

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika menempati posisi penting dalam membentuk cara berpikir peserta didik yang logis, sistematis, dan kritis, baik untuk keperluan akademik maupun untuk menyelesaikan persoalan kehidupan sehari-hari. Di antara berbagai kompetensi yang dibangun melalui pembelajaran matematika, kemampuan pemecahan masalah matematis menempati kedudukan paling mendasar karena menjadi inti dari aktivitas bermatematika itu sendiri (NCTM, 2000). Kemampuan ini menuntut peserta didik tidak sekadar melakukan perhitungan, melainkan memahami situasi masalah, menyusun model matematika, memilih dan melaksanakan strategi penyelesaian, serta memeriksa kembali kesesuaian hasil dengan konteks persoalan. Rangkaian proses tersebut sejalan dengan empat tahap penyelesaian masalah yang dirumuskan Pólya (2004), yaitu memahami masalah, menyusun rencana, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali. Dengan demikian, penguatan kemampuan pemecahan masalah matematis perlu menjadi orientasi utama dalam merancang pembelajaran matematika.

Urgensi penguatan kemampuan tersebut tercermin dari capaian peserta didik Indonesia pada penilaian internasional. Laporan *Programme for International Student Assessment* (PISA) 2022 menunjukkan bahwa skor rata-rata matematika peserta didik Indonesia hanya mencapai 366 poin, jauh di bawah rata-rata negara anggota OECD yang sebesar 472 poin. Lebih memprihatinkan, hanya 18% peserta didik Indonesia yang mencapai minimal Level 2—level kecakapan minimum yang menuntut kemampuan menafsirkan dan mengenali bagaimana situasi sederhana dapat direpresentasikan secara matematis—sementara 81,7% sisanya berada di bawah level tersebut, dan hampir tidak ada peserta didik yang mencapai kategori *top performers* pada Level 5 atau 6 (OECD, 2023). Capaian ini bahkan menurun dibandingkan PISA 2018, yakni dari 379 poin menjadi 366 poin. Rendahnya capaian tersebut mengindikasikan bahwa sebagian besar peserta didik masih lemah dalam menafsirkan dan menyelesaikan persoalan matematis—kemampuan yang merupakan inti dari kemampuan pemecahan masalah matematis—sehingga

penguatannya masih menjadi kebutuhan mendesak dalam pembelajaran matematika.

Sejalan dengan itu, Kurikulum Merdeka pada Capaian Pembelajaran Fase D (SMP/MTs) menuntut peserta didik mampu menyajikan relasi dan fungsi melalui beragam representasi—diagram panah, tabel, pasangan berurutan, dan grafik—serta menggunakannya untuk menyelesaikan persoalan yang relevan dengan kehidupan. Tuntutan ini menegaskan bahwa relasi dan fungsi bukan sekadar materi konseptual, melainkan juga wahana untuk melatih kemampuan pemecahan masalah matematis melalui aktivitas pemodelan dan interpretasi hubungan antardua himpunan atau dua variabel.

Akan tetapi, relasi dan fungsi di kelas VIII tergolong materi yang menantang karena menuntut ketelitian konsep sekaligus kelincahan berpindah antarrepresentasi. Hasil penelitian menunjukkan adanya hambatan belajar peserta didik pada konsep ini, misalnya ketika menyatakan relasi dalam diagram pemetaan dan grafik, menentukan *range*, membedakan relasi yang merupakan fungsi dan yang bukan, serta menuliskan fungsi sebagai himpunan pasangan berurutan (Anisa & Kartini, 2023). Hambatan tersebut menegaskan bahwa pembelajaran relasi dan fungsi memerlukan rancangan yang menuntun peserta didik membangun konsep secara bertahap, tidak berhenti pada hafalan definisi atau ciri-ciri.

Kondisi ideal tersebut belum sepenuhnya selaras dengan kenyataan di lapangan. Berdasarkan studi pendahuluan yang peneliti lakukan pada peserta didik kelas VIII SMPN 1 Plered Kabupaten Cirebon, kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik masih perlu diperkuat. Peserta didik cenderung langsung melakukan perhitungan tanpa menuliskan unsur yang diketahui dan ditanyakan, belum memodelkan masalah ke dalam bentuk matematika yang sesuai, serta jarang memeriksa kembali jawaban yang diperoleh. Kecenderungan ini tampak pada dua soal pemecahan masalah berikut.

No	Soal
1	Dari 42 pelaku pelanggaran lalu lintas, 30 di antaranya tidak membawa Surat Izin Mengemudi (SIM), 13 di antaranya tidak membawa Surat Tanda Nomor Kendaraan (STNK), dan 8 di antaranya melakukan pelanggaran lain. Mekan berapa banyak pelaku pelanggaran lalu lintas yang tidak membawa SIM maupun STNK adalah?

Dik: Pelaku pelanggaran: 42 Pelaku
 Tidak membawa SIM: 30
 Tidak membawa STNK: 15
 Pelanggaran lain: 8
 Dit: Berapa banyak pelaku pelanggaran yang tidak membawa SIM dan STNK?
 Jawab: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $42 = 30 + 15 + x - (42 - x)$
 $x = 9$
 Jadi, jumlah pelaku yang tidak bawa SIM dan STNK ada 9.

