa mengubah spektrum dan tetap menjaga sifat nonnegatif dari matriks.

Pada tahap Studi Literatur, dilakukan pengumpulan teori-teori yang berhubungan dengan matriks jordan yang diperoleh dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, media online, dan skripsi.

Pada tahap penelitian skripsi, penulis mengkaji dan menganalisis untuk memahami bagaimana merealisasikan matriks nonnegatif dengan struktur Jordan sehingga sifat nonnegatifnya tetap terjaga dalam bentuk kanonik Jordan. Kemudian dengan hasil penelitian dari jurnal utama sehingga menghasilkan skripsi yang berjudul **“Realisasi Nonnegatif dengan Struktur Jordan”**, dimana penulis akan mengkaji matriks nonnegatif dengan struktur Jordan.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Skripsi ini dibuat berdasarkan sistematika penulisan yang terbagi dalam empat bab dan daftar pustaka, dimana setiap bab mempunyai beberapa sub bab.

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan berisi mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metodologi, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini berisikan teori-teori yang menjadi landasan dalam pembahasan dari skripsi ini. Pada intinya, bab ini meliputi semua hal-hal yang berhubungan dengan merealisasikan nonnegatif dengan struktur jordan.

BAB III PENYELESAIAN REALISASI NONNEGATIF DENGAN STRUKTUR JORDAN

Pada bab ini berisi mengenai pembahasan utama yang akan dibahas pada skripsi kali ini. Dengan membahas mengenai bagaimana merealisasikan nonnegatif dengan struktur Jordan.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini berisi mengenai kesimpulan dari pengkajian yang telah dilakukan. Selain itu, terdapat juga saran yang dapat digunakan untuk mengembangkan topik yang dibahas dalam Skripsi ini.

