

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Sistem mangsa-pemangsa telah dipelajari secara luas baik dalam ekologi maupun matematika biologi [1–10]. Interaksi ini tidak hanya terbatas pada hubungan sederhana antarspesies, tetapi juga mencerminkan dinamika kompleks dalam rantai makanan dan jaring makanan [9–15]. Model matematika menjadi alat fundamental untuk memahami fenomena tersebut, dimulai dari model klasik Lotka–Volterra [16, 17]. Meskipun memberikan dasar teoritis yang kuat, model ini masih bersifat ideal karena mengabaikan berbagai heterogenitas spasial, temporal, dan faktor biologis yang esensial dalam ekosistem nyata.

Pengembangan model ekologi modern telah bergeser dari sekadar pengamatan temporal menuju dinamika spasial-temporal. Hal ini didasari oleh fakta bahwa populasi di alam tidak tersebar secara homogen, melainkan melakukan pergerakan acak (difusi) untuk mencari sumber daya atau menghindari ancaman. Penelitian terbaru oleh Hossain dkk. (2021) dan Maity dkk. (2025) menunjukkan bahwa penyertaan komponen difusi spasial pada model ekologi dapat memicu fenomena ketidakstabilan Turing, yang mengarah pada pembentukan pola spasial-temporal yang kompleks [5, 11]. Selain itu, interaksi predasi di alam sangat dipengaruhi oleh perilaku spesifik spesies, seperti perilaku berkelompok atau pertarungan antar pemangsa, yang menuntut penggunaan fungsi respon nonlinier yang lebih realistis [11].

Untuk mengatasi keterbatasan tersebut, pemodelan rantai makanan terus dikembangkan agar lebih representatif. Salah satu fondasi yang kuat adalah model tiga kompartemen yang dikembangkan oleh Mishra dkk. (2021) [2]. Model ini merepresentasikan interaksi antara mangsa, pemangsa menengah, dan pemangsa puncak dengan mengintegrasikan efek spasial berupa difusi. Kekuatan dari model ini terletak pada penggunaan fungsi respon yang realistis, yaitu fungsi respon Monod-Haldane untuk menggambarkan laju konsumsi pemangsa menengah terhadap mangsa, serta fungsi respon Holling Tipe II untuk interaksi antara pemangsa

puncak dan pemangsa menengah. Meskipun model ini telah mencakup dinamika internal populasi yang spesifik seperti kanibalisme dan mekanisme pertahanan mangsa, kerangka kerja ini masih mengasumsikan bahwa seluruh proses biologis terjadi secara instan dan tanpa campur tangan eksternal manusia.

Pada kenyataannya, banyak proses biologis yang memerlukan waktu pemrosesan, sehingga memunculkan jeda waktu (*time delay*) [3, 4, 18, 19]. Studi terbaru [20] menunjukkan bahwa waktu tunda, seperti *incubation delay* pada mangsa dan *gestation delay* pada pemangsa, memiliki peran penting dalam menentukan arah dinamika sistem. Keberadaan waktu tunda menyebabkan sistem bergantung tidak hanya pada keadaan saat ini, tetapi juga pada kondisi masa lalu. Secara khusus, waktu tunda dapat memicu terjadinya bifurkasi Hopf yang mengubah kestabilan sistem atau bahkan menimbulkan osilasi [6, 12]. Lebih lanjut, penelitian oleh Rao dkk. (2018) menegaskan bahwa kombinasi antara waktu tunda dan difusi dapat memberikan efek yang ambivalen terhadap kestabilan, yang berpotensi menyebabkan kepunahan populasi jika tidak dikendalikan [3]. Temuan serupa juga ditegaskan oleh Sharmila dkk. (2024), yang membuktikan bahwa interaksi antara pergerakan difusi dan waktu tunda memegang peranan esensial dalam menentukan eksistensi populasi jangka panjang serta kestabilan global ekosistem [21].