Gambar 1. 1 Jawaban Peserta Didik Nomor Satu

Berdasarkan jawaban peserta didik pada Gambar 1.1, pada tahap memahami masalah (*understand the problem*) peserta didik belum menuliskan unsur yang diketahui dan ditanyakan secara eksplisit. Peserta didik tidak memisalkan himpunan pelaku yang tidak membawa Surat Izin Mengemudi sebagai A , yang tidak membawa Surat Tanda Nomor Kendaraan sebagai B , dan kelompok pelanggaran lain di luar keduanya, sehingga struktur masalah tidak terbaca sejak awal. Padahal, pengenalan unsur yang diketahui merupakan pijakan pertama dalam pemecahan masalah menurut Pólya (2004), tempat peserta didik menafsirkan situasi sebelum menentukan langkah penyelesaian.

Pada tahap merencanakan penyelesaian (*devise a plan*), peserta didik belum menyusun strategi yang menautkan informasi pada soal dengan hubungan antarhimpunan. Peserta didik tidak mengenali bahwa banyaknya pelaku yang tidak membawa kedua dokumen merupakan irisan dua himpunan, dan tidak merencanakan pemisahan kelompok pelanggaran lain dari gabungan kedua himpunan tersebut. Akibatnya, peserta didik langsung berpindah ke perhitungan tanpa menjelaskan apa yang dicari dan mengapa langkah tersebut dipilih.

Pada tahap melaksanakan rencana (*carry out the plan*), peserta didik langsung menggunakan rumus tanpa menyatakan apa yang sesungguhnya dinyatakan oleh rumus tersebut. Rumus yang relevan, yaitu $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, menyatakan bahwa banyaknya pelaku yang tidak membawa SIM atau STNK sama dengan jumlah masing-masing kelompok dikurangi pelaku yang tidak membawa keduanya, agar bagian yang beririsan tidak terhitung dua kali. Peserta didik tidak menjelaskan makna setiap suku dalam rumus maupun

kedudukan kelompok pelanggaran lain, sehingga rumus digunakan secara prosedural dan bukan sebagai representasi hubungan antarhimpunan.

Pada tahap memeriksa kembali (*looking back*), peserta didik tidak menuliskan kesimpulan akhir dan tidak memeriksa konsistensi hasil dengan konteks soal. Tanpa pemeriksaan ini, kekeliruan penalaran tidak akan terdeteksi sekalipun hasil hitungnya kebetulan benar.

Adapun penyelesaian yang benar adalah sebagai berikut. Misalkan himpunan pelaku yang tidak membawa SIM sebagai A dengan $n(A) = 30$, dan yang tidak membawa STNK sebagai B dengan $n(B) = 13$. Karena 8 pelaku pelanggaran lain berada di luar gabungan A dan B , banyaknya pelaku dalam gabungan adalah $n(A \cup B) = 42 - 8 = 34$. Dengan menggunakan hubungan banyaknya anggota gabungan dua himpunan diperoleh:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$34 = 30 + 13 - n(A \cap B)$$

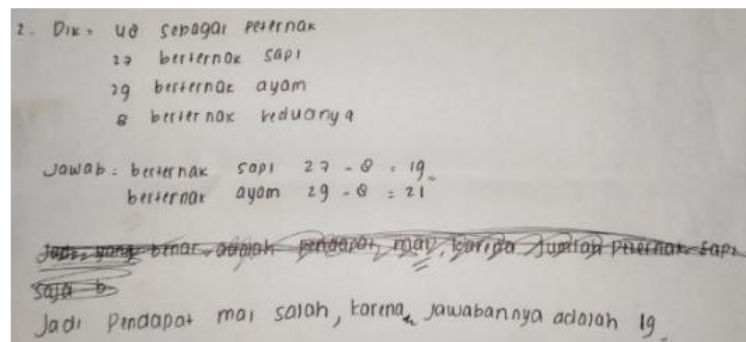
$$n(A \cap B) = 43 - 34 = 9$$

Jadi, banyaknya pelaku yang tidak membawa SIM maupun STNK adalah 9 orang. Hasil ini dapat diperiksa Kembali, pelaku yang hanya tidak membawa SIM sebanyak $30 - 9 = 21$ orang, yang hanya tidak membawa STNK sebanyak $13 - 9 = 4$ orang, yang tidak membawa keduanya 9 orang, dan pelanggaran lain 8 orang, sehingga jumlahnya $21 + 4 + 9 + 8 = 42$ orang, sesuai dengan total pelaku.

Hasil pengerjaan menunjukkan bahwa sebanyak 87% peserta didik belum mampu menyelesaikan soal ini secara utuh sesuai indikator pemecahan masalah matematis, sedangkan hanya 13% yang sudah mampu. Perlu ditegaskan bahwa peserta didik dapat memperoleh hasil hitung yang benar namun tetap dinilai belum berhasil karena tidak menempuh tahapan pemecahan masalah secara utuh, terutama tidak memodelkan masalah dan tidak memeriksa kembali jawabannya. Besarnya proporsi peserta didik yang belum berhasil tersebut menegaskan bahwa kelemahan utama terletak pada tahap memahami sekaligus memodelkan masalah dan tahap memeriksa kembali.

