

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyebaran penyakit menular menjadi isu utama dalam kesehatan masyarakat global. Perkembangan dalam epidemiologi matematika telah mendorong penggunaan berbagai model deterministik, seperti SIR dan SEIR, untuk menganalisis dinamika penularan penyakit dalam populasi. Model epidemiologi banyak digunakan untuk memahami pola penyebaran penyakit dalam populasi. Salah satu model dasar yang sering digunakan adalah model SIR (*Susceptible-Infected-Removed*), yang membagi populasi menjadi tiga kelompok: rentan, terinfeksi, dan sembuh atau meninggal. Model SIR ini telah efektif untuk banyak jenis penyakit, namun memiliki keterbatasan dalam menangani penyakit yang memerlukan masa inkubasi, seperti wabah penyakit COVID-19, yang memerlukan pengembangan menjadi model SEIR (*Susceptible-Exposed-Infected-Removed*) [1]. Model SEIR dengan menambahkan kompartemen "*Exposed*", memungkinkan bagi individu yang terinfeksi tetapi belum dapat menularkan virus [2].

Namun, seiring berkembangnya kompleksitas dinamika penyakit, model epidemi tidak lagi hanya berfokus pada satu varian patogen (satu strain). Banyak penyakit menular memiliki lebih dari satu strain yang beredar secara bersamaan dalam populasi. Misalnya, virus influenza memiliki banyak varian baru setiap musim akibat *antigenic drift*, sehingga infeksi dapat terjadi berulang meskipun sudah pernah terinfeksi sebelumnya. Selain influenza, terdapat penyakit lain yang disebabkan oleh patogen multi-strain. Sebagai contoh *Haemophilus influenzae* memiliki enam serotipe yaitu a, b, c, d, e, dan f. Virus dengue memiliki empat serotipe utama, sedangkan *Streptococcus pneumoniae* memiliki lebih dari 90 serotipe [3]. Hal ini menunjukkan bahwa interaksi tiap strain dalam populasi akan mempengaruhi penyebaran penyakit, yang juga berhubungan dengan laju penularan dalam model epidemiologi.

Dalam pemodelan epidemi, fungsi insidensi menggambarkan bagaimana kontak antara individu rentan dan terinfeksi menyebabkan penularan penyakit. Bentuk insidensi penularan yang paling umum adalah bilinear, di mana laju penularan diasumsikan sebanding dengan jumlah individu rentan dan terinfeksi. Perubahan pada satu variabel (misalnya jumlah individu rentan) akan mempengaruhi

laju infeksi [3]. Namun, interaksi antarstrain dapat menyebabkan variasi dalam laju penularan, karena kenyataannya perilaku masyarakat dapat memengaruhi laju penularan penyakit. Misalnya ketakutan atau kesadaran terhadap penyakit yang dapat menurunkan laju penularan saat jumlah infeksi meningkat terlalu tinggi karena adanya perubahan perilaku masyarakat, ini menyebabkan laju penularan menjadi non-monotonik [4]. Beberapa literatur telah mengembangkan model dua strain dengan insidensi bilinear dan non-monotonik untuk menggambarkan dinamika interaksi antar strain, seperti yang dilakukan oleh Baba dan Hincal (2017), serta Hu dkk. (2024) [5, 6]. Meskipun pengendalian penularan dapat mengurangi laju infeksi, kapasitas pengobatan yang terbatas menjadi tantangan, jumlah pasien yang terus meningkat seiring dengan penyebaran penyakit akan memengaruhi fasilitas kesehatan terutama dalam memberikan perawatan yang optimal. Oleh karena itu, selain memperhitungkan penularan penyakit, model epidemiologi juga perlu mempertimbangkan keterbatasan dalam kapasitas pengobatan.

Keterbatasan kapasitas pengobatan menjadi faktor penting yang perlu diperhitungkan dalam model epidemi. Fasilitas kesehatan memiliki batas kemampuan dalam menangani pasien, sehingga ketika jumlah pasien meningkat melebihi kapasitas, efektivitas pengobatan tidak lagi bertambah secara linier. Hal ini menunjukkan perilaku saturasi, yaitu kondisi di mana peningkatan jumlah pasien tidak seimbang dengan peningkatan jumlah perawatan. Sumber daya yang terbatas menyebabkan penurunan efisiensi dalam pengobatan dan perawatan. Model dengan fungsi pengobatan jenuh ini memberikan gambaran di mana peningkatan jumlah pasien tidak sebanding dengan peningkatan kapasitas pengobatan yang diberikan. Fungsi pengobatan jenuh menggambarkan bahwa perawatan atau pengobatan lebih lanjut tidak lagi memberikan hasil yang signifikan dalam menurunkan tingkat infeksi atau mempercepat pemulihan, karena sumber daya yang terbatas sudah digunakan semaksimal mungkin. Beberapa literatur terkait pengobatan jenuh telah dilakukan oleh Laarabi dkk. (2011), Jana dkk. (2016), Khan dkk. (2017), Bentaleb dkk. (2020), dan Hu dkk. (2024) [6–10].

