

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah studi tentang struktur matematika dari jaringan, yang terdiri dari sisi-sisi (*edges*) yang menghubungkan titik-titik (*vertices*). Dalam catatan sejarah, pada tahun 1736 M, seorang matematikawan asal Swiss bernama Leonhard Euler memperkenalkan untuk pertama kalinya sebuah permasalahan yang kemudian menjadi terkenal, yaitu mengenai jembatan Königsberg. Jembatan Königsberg adalah tujuh jembatan yang menghubungkan satu pulau kecil dengan daratan yang dibagi oleh sungai. Euler memanfaatkan pendekatan graf untuk permasalahan tersebut. Leonhard Euler menyimpulkan bahwa seseorang tidak bisa melewati semua jembatan tersebut masing-masing satu kali dan kembali ke titik awal, kecuali jika setiap titik memiliki derajat genap [1], [2].

Teori graf terus berkembang hingga saat ini, bahkan graf banyak digunakan sebagai model yang berguna untuk berbagai jenis hubungan dan interaksi di banyak bidang, seperti biologi, ilmu komputer, kimia, dan jaringan komunikasi. Salah satu bidang terkini dalam teori graf adalah pelabelan graf (*graph labeling*), yang memetakan elemen graf ke bilangan non-negatif dengan aturan tertentu. Pelabelan graf dibagi menjadi tiga, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total [3].

Bidang pelabelan graf masih menjadi topik yang aktif diteliti, salah satunya berupa pelabelan tak teratur refleksif sisi. Konsep ini pertama kali diperkenalkan oleh Duhyant Tama, Joe Ryan, dan Andrea Semaničová-Feňovčíková dalam literatur mereka yang berjudul “*Edge Irregular Reflexive Labeling of Prims and Wheels*” yang diterbitkan pada tahun 2017. Dalam pelabelan tak teratur refleksif sisi graf G memiliki fungsi pelabelan sisi φ_e yang memetakan setiap sisi ke dalam himpunan bilangan bulat $\{1, 2, \dots, k_e\}$ dan fungsi pelabelan titik φ_v ke dalam himpunan bilangan bulat $\{0, 2, \dots, 2k_v\}$ di mana $k = \max\{k_e, 2k_v\}$. Jika xy dan $x'y'$ merupakan dua sisi yang berbeda pada graf G , maka pelabelan total k disebut pelabelan refleksif tak teratur sisi apabila nilai bobot yang dihasilkan oleh kedua sisi tidak sama. Bobot sisi diperoleh dari $wt(xy) = \varphi_v(x) + \varphi_e(xy) + \varphi_v(y)$. Dengan demikian, harus terpenuhi bahwa $wt(xy) \neq wt(x'y')$. Nilai k minimum yang membuat graf G memiliki pelabelan- k tak teratur sisi disebut nilai ketakteraturan reflektif sisi dari G dinotasikan dengan $res(G)$ [4].

Topik pelabelan tak teratur telah mendapat perhatian dari banyak ilmuwan, begitupula pelabelan refleksif tak teratur sisi pada graf hasil kali korona. Salah satu penelitian dilakukan oleh Yoong dkk. (2024) yang berhasil menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali korona antara graf lintasan dengan graf bintang $(P_n \odot K_{1,m})$. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa pelabelan refleksif tak teratur dapat diterapkan pada graf hasil kali korona serta memberikan bentuk umum nilai ketakteraturan refleksif sisi untuk graf tersebut. Namun, penelitian tersebut masih terbatas pada graf lintasan sebagai dasar sehingga belum mencakup graf lingkaran (C_n) . Perbedaan struktur antara graf lintasan dan graf lingkaran mengakibatkan konstruksi pelabelan serta pembuktian yang digunakan tidak dapat diterapkan secara langsung [12]. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali korona antara graf lingkaran dengan graf bintang $(C_n \odot K_{1,m})$.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang menjadi ruang lingkup pembahasan dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana menetapkan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf?
2. Bagaimana memperoleh nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali korona antara graf lingkaran (C_n) dengan graf bintang $(K_{1,m})$?

1.3 Batasan Masalah

Fokus penelitian dibatasi pada beberapa ketentuan berikut:

1. Pelabelan yang digunakan adalah pelabelan refleksif tak teratur sisi.
2. Pengkajian yang dilakukan adalah pada graf hasil kali korona antara graf lingkaran (C_n) dengan graf bintang $(K_{1,m})$ dengan $n \geq 3$ dan $m \geq 3$.

1.4 Tujuan Penelitian

Dengan memperhatikan permasalahan yang dikaji, tujuan penelitian ini adalah

1. Untuk mengetahui cara menetapkan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf.

2. Untuk mengetahui cara menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali korona antara graf lingkaran (C_n) dengan graf bintang ($K_{1,m}$).

1.5 Metodologi Penelitian

1. Studi Literatur

Studi literatur merupakan proses penelusuran dan pengumpulan berbagai sumber referensi yang relevan dalam memperoleh dasar teori yang berkaitan dengan graf yang menjadi objek kajian. Proses ini bertujuan memberikan landasan teori yang kuat sebagai acuan dalam pelaksanaan penelitian.

2. Analisis

Pada tahap analisis, peneliti melakukan penelusuran terhadap pola dan rumus umum yang digunakan untuk menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi. Kemudian, dilakukan pembuatan beberapa graf dengan nilai dan parameter tertentu, pemberian pelabelan, perhitungan bobot setiap sisi yang berbeda, serta penyusunan rumus berdasarkan pola pelabelan yang telah diperoleh.

1.6 Sistematika Penulisan

Berdasarkan penulisannya, penelitian ini mencakup empat bab dan daftar pustaka, di mana setiap bab terdiri dari beberapa subbab.

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini memuat latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan isu, tujuan studi, ruang lingkup studi, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi penjabaran tentang prinsip-prinsip yang mendasari analisis permasalahan serta teori-teori yang dijadikan pedoman dalam pemecahan permasalahan.

BAB III NILAI KETAKTERATURAN REFLEKSIF SISI PADA GRAF HASIL KALI KORONA ANTARA GRAF LINGKARAN (C_n) DENGAN GRAF BINTANG ($K_{1,m}$)

Bab ini mencakup hasil atau pembahasan utama dari penelitian yang dilakukan, yaitu cara menentukan nilai ketakteraturan

refleksif sisi pada graf hasil kali korona antara graf lingkaran (C_n) dengan graf bintang ($K_{1,m}$).

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini memuat kesimpulan dari seluruh pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya. Selain itu, bab ini juga berisikan saran dari penulis untuk kemajuan penelitian di masa yang akan datang.