No	Soal
2	Di antara sekelompok warga desa Klari yang terdiri atas 48 orang yang berprofesi sebagai peternak, ternyata 27 orang berternak sapi, 29 orang

No	Soal
	berternak ayam, dan 8 orang berternak keduanya, yaitu sapi dan ayam. Berdasarkan data tersebut, Mai menyimpulkan bahwa jumlah orang yang beternak sapi saja adalah 27 orang. Rahmat tidak setuju dengan pendapat Mai. Siapakah yang benar?



Gambar 1. 2 Jawaban peserta Didik Nomor Dua

Berdasarkan jawaban peserta didik pada Gambar 1.2, pada tahap memahami masalah (*understand the problem*) peserta didik belum menjabarkan unsur yang diketahui, yaitu banyaknya peternak sapi sebanyak 27 orang, peternak ayam sebanyak 29 orang, peternak keduanya sebanyak 8 orang, dan total peternak sebanyak 48 orang, serta belum menegaskan yang ditanyakan, yakni menilai kebenaran pendapat Mai dan Rahmat. Tanpa menuliskan unsur-unsur tersebut, peserta didik kehilangan dasar untuk menelaah pernyataan yang diperdebatkan dalam soal.

Pada tahap merencanakan penyelesaian (*devise a plan*), peserta didik belum memodelkan hubungan antarkategori. Untuk menilai pendapat Mai dan Rahmat, peserta didik semestinya merencanakan pemisahan peternak sapi saja, ayam saja, dan keduanya melalui hubungan antarhimpunan, namun langkah ini tidak tampak dalam jawaban.

Pada tahap melaksanakan rencana (*carry out the plan*), kembali terlihat bahwa peserta didik tidak menyatakan apa yang dikatakan oleh relasi yang seharusnya digunakan. Relasi $n(\text{sapi saja}) = n(\text{sapi}) - n(\text{sapi} \cap \text{ayam})$ menyatakan bahwa banyaknya peternak yang hanya beternak sapi diperoleh dengan mengurangi peternak yang beternak keduanya dari seluruh peternak sapi, sebab angka 27 masih mencakup peternak yang juga beternak ayam. Karena peserta didik

tidak memodelkan hubungan ini, peserta didik tidak dapat menunjukkan letak kekeliruan pendapat Mai.

Pada tahap memeriksa kembali (*looking back*), peserta didik tidak memeriksa kelengkapan hasil terhadap data dan tidak menyimpulkan secara tegas pihak yang benar, sehingga kebenaran pernyataan dalam soal tidak terverifikasi.

Adapun penyelesaian yang benar adalah sebagai berikut. Banyaknya peternak sapi saja diperoleh dengan mengeluarkan peternak yang beternak keduanya dari seluruh peternak sapi, yaitu $n(\text{sapi saja}) = 27 - 8 = 19$ orang, dan banyaknya peternak ayam saja adalah $n(\text{ayam saja}) = 29 - 8 = 21$ orang. Dengan demikian, banyaknya peternak sapi saja adalah 19 orang, bukan 27 orang. Pendapat Mai keliru karena mengabaikan delapan peternak yang beternak sapi sekaligus ayam, sedangkan Rahmat yang benar. Hasil ini dapat diperiksa Kembali, peternak sapi saja, ayam saja, dan keduanya berjumlah $19 + 21 + 8 = 48$ orang, sesuai dengan total peternak, sehingga penyelesaian konsisten dengan data pada soal.

Hasil pengerjaan menunjukkan bahwa sebanyak 65% peserta didik belum mampu menyelesaikan soal ini secara utuh, sedangkan 35% sudah mampu. Pola yang sama dengan soal sebelumnya ini memperkuat temuan bahwa kelemahan peserta didik bertumpu pada tahap memahami dan memodelkan masalah serta tahap memeriksa kembali, bukan pada keterampilan berhitung.

Berdasarkan kedua jawaban tersebut, kelemahan peserta didik tidak terletak pada keterampilan berhitung, melainkan pada tahap memahami serta memodelkan masalah dan tahap memeriksa kembali, sebagaimana tampak dari kebiasaan langsung menggunakan rumus tanpa menyatakan makna hubungan yang diwakilinya. Kelemahan dalam memodelkan hubungan antar himpunan ini sekaligus menjadi pijakan awal menuju relasi dan fungsi, sebab keduanya menuntut peserta didik mengaitkan dua himpunan dan menafsirkan hubungan di antaranya. Temuan ini menjadi dasar bahwa penguatan kemampuan pemecahan masalah matematis perlu diarahkan pada pembelajaran yang melatih pemodelan, representasi, dan refleksi hasil secara konsisten.

Apabila ditinjau melalui tahapan Pólya (2004), kedua jawaban tersebut tidak sekadar mencerminkan ketidaktelitian, melainkan menunjukkan bahwa

peserta didik belum terbiasa menjalankan pemecahan masalah secara sistematis. Kelemahan paling menonjol berada pada tahap awal, yakni memahami informasi dan memodelkan masalah, serta pada tahap akhir, yakni memeriksa kembali. Ketika kebiasaan memodelkan dan merepresentasikan informasi belum terbentuk, peserta didik akan kesulitan menghadapi materi yang menuntut pemetaan hubungan dan peralihan representasi, sebagaimana dituntut pada relasi dan fungsi. Temuan studi pendahuluan ini memperkuat argumen bahwa penguatan kemampuan pemecahan masalah matematis perlu diarahkan pada pembelajaran yang melatih pemodelan, representasi, dan refleksi hasil secara konsisten dan bertahap.