Untuk menghadapi keterbatasan kapasitas pengobatan, pendekatan kontrol optimal digunakan untuk menentukan strategi intervensi terbaik untuk meminimalkan jumlah infeksi dan memaksimalkan pemulihan dengan sumber daya yang terbatas [11]. Strategi intervensi ini mencakup kebijakan yang diambil untuk mengendalikan penyebaran penyakit yang bertujuan untuk mengurangi dampak wabah penyakit. Kontrol dapat diterapkan pada berbagai aspek, seperti mengurangi kontak pada populasi rentan dan terpapar, atau mempercepat pemulihan individu yang terinfeksi. Dengan menggunakan prinsip maksimum Pontryagin, kontrol ini membantu mencari

solusi yang memaksimalkan atau meminimalkan suatu variabel seperti jumlah infeksi atau biaya intervensi dengan memperhitungkan batasan yang ada, seperti kapasitas pengobatan dan keterbatasan sumber daya. Maksimum Pontryagin digunakan untuk menentukan kebijakan kontrol terbaik, yaitu bagaimana memaksimalkan efektivitas pengobatan dan meminimalkan biaya pengendalian penyakit. Meskipun beberapa penelitian telah mengembangkan model SEIR dua strain dengan insidensi bilinear dan non-monotonik, masih terdapat kekurangan dalam memperhitungkan mekanisme reinfeksi, serta penggunaan dua variabel kontrol optimal yang terbatas, seperti yang dilakukan oleh Bentaleb dkk. (2020) [10].

Penerapan model dua strain sangat relevan untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit dengan varian yang berbeda, seperti COVID-19 yang disebabkan oleh varian Delta dan Omicron. Keduanya berasal dari jenis virus SARS-CoV-2 yang sama, tetapi memiliki karakteristik yang berbeda dalam hal tingkat keparahan dan penularan. Delta memiliki tingkat keparahan yang lebih tinggi, sedangkan Omicron lebih menular tetapi gejalanya cenderung lebih ringan. Pada kasus lain, seperti TBC yang disebabkan oleh *mycobacterium tuberculosis*, strain biasa dapat disembuhkan dengan pengobatan standar, sedangkan MDR-TB membutuhkan pengobatan lebih lama dan lebih kompleks karena resistensi obat.

Dalam model epidemi lebih dari satu strain, pembagian strain seperti ini membantu memetakan karakteristik penularan dan pengobatan dari masing-masing varian secara lebih akurat. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan mengembangkan model SEIRS dua strain dengan fungsi insidensi bilinear dan non-monotonik, memperhitungkan efek pengobatan jenuh dan mekanisme reinfeksi dari populasi *Recovered (R)* kembali ke *Susceptible (S)*. Selain itu, model ini dilengkapi dengan empat variabel kontrol optimal yang dirancang untuk menekan penyebaran penyakit dan meningkatkan tingkat pemulihan. Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini akan difokuskan pada pengembangan model dengan judul “Kontrol Optimal Model Epidemi SEIRS Dua Strain dengan Laju Pengobatan Jenuh”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, rumusan masalah dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana formulasi model SEIRS dua strain yang mengakomodasi insidensi bilinear dan non-monotonik, mekanisme reinfeksi, pengobatan jenuh, serta kontrol pencegahan dan pengobatan?

2. Bagaimana analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit secara global dan titik kesetimbangan endemik masing-masing strain secara lokal?
3. Bagaimana kontrol optimal dalam meminimalkan jumlah individu terpapar dan terinfeksi dari kedua strain dengan pengendalian melalui pencegahan dan pengobatan?
4. Seberapa besar efektivitas strategi kontrol optimal dibandingkan dengan kontrol konstan dan tanpa kontrol berdasarkan hasil simulasi numerik?
5. Bagaimana pengaruh parameter terhadap penyebaran penyakit, serta parameter mana yang paling sensitif berdasarkan analisis sensitivitas?