Di samping faktor biologis dan spasial-temporal, intervensi manusia melalui eksploitasi sumber daya juga merupakan variabel krusial. Dalam konteks aplikasi, khususnya pada sistem perikanan atau rantai makanan *plankton* hingga ikan kecil (teri/sarden) sebagai mangsa, tuna dan tenggiri sebagai pemangsa menengah, serta hiu sebagai pemangsa puncak, pemanenan sering dilakukan secara intensif [2, 13–15]. Pentingnya mengintegrasikan efek spasial, temporal, dan pemanenan secara bersamaan telah disoroti oleh Yan dan Zhang (2020), lalu Hossain dkk. (2021) [5, 22]. Pemanenan yang tidak terkendali pada sistem yang memiliki waktu tunda dapat memicu fluktuasi populasi yang ekstrem hingga menyebabkan dinamika yang tak beraturan (*chaotic*), sehingga memerlukan perumusan strategi pemanenan yang presisi [12, 23]. Oleh karena itu, diperlukan strategi pengelolaan melalui konsep *Maximum Sustainable Yield* (MSY) untuk memastikan tingkat pemanenan berbanding lurus dengan kelestarian populasi [1, 24, 25]. Khususnya pada populasi yang berdifusi, interaksi laju pergerakan spasial dan intensitas pemanenan terbukti menantang sekaligus vital dalam menjaga kestabilan [26].

Berdasarkan tinjauan tersebut, terdapat celah penelitian yang sangat jelas. Model dasar dari Mishra dkk. (2021) [2] menawarkan struktur tiga kompartemen dengan fungsi respon Monod-Haldane dan Holling Tipe II yang sangat representa-

tif. Namun, kajian yang memodifikasi model tersebut dengan mengintegrasikan secara simultan efek waktu tunda (*time delay*) dan difusi, serta menerapkan pendekatan pemanenan (*harvesting*) optimal masih belum dieksplorasi. Padahal, intervensi kontrol pada sistem reaksi-difusi semacam ini sangat krusial dalam meminimalkan kerugian ekologis sekaligus memaksimalkan manfaat pengelolaan [27, 28].

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan dan menganalisis modifikasi dari model dasar tersebut dengan menambahkan faktor waktu tunda dan upaya pemanenan. Kontribusi utama dari penelitian ini mencakup (i) formulasi model matematika mangsa-pemangsa tiga kompartemen dengan fungsi respon Monod-Haldane dan Holling Tipe II yang diintegrasikan dengan efek difusi, waktu tunda, dan pemanenan; (ii) analisis kestabilan dinamika sistem dan kemungkinan terjadinya bifurkasi akibat variasi waktu tunda; serta (iii) perumusan strategi pemanenan optimal untuk menjaga keberlanjutan ekosistem. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi teoritis yang solid pada pemodelan matematika biologi sekaligus implikasi praktis bagi manajemen sumber daya.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka permasalahan yang akan dikaji dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana merumuskan model matematika mangsa-pemangsa tiga kompartemen dalam ekosistem laut dengan mengintegrasikan efek difusi, waktu tunda (*time delay*), dan pemanenan?
2. Bagaimana dinamika sistem tersebut, khususnya terkait eksistensi titik kesetimbangan, analisis kestabilan, dan kemungkinan terjadinya bifurkasi akibat adanya difusi dan variasi waktu tunda?
3. Bagaimana merancang dan menganalisis strategi pemanenan optimal pada model tersebut untuk mencapai *Maximum Sustainable Yield* (MSY)?

## 1.3 Batasan Masalah

Agar penelitian lebih terarah dan tidak meluas, terdapat beberapa batasan masalah yang ditetapkan dalam penelitian ini, yakni sebagai berikut:

1. Model yang dikaji merupakan pengembangan dari sistem mangsa-pemangsa tiga kompartemen (mangsa, pemangsa menengah, dan pemangsa puncak) pada ekosistem laut.
2. Fungsi respon yang digunakan untuk interaksi pemangsaan adalah fungsi respon Monod-Haldane (untuk pemangsa menengah terhadap mangsa) dan Holling Tipe II (untuk pemangsa puncak terhadap pemangsa menengah).
3. Efek waktu tunda (*time delay*) bersifat diskrit dan diaplikasikan pada dua kompartemen, yaitu pada proses pencernaan untuk pemangsa menengah dan proses reproduksi untuk pemangsa puncak.
4. Efek spasial digambarkan melalui proses difusi pada ruang habitat satu dimensi yang diasumsikan homogen, dengan menggunakan syarat batas Neumann (tanpa migrasi ke luar sistem).
5. Laju pemanenan (*harvesting effort*) diasumsikan konstan dan dievaluasi melalui pendekatan *Maximum Sustainable Yield* (MSY).