Persoalan tersebut tidak dapat diselesaikan hanya dengan menambah latihan soal, melainkan membutuhkan rancangan pembelajaran yang memenuhi dua syarat sekaligus. Pertama, pembelajaran perlu memiliki lintasan yang tertata sehingga cara berpikir peserta didik dapat dituntun dan diantisipasi secara bertahap, dari pemahaman informal menuju pemahaman formal. Kedua, pembelajaran perlu berangkat dari konteks yang bermakna agar peserta didik memahami alasan suatu konsep dipelajari dan terdorong membangun strateginya sendiri. Kedua syarat inilah yang menjadi dasar pemilihan *hypothetical learning trajectory* sebagai kerangka desain dan *contextual teaching and learning* sebagai pendekatan yang mengisinya.

Kebutuhan akan lintasan pembelajaran yang tertata dapat dijawab melalui *hypothetical learning trajectory*. Konsep ini pertama kali dirumuskan Simon (1995) sebagai dugaan lintasan belajar yang memuat tiga komponen utama, yaitu tujuan pembelajaran, rangkaian aktivitas atau tugas yang disusun bertahap, dan hipotesis tentang bagaimana pemikiran serta pemahaman peserta didik akan berkembang selama aktivitas berlangsung. Simon dan Tzur (2004) menegaskan bahwa tugas-tugas matematis menempati posisi sentral dalam lintasan tersebut karena melalui tugas itulah perkembangan berpikir peserta didik dihipotesiskan dan diuji. Sejalan dengan itu, Clements dan Sarama (2004) memandang lintasan belajar sebagai keterpaduan antara tujuan, jalur perkembangan pemahaman, dan serangkaian tugas yang menuntun peserta didik menapaki jalur tersebut. Dengan kerangka demikian, *hypothetical learning trajectory* memungkinkan pendidik mengantisipasi strategi

yang mungkin muncul, kesalahan yang berpotensi terjadi, serta bentuk bantuan (*scaffolding*) yang tepat agar peserta didik bergerak dari pemahaman informal menuju formal (K. P. E. Gravemeijer, 2004). Oleh karena itu, *hypothetical learning trajectory* bukan sekadar rencana mengajar, melainkan peta lintasan konseptual yang dapat disesuaikan dengan perkembangan pemahaman peserta didik.

Relevansi *hypothetical learning trajectory* untuk konteks penelitian ini juga didukung bukti empiris. Pada materi relasi dan fungsi, Faza dkk (2025: 90) mengembangkan *hypothetical learning trajectory* dan memperoleh hasil validasi berkategori sangat valid, sehingga menunjukkan bahwa lintasan belajar dapat dirancang untuk menuntun pemahaman peserta didik pada topik ini. Selain itu, Faza dkk (2025: 90) melaporkan bahwa pembelajaran yang dirancang berbasis *hypothetical learning trajectory* mendorong dominasi peserta didik dengan kemampuan pemecahan masalah kategori tinggi. Kedua temuan tersebut memperkuat argumen bahwa lintasan belajar hipotetik layak dijadikan fondasi desain untuk melatih kemampuan pemecahan masalah matematis secara terarah.

Meskipun demikian, *hypothetical learning trajectory* pada dasarnya merupakan kerangka yang menata urutan dan menghipotesiskan cara berpikir; kualitas lintasannya sangat bergantung pada mutu aktivitas dan konteks yang mengisinya (M. A. Simon & Tzur, 2004). Lintasan yang tertata tidak akan optimal apabila aktivitasnya kering dari makna dan jauh dari pengalaman peserta didik. Di sinilah diperlukan suatu pendekatan yang menyediakan logika perancangan aktivitas yang bermakna, dan kebutuhan tersebut dapat dipenuhi oleh *contextual teaching and learning*.

Contextual teaching and learning merupakan sistem pembelajaran yang membantu peserta didik menemukan makna dengan menghubungkan materi akademik dengan konteks kehidupan nyata mereka (Johnson, 2002). Berns dan Erickson (2001) menjelaskan bahwa pembelajaran kontekstual menautkan isi pelajaran dengan situasi nyata sehingga peserta didik terdorong mengaitkan pengetahuan dengan penerapannya. Pada ranah matematika dan sains, Crawford (2001) merumuskan strategi *Relating, Experiencing, Applying, Cooperating, dan Transferring* (REACT), yang mengarahkan peserta didik untuk mengaitkan konsep

dengan pengalaman, menggunakannya untuk menyelesaikan masalah, bekerja sama, dan mentransfernya ke situasi baru. Aktivitas-aktivitas tersebut beririsan langsung dengan kebutuhan penguatan kemampuan pemecahan masalah matematis, sebab peserta didik tidak hanya menghasilkan jawaban akhir, tetapi juga belajar memahami situasi, memilih representasi, menyusun strategi, dan memeriksa kembali solusinya. Secara empiris, Khoirunnisa dkk (2024: 315) melalui meta-analisis menemukan bahwa penerapan *contextual teaching and learning* meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis dengan ukuran efek sedang hingga sangat besar, sedangkan Rohimatunisa dan Sudianto (2023: 23) melaporkan pengaruh positifnya pada peserta didik kelas VIII. Materi relasi dan fungsi sangat sesuai diangkat melalui pendekatan ini karena dapat ditolakkan dari konteks hubungan antarobjek yang dekat dengan peserta didik, misalnya pemetaan "peserta didik–ekstrakurikuler", "barang–harga", atau "hari–jumlah pengunjung", sebelum dimaknai sebagai relasi dan fungsi secara formal.

