

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matriks merupakan konsep dasar dalam aljabar linear yang memiliki aplikasi luas dalam matematika, fisika, ilmu komputer, dan ekonomi. Salah satu perkembangan penting dalam teori matriks adalah konsep konvolusi polinomial karakteristik yang pertama kali dipelajari oleh Walsh [1] dan Szego [2] pada tahun 1920-an. Marcus, Spielman, dan Srivastava [3] kemudian memperkenalkan konvolusi aditif dan multiplikatif untuk polinomial karakteristik matriks, yang membuka jalan bagi teori Finite Free Probability sebagai versi hingga dari teori probabilitas bebas Voiculescu.

Dalam konteks Finite Free Probability, polinomial karakteristik dari penjumlahan dua matriks umumnya dihitung melalui ekspektasi atas konjugasi uniter yang kompleks. Namun, terdapat pasangan matriks istimewa yang memiliki properti khusus yaitu matriks yang berbentuk Additive Finite Free Position (AFFP), dimana polinomial karakteristik dari jumlah dua matriks sama dengan konvolusi aditif dari polinomial karakteristik masing-masing matriks tanpa perlu proses averaging [4]. Secara intuitif, properti ini menghindari proses ekspektasi yang lebih kompleks tersebut, sehingga pasangan matriks AFFP berpotensi memberikan perhitungan yang lebih sederhana dibandingkan kasus umum.

Salah satu kajian yang membahas pasangan matriks AFFP secara mendalam adalah jurnal Arizmendi, Lehner, dan Rosenmann [4]. Dalam jurnal tersebut, ditemukan beberapa pasangan keluarga matriks yang ternyata selalu berbentuk AFFP, dengan pembuktian yang diberikan secara umum untuk ordo n .

Meskipun pasangan-pasangan tersebut telah dibuktikan berlaku secara umum, melihat bagaimana persisnya kondisi itu bekerja pada ukuran matriks tertentu tetap menjadi hal yang penting untuk dipelajari. Pembuktian umum sering kali bersifat abstrak dan sulit dibayangkan tanpa contoh konkret, sehingga verifikasi pada ordo tertentu dapat membantu memahami bagaimana struktur aljabar di baliknya benar-benar bekerja. Ordo 4×4 dipilih sebagai fokus kajian karena pada ukuran ini perhitungan sudah cukup kompleks untuk memperlihatkan pola yang menarik, namun masih memungkinkan untuk diverifikasi secara eksplisit langkah demi

langkah.

Atas dasar itu, penelitian ini disusun untuk mengetahui pasangan himpunan matriks yang memenuhi kondisi AFFP pada ordo 4×4 . Diharapkan hasil dari penelitian ini dapat memberikan gambaran yang lebih jelas dan konkret mengenai teori AFFP, sekaligus menjadi salah satu rujukan bagi penelitian selanjutnya yang ingin mengkaji ordo matriks yang lebih besar.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan sebelumnya, rumusan masalah dari skripsi ini adalah Himpunan pasangan matriks apa saja yang dapat diidentifikasi yang memenuhi kondisi Additive Finite Free Position (AFFP) pada ordo 4×4 ?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Pembahasan difokuskan pada Additive Finite Free Position, tidak mencakup multiplikatif.
2. Ukuran matriks yang dibahas dibatasi pada ordo 4×4 .
3. Pembuktian dilakukan hanya untuk satu arah, yaitu menunjukkan bahwa setiap pasangan himpunan matriks yang dikaji memenuhi kondisi AFFP, tanpa membuktikan bahwa himpunan tersebut merupakan satu-satunya pasangan yang mungkin.
4. Contoh-contoh numerik digunakan untuk ilustrasi dan verifikasi kondisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Dalam penelitian ini, tujuan yang diharapkan adalah mengetahui himpunan pasangan matriks apa saja yang dapat diidentifikasi yang memenuhi kondisi Additive Finite Free Position (AFFP) pada ordo 4×4 .

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah untuk menambah wawasan bagi pembaca dan penulis mengenai pasangan himpunan matriks apa saja yang berbentuk Additive Finite Free Position (AFFP), khususnya pada matriks berukuran 4×4 . Selain itu, penelitian ini diharapkan dapat menjadi salah satu rujukan bagi penelitian

selanjutnya yang ingin mengkaji ordo matriks yang lebih besar maupun aspek lain dari AFFP yang belum dibahas dalam penelitian ini.

1.5 Metodologi Penelitian

Mengidentifikasi konsep-konsep yang berkaitan dengan kondisi Additive Finite Free Position (AFFP) pada matriks. Penulis mengkaji referensi yang relevan, termasuk buku teks aljabar linear untuk membangun landasan teori mengenai matriks diagonal, matriks principally balanced, matriks segitiga, dan matriks skalar, serta jurnal ilmiah sebagai sumber utama pembahasan, khususnya jurnal Arizmendi, Lehner, dan Rosenmann (2025) [4].

Pada tahap ini penulis menjabarkan polinomial karakteristik dari masing-masing pasangan himpunan matriks berukuran 4×4 menggunakan persamaan yang telah dikaji pada landasan teori. Lalu menghitung konvolusi aditif dari polinomial-polinomial tersebut berdasarkan Definisi 2.2, serta membandingkan koefisien kedua sisi persamaan AFFP secara eksplisit untuk memverifikasi kesamaannya. Selain itu penulis juga menyajikan contoh pada masing-masing pasangan matriks berukuran 4×4 sebagai ilustrasi tambahan.

Berdasarkan analisis yang dilakukan, penulis dapat menarik kesimpulan mengenai pasangan himpunan matriks mana saja yang memenuhi kondisi Additive Finite Free Position (AFFP) pada ordo 4×4 . Selain itu penulis juga memberikan rekomendasi mengenai hal-hal yang berada di luar batas penelitian ini.

1.6 Sistematika Penulisan

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini berisi teori-teori yang melandasi pembahasan masalah pada penelitian ini. Landasan teori ini meliputi matriks, operasi pada matriks, trace matriks, determinan matriks, minor prinsipal, matriks *principally balanced*, polinomial karakteristik dan nilai eigen, konvolusi aditif serta matriks Additive Finite Free Position (AFFP).

BAB III PASANGAN HIMPUNAN MATRIKS BERBENTUK ADDITIVE FINITE

FREE POSITION (AFFP)

Pada bab ini dijelaskan mengenai pasangan himpunan matriks yang memenuhi kondisi Additive Finite Free Position (AFFP) pada ordo 4×4 .

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini dijelaskan tentang kesimpulan dari penelitian ini dan saran untuk penelitian selanjutnya yang berhubungan dengan penelitian ini.