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini memiliki beberapa batasan masalah, antara lain :

1. Populasi bersifat tertutup, hanya terdapat kelahiran dan kematian alami.
2. Model dibagi menjadi enam kompartemen: *Susceptible (S)*, *Exposed Strain-1 (E₁)*, *Exposed Strain-2 (E₂)*, *Infected Strain-1 (I₁)*, *Infected Strain-2 (I₂)*, dan *Recovered (R)*.
3. Kematian akibat penyakit tidak diperhitungkan. Hanya kematian alami yang dimasukkan.
4. Tidak terjadi *co-infection* antar strain, di mana setiap individu hanya dapat terinfeksi oleh satu strain dalam satu waktu, meskipun mereka dapat terinfeksi kembali setelah pulih.
5. Simulasi numerik hanya mencakup dua skenario dominasi strain. Yaitu kondisi endemik strain-1 yang mendominasi dan kondisi endemik strain-2 yang mendominasi. Untuk skenario kedua strain hidup berdampingan tidak dianalisis.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disampaikan, tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memodelkan sistem yang mengakomodasi insidensi bilinear untuk strain-1, insidensi non-monotonik untuk strain-2, mekanisme reinfeksi, fungsi pengobatan jenuh, serta kontrol pencegahan dan pengobatan.

2. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit secara global dan titik kesetimbangan endemik masing-masing strain secara lokal.
3. Menentukan kontrol untuk meminimalkan individu terpapar dan terinfeksi dengan pengendalian melalui pencegahan dan pengobatan.
4. Membandingkan efektivitas strategi kontrol optimal terhadap kontrol konstan dan tanpa kontrol berdasarkan simulasi numerik.
5. Mengidentifikasi parameter-parameter yang paling sensitif dalam menentukan penyebaran penyakit.

1.5 Metodologi Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian skripsi ini terdiri dari beberapa tahapan sebagai berikut.

1. Studi Literatur

Pada tahapan ini, dilakukan kajian terhadap penelitian-penelitian terdahulu yang relevan, khususnya dalam bidang epidemiologi dan pemodelan matematika. Fokus utamanya adalah pada model SEIRS serta penerapan teori kontrol optimal dalam pengendalian penyakit menular.

2. Analisis Model

Pada tahapan ini mencakup konstruksi model matematika SEIRS dua strain yang mempertimbangkan reinfeksi dan fungsi pengobatan jenuh. Selanjutnya, dilakukan analisis kesetimbangan bebas penyakit dan endemik, analisis bilangan reproduksi dasar (\mathcal{R}_0) pada masing-masing strain dengan *Next Generation Matrix*, analisis kestabilan global (*Lyapunov*) dan lokal (*Routh-Hurwitz*), analisis sensitivitas dengan *Normalized Forward Sensitivity Index*, serta analisis kontrol optimal menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin yang diselesaikan dengan algoritma *Forward-Backward Sweep*.

3. Simulasi

Pada tahapan ini, dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4, berdasarkan data yang sesuai dengan parameter model. Simulasi bertujuan untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit serta membandingkan hasil model pada kondisi tanpa kontrol, kontrol konstan, dan kontrol optimal.

1.6 Sistematika Penulisan

Skripsi ini disusun dalam lima bab yang saling berkaitan secara sistematis. Adapun sistematika penulisan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi pengantar penelitian yang mencakup latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori dasar yang mendukung penelitian, meliputi model epidemiologi, model multistrain, pengobatan jenuh, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, matriks jacobian, nilai eigen, kestabilan lokal dan global, analisis sensitivitas, dan kontrol optimal.

BAB III KONSTRUKSI MODEL DAN ANALISIS MODEL SEIRS DUA STRAIN

Bab ini berisi pembahasan mengenai konstruksi model SEIRS dua strain dengan skema reinfeksi, laju pengobatan jenuh, kontrol pencegahan dan pengobatan, kepositifan dan keterbatasan solusi, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan, analisis sensitivitas, dan analisis kontrol optimal.

BAB IV SIMULASI DAN INTERPRETASI

Bab ini membahas simulasi numerik untuk menggambarkan penyebaran penyakit pada kondisi tanpa kontrol, kontrol konstan, dan kontrol optimal. Selain itu juga memuat interpretasi dari hasil simulasi.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan yang berupa jawaban dari rumusan masalah, serta saran yang dapat digunakan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.