Hubungan antara *hypothetical learning trajectory* dan *contextual teaching and learning* bersifat saling melengkapi, bukan berdiri sendiri-sendiri. *Hypothetical learning trajectory* menyediakan kerangka struktural berupa urutan aktivitas dan hipotesis perkembangan berpikir—menjawab pertanyaan dalam urutan apa peserta didik belajar dan bagaimana pemikirannya diperkirakan berkembang—sementara *contextual teaching and learning* menyediakan prinsip perancangan yang menentukan sifat dan mutu aktivitas pada setiap titik lintasan tersebut, yakni menjawab pertanyaan dengan aktivitas semacam apa peserta didik belajar. Karena Simon (1995) menempatkan tugas sebagai jantung lintasan belajar, sedangkan Johnson (2002) dan Crawford (2001) menempatkan keterkaitan dengan konteks nyata sebagai inti perancangan tugas, kedua kerangka tersebut dapat dipadukan secara alami. Dengan kata lain, frasa "berbasis *contextual teaching and learning*" dalam penelitian ini berarti seluruh aktivitas dan tugas di sepanjang lintasan belajar hipotetik dirancang menggunakan prinsip pembelajaran kontekstual, sehingga lintasan tersebut tidak hanya tertata, tetapi juga bermakna dan dekat dengan pengalaman peserta didik.

Keterpaduan kedua kerangka tersebut secara langsung menopang kemampuan pemecahan masalah matematis sebagai sasaran penelitian. Aktivitas kontekstual *contextual teaching and learning*—terutama tahap *relating* dan *experiencing*—mendorong peserta didik memahami situasi dan memodelkan masalah, sehingga memperkuat tahap awal pemecahan masalah yang menjadi titik lemah pada studi pendahuluan. Urutan aktivitas dan antisipasi respons dalam *hypothetical learning trajectory* menuntun peserta didik menyusun serta melaksanakan rencana penyelesaian secara bertahap, sementara perpaduan refleksi pada *contextual teaching and learning* dengan perbandingan antara lintasan hipotetik dan lintasan aktual pada *hypothetical learning trajectory* membiasakan peserta didik memeriksa kembali jawabannya. Dengan demikian, ketiga variabel saling terkait secara fungsional, *hypothetical learning trajectory* berperan sebagai kerangka penataan lintasan, *contextual teaching and learning* berperan sebagai pendekatan yang menghadirkan konteks dan aktivitas bermakna, dan keduanya bermuara pada penguatan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik pada materi relasi dan fungsi.

Kajian terhadap penelitian terdahulu memperjelas posisi sekaligus kebaruan penelitian ini. Khoirudin dan Rizkianto (2018: 215) memadukan *hypothetical learning trajectory* dengan *problem-based learning* yang berorientasi pada kemampuan penalaran matematis, sedangkan Nuraida dan Amam (2019: 251) serta Atiqoh dkk. (2026: 346) memadukannya dengan *Realistic Mathematics Education* untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis dan pemahaman konsep. Rezky dan Jais (2020: 95) telah mengaitkan *hypothetical learning trajectory* dengan pemecahan masalah berbasis tahapan Pólya, tetapi pembahasannya terbatas pada tahap *preliminary design* tanpa uji coba, sementara Astuti dan Wijaya (2021: 259) merancang lintasan belajar berbasis proyek pada materi himpunan dengan fokus pemahaman konsep. Penelitian-penelitian tersebut menunjukkan bahwa *hypothetical learning trajectory* lazim dipadukan dengan pendekatan selain *contextual teaching and learning* dan jarang diarahkan secara khusus pada kemampuan pemecahan masalah matematis di materi relasi dan fungsi. Dengan demikian, kebaruan penelitian ini terletak pada pengintegrasian

hypothetical learning trajectory dengan *contextual teaching and learning* yang secara khusus diorientasikan pada kemampuan pemecahan masalah matematis pada materi relasi dan fungsi, serta dikembangkan secara utuh hingga tahap pelaksanaan dan analisis, bukan berhenti pada perancangan.

Untuk mengembangkan dan menyempurnakan lintasan belajar tersebut, penelitian ini menggunakan model *design research* dari Gravemeijer dan Cobb (2006) dengan tiga tahap, yaitu *preliminary design*, *teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Model ini dipilih karena sejalan dengan hakikat produk yang dikembangkan, *hypothetical learning trajectory* sejak awal dirumuskan Simon (1995) dalam kerangka pembelajaran yang reflektif dan menjadi instrumen inti dalam *design research*, sehingga model ini memungkinkan dugaan cara berpikir peserta didik diuji dan diperbaiki melalui pembelajaran nyata, bukan sekadar divalidasi sebagai produk (Bakker, 2018). Melalui tahapan tersebut, penelitian ini menghasilkan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* pada materi relasi dan fungsi yang dioperasionalkan ke dalam modul ajar dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD), serta dikembangkan agar memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif.