#### **1.4 Tujuan Penelitian**

Sejalan dengan rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memformulasikan model matematika mangsa-pemangsa tiga kompartemen yang mengintegrasikan efek difusi spasial, waktu tunda, dan upaya pemanenan.
2. Menganalisis dinamika model secara matematis, yang meliputi penentuan titik-titik kesetimbangan, syarat kestabilan lokal, serta analisis bifurkasi yang dipicu oleh parameter waktu tunda.
3. Menentukan strategi dan laju pemanenan yang optimal guna mencapai tingkat eksploitasi berkelanjutan atau *Maximum Sustainable Yield* (MSY).
4. Melakukan simulasi numerik untuk memvisualisasikan pengaruh parameter difusi, sensitivitas waktu tunda terhadap perubahan kestabilan sistem, serta memvalidasi keefektifan strategi pemanenan MSY yang diusulkan.

## 1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan pada skripsi ini di antaranya:

### 1. Studi Literatur

Penelitian skripsi ini dimulai dengan studi literatur untuk mengumpulkan referensi terkait model mangsa-pemangsa dengan adanya efek difusi, waktu tunda, serta pemanenan. Studi literatur ini menggabungkan beberapa referensi yang relevan dengan penelitian skripsi ini. Referensi yang digunakan berasal dari buku, jurnal, artikel ilmiah, dsb.

### 2. Analisis

Di dalam penelitian skripsi ini akan dijabarkan analisis pengembangan model mangsa-pemangsa yang dimaksud. Mulai dari dinamika saat ada efek difusi dan waktu tunda sampai dengan ditambahkan strategi pemanenan.

### 3. Simulasi Numerik

Simulasi numerik akan dilakukan untuk mengilustrasikan dinamika mangsa-pemangsa pada model yang dimaksud. Simulasi dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* Maple dan Octave.

### 4. Kesimpulan dan Saran

Penarikan kesimpulan berdasarkan analisis yang telah dilakukan, serta memberikan rekomendasi untuk penelitian lanjutan nantinya.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Struktur penulisan ini terbagi ke dalam lima bab, dan terdapat beberapa subbab di dalamnya sebagai berikut.

### **BAB I PENDAHULUAN**

Bagian ini terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, serta sistematika penulisan.

### **BAB II LANDASAN TEORI**

Bagian ini berisi tentang teori-teori yang melandasi pembahasan masalah pada studi literatur ini. Teori yang dibahas di antaranya, mangsa-pemangsa, fungsi respon, sistem persamaan diferensial, titik kesetimbangan, kestabilan lokal, persamaan reaksi difusi, kestabilan difusi, persamaan diferensial dengan waktu tunda, dan *Maximum Sustainable Yield* (MSY).

### **BAB III ANALISIS MODEL MANGSA-PEMANGSA TIGA KOMPARTE-MEN DENGAN EFEK DIFUSI, WAKTU TUNDA, SERTA PEMANENAN**

Bab ini akan menjelaskan terkait analisis model yang terdiri dari formulasi model, analisis titik kesetimbangan, analisis kestabilan lokal non-difusi maupun difusi, analisis *Maximum Sustainable Yield* (MSY), dan analisis dengan waktu tunda.

### **BAB IV IMPLEMENTASI DAN SIMULASI**

Bagian ini berisi simulasi secara numerik dari hasil analisis pada BAB III. Hasil tersebut akan direpresentasikan dalam bentuk grafik yang dibuat melalui bantuan *software*.

### **BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

Bagian ini berisi kesimpulan yang merupakan jawaban dari rumusan masalah pada bab I. Selain itu, terdapat juga saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