Berdasarkan seluruh uraian di atas, penelitian ini diarahkan untuk mengembangkan lintasan belajar hipotetik yang berbasis pembelajaran kontekstual dan dirancang khusus untuk memperkuat kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik kelas VIII pada materi relasi dan fungsi. Atas dasar tersebut, penelitian ini mengambil judul "**Pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* Berbasis *Contextual Teaching and Learning* untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik.**"

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini didefinisikan dengan menggunakan latar belakang masalah yang telah ditetapkan sebelumnya:

1. Bagaimana proses pengembangan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik?

2. Bagaimana validitas *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik ?
3. Bagaimana kepraktisan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik?
4. Bagaimana efektivitas *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik?

C. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah yang diuraikan di atas, maka tujuan penelitian ini yaitu:

1. Untuk mengetahui proses pengembangan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik pada materi relasi dan fungsi.
2. Untuk menganalisis kualitas kevalidan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik pada materi relasi dan fungsi.
3. Untuk menilai kepraktisan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik pada materi relasi dan fungsi.
4. Untuk mengetahui keefektifan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik pada materi relasi dan fungsi.

D. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah

1. Manfaat Teoritis

Penelitian ini dapat menambah pengetahuan, wawasan, dan praktik di bidang pendidikan, khususnya pada pengembangan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* pada materi relasi dan fungsi khususnya dalam meningkatkan kemampuan

pemecahan masalah matematis, serta dapat dapat dijadikan sebagai sumber bagi para pendidik dan calon pendidik dalam proses pembelajaran matematika.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Peneliti

Menambahkan pengetahuan dan untuk menggagas alternatif pembelajaran dan sebagai referensi untuk mengevaluasi kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik dengan menerapkan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning*, serta menambah wawasan dalam pembelajaran matematika.

b. Bagi Pendidik

Penelitian ini diharapkan dapat dijadikan referensi dalam penyusunan bahan ajar sehingga dapat meminimalisir terjadinya *learning obstacle* pada materi relasi dan fungsi.

c. Bagi Peserta Didik

Melalui pembelajaran ini diharapkan dapat efektif dan terlibat aktif dengan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning*.

E. Batasan Masalah

1. Penelitian ini difokuskan pada submateri relasi dan fungsi yang meliputi konsep relasi, representasi relasi dan fungsi, penentuan domain, kodomain, dan range, konsep serta syarat fungsi, dan penyelesaian masalah kontekstual menggunakan relasi dan fungsi. Perbedaan fungsi nonlinear dari fungsi linear secara grafik serta submateri persamaan linear tidak termasuk dalam cakupan penelitian.
2. Fokus penelitian adalah meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik.
3. Penelitian ini menggunakan *contextual teaching and learning* sebagai pendekatan utama yang diterapkan dalam pengembangan *hypothetical learning trajectory*.

F. Kerangka Berpikir

Studi pendahuluan dan kajian penelitian terdahulu menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik pada materi relasi dan fungsi masih rendah. Kelemahan utama tidak terletak pada keterampilan berhitung, melainkan terkonsentrasi pada tahap memahami sekaligus memodelkan masalah dan tahap memeriksa kembali. Peserta didik cenderung langsung menerapkan rumus tanpa menyatakan hubungan yang diwakilinya dan jarang memverifikasi jawaban (Ghurfa dkk., 2023).

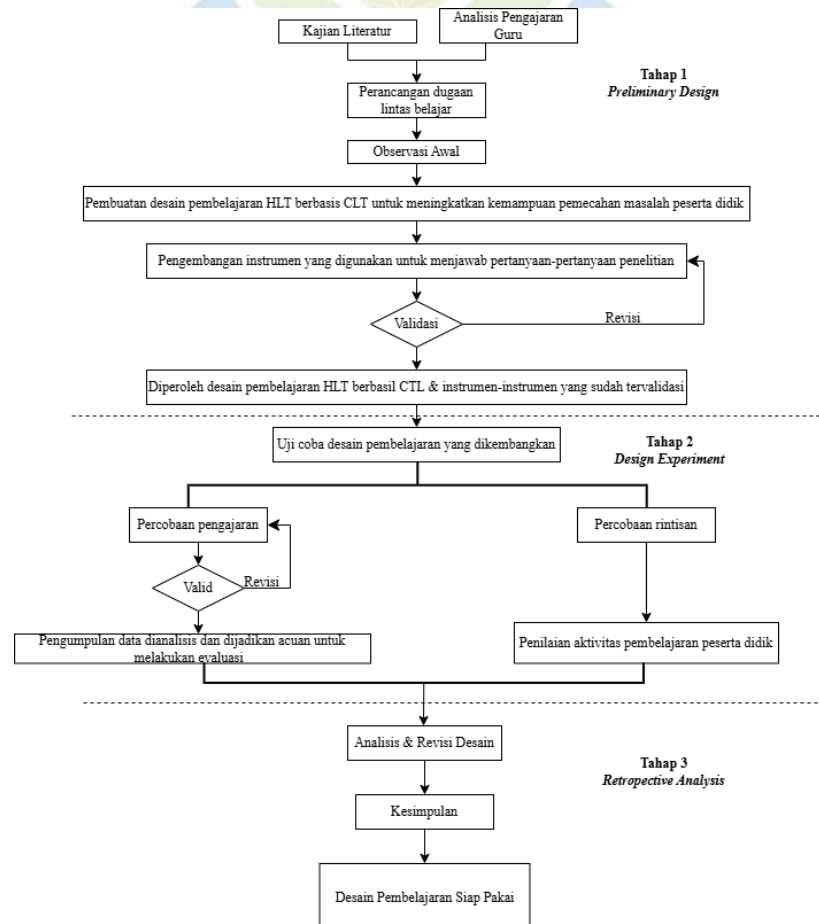
Kondisi tersebut diperberat oleh karakteristik materi relasi dan fungsi yang abstrak dan menuntut peralihan antarrepresentasi. Persoalan semacam ini tidak cukup diatasi dengan menambah latihan soal, melainkan membutuhkan rancangan pembelajaran yang sekaligus *tertata* dan *bermakna*. *Tertata* berarti perkembangan cara berpikir peserta didik dapat diantisipasi dan didampingi secara bertahap dari pemahaman informal menuju formal, sedangkan *bermakna* berarti peserta didik memahami alasan suatu konsep dipelajari sehingga terdorong membangun strateginya sendiri.

Kebutuhan akan lintasan yang tertata dijawab oleh *hypothetical learning trajectory*, yang memuat tujuan pembelajaran, rangkaian tugas yang disusun bertahap, dan hipotesis perkembangan berpikir peserta didik (Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004). Kerangka ini memungkinkan pendidik mengantisipasi strategi maupun kesalahan yang mungkin muncul serta menyiapkan bantuan (*scaffolding*) yang tepat (Gravemeijer, 2004). Akan tetapi, lintasan yang tertata baru bernilai apabila aktivitas yang mengisinya berakar pada pengalaman peserta didik. Di sinilah *contextual teaching and learning* berperan, yakni menautkan materi dengan konteks kehidupan nyata agar peserta didik menemukan makna dan terlibat aktif (Johnson, 2002; Crawford, 2001).

Dengan demikian, kedua kerangka bersifat saling melengkapi, *hypothetical learning trajectory* menentukan dalam urutan apa peserta didik belajar dan bagaimana pemikirannya diperkirakan berkembang, sedangkan *contextual teaching and learning* menentukan dengan aktivitas semacam apa peserta didik belajar pada setiap titik lintasan. Keterpaduan ini menopang setiap

tahap pemecahan masalah, aktivitas kontekstual menguatkan tahap memahami dan memodelkan masalah yang menjadi titik lemah, urutan serta antisipasi respons menuntun perencanaan dan pelaksanaan strategi, dan refleksi yang dipadukan dengan perbandingan antara lintasan hipotetik dan lintasan aktual membiasakan peserta didik memeriksa kembali jawabannya.

Untuk mengembangkan sekaligus menyempurnakan lintasan tersebut, penelitian ini menggunakan *design research* model Gravemeijer dan Cobb (2006) melalui tahap *preliminary design*, *teaching experiment*, dan *retrospective analysis*. Melalui rangkaian tahapan itu, penelitian ini diharapkan menghasilkan *hypothetical learning trajectory* berbasis *contextual teaching and learning* pada materi relasi dan fungsi yang valid, praktis, dan efektif dalam meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik. Alur pemikiran tersebut disajikan pada Gambar 1.3.



Gambar 1.3 Kerangka Berpikir

G. Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian terdahulu yang relevan dengan penelitian ini adalah penelitian yang dilakukan oleh:

1. Penelitian oleh Khoirudin dan Rizkianto (2018) dengan judul "Pengembangan Perangkat Pembelajaran *Problem Based Learning* dan *Hypothetical Learning Trajectory* yang Berorientasi pada Kemampuan Penalaran Matematis Peserta didik". Temuan penelitian ini mengindikasikan bahwa perangkat berupa RPP dan LKS yang dikembangkan dengan model ADDIE tergolong valid, praktis, dan efektif untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematis peserta didik SMP pada materi aritmetika sosial. *Hypothetical learning trajectory* diposisikan sebagai dasar penyusunan RPP melalui kolom dugaan respons peserta didik dan alternatif respons guru, mengacu pada tiga komponen *hypothetical learning trajectory*, yaitu tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dan hipotesis proses berpikir peserta didik. Penelitian ini memiliki kesamaan dalam pemanfaatan *hypothetical learning trajectory* sebagai kerangka untuk mengantisipasi alur berpikir peserta didik dalam mengembangkan perangkat pembelajaran. Perbedaannya yaitu pada pendekatan dan aspek yang diukur, yakni penelitian tersebut memadukan *hypothetical learning trajectory* dengan *problem based learning* dan berorientasi pada penalaran matematis, sedangkan penelitian ini memadukan *hypothetical learning trajectory* dengan *contextual teaching and learning* dan berorientasi pada kemampuan pemecahan masalah matematis pada materi relasi dan fungsi. Oleh karena itu, kontribusi penelitian ini adalah memperluas penerapan *hypothetical learning trajectory* ke dalam kerangka pembelajaran kontekstual *contextual teaching and learning* serta mengarahkan orientasinya pada kemampuan pemecahan masalah matematis.
2. Penelitian oleh Atiqoh, dkk. (2026) dengan judul "*Hypothetical Learning Trajectory Based on Realistic Mathematics Education in SPLDV Material: Implementation to Accommodate Differences in Junior High School Students' Initial Abilities*". Temuan penelitian ini mengindikasikan bahwa

hypothetical learning trajectory berbasis *Realistic Mathematics Education* (RME) mampu memfasilitasi pemahaman konsep peserta didik secara bertahap dari konteks nyata menuju representasi formal sekaligus mengakomodasi perbedaan kemampuan awal peserta didik pada materi SPLDV, dengan analisis yang bersandar pada indikator pemecahan masalah Polya. Penelitian ini memiliki kesamaan dalam penggunaan *hypothetical learning trajectory* yang dianalisis melalui kerangka pemecahan masalah serta pemanfaatan konteks nyata sebagai titik tolak aktivitas belajar. Perbedaannya yaitu pada pendekatan dan materi, yakni penelitian tersebut menggunakan RME pada materi SPLDV dengan fokus mengakomodasi kemampuan awal peserta didik, sedangkan penelitian ini menggunakan *contextual teaching and learning* pada materi relasi dan fungsi. Oleh karena itu, kontribusi penelitian ini adalah menautkan *hypothetical learning trajectory* dengan pendekatan *contextual teaching and learning* pada materi relasi dan fungsi yang belum dikaji dalam penelitian tersebut, sembari tetap mempertahankan keterkaitan antara lintasan belajar dan tahapan pemecahan masalah matematis.

3. Penelitian oleh Rezky dan Jais (2020) dengan judul "*Hyphotetical Learning Trajectory*: Pemecahan Masalah Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel". Temuan penelitian ini mengindikasikan bahwa *hypothetical learning trajectory* dapat digunakan untuk mendeskripsikan beragam dugaan alur berpikir peserta didik dalam memecahkan masalah SPLDV berdasarkan empat tahap Polya, sehingga guru memperoleh acuan dalam menyusun hipotesis respons peserta didik. Penelitian ini memiliki kesamaan dalam fokus terhadap kemampuan pemecahan masalah dan penggunaan tahapan Polya sebagai dasar perumusan hipotesis proses belajar dalam *hypothetical learning trajectory*. Perbedaannya yaitu pada cakupan tahap penelitian dan materi, yakni penelitian tersebut dibatasi pada tahap *preliminary design* tanpa uji coba pada materi SPLDV, sedangkan penelitian ini dikembangkan lebih lanjut hingga tahap pelaksanaan dan analisis pada materi relasi dan fungsi dengan pendekatan *contextual teaching and*

learning. Oleh karena itu, kontribusi penelitian ini adalah mengembangkan *hypothetical learning trajectory* pemecahan masalah secara lebih utuh, tidak berhenti pada perancangan dugaan alur berpikir, melainkan diintegrasikan dengan pendekatan kontekstual dan diterapkan pada materi yang berbeda.

4. Penelitian oleh Nuraida dan Amam (2019) dengan judul "*Hypothetical Learning Trajectory in Realistic Mathematics Education to Improve the Mathematical Communication of Junior High School Students*". Temuan penelitian ini mengindikasikan bahwa *hypothetical learning trajectory* berbasis RME dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis peserta didik, dibuktikan dengan hasil kelas RME yang lebih tinggi daripada kelas konvensional melalui pengujian statistik, serta memaparkan peran dan posisi *hypothetical learning trajectory* pada setiap fase penelitian desain dan membedakannya dari RPP biasa. Penelitian ini memiliki kesamaan dalam penggunaan *hypothetical learning trajectory* dengan tiga komponennya sebagai inti pengembangan serta pemanfaatan kerangka penelitian desain. Perbedaannya yaitu pada pendekatan, variabel, dan materi, yakni penelitian tersebut memadukan *hypothetical learning trajectory* dengan RME untuk meningkatkan komunikasi matematis pada materi sistem persamaan linear, sedangkan penelitian ini memadukan *hypothetical learning trajectory* dengan *contextual teaching and learning* untuk mendukung pemecahan masalah matematis pada materi relasi dan fungsi. Oleh karena itu, kontribusi penelitian ini adalah memperkuat landasan metodologis pengembangan *hypothetical learning trajectory* dengan mengarahkannya pada pendekatan *contextual teaching and learning* dan kemampuan pemecahan masalah matematis yang belum menjadi sasaran penelitian tersebut.
5. Penelitian oleh Astuti dan Wijaya (2021) dengan judul "*Learning Trajectory Berbasis Proyek pada Materi Definisi Himpunan*". Temuan penelitian ini mengindikasikan bahwa *learning trajectory* berbasis proyek dapat memfasilitasi pemahaman peserta didik terhadap definisi himpunan melalui empat level pemodelan, yaitu situasional, referensial, *general*, dan formal, yang memperlihatkan transisi dari konteks nyata menuju representasi

formal. Penelitian ini memiliki kesamaan dalam perancangan lintasan belajar yang berangkat dari konteks bermakna serta penyempurnaan *hypothetical learning trajectory* secara bertahap melalui uji coba. Perbedaannya yaitu pada pendekatan, materi, dan fokus, yakni penelitian tersebut menggunakan pembelajaran berbasis proyek pada materi definisi himpunan dengan fokus pemahaman konsep, sedangkan penelitian ini menggunakan pendekatan *contextual teaching and learning* pada materi relasi dan fungsi dengan fokus kemampuan pemecahan masalah matematis. Oleh karena itu, kontribusi penelitian ini adalah memanfaatkan logika kontekstual sebagaimana pada pembelajaran berbasis proyek, tetapi melalui pendekatan *contextual teaching and learning* dan diarahkan pada penguatan kemampuan pemecahan masalah matematis pada materi yang berbeda.

