

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis adalah salah satu bidang dalam matematika yang akan terus berkembang, mulai dari analisis klasik hingga analisis modern. Analisis klasik membahas mengenai sistem bilangan, konvergensi, dan kekontinuan. Analisis modern membahas mengenai konsep yang bersifat abstrak dan bekerja pada ruang. Salah satu konsep yang dibahas dalam analisis modern adalah analisis fungsional, yang merupakan suatu kajian mengenai ruang bernorma. Kreyszig menyatakan bahwa analisis fungsional merupakan salah satu bidang dalam matematika yang berasal dari analisis klasik, sehingga dapat digunakan sebagai penghubung untuk memahami ruang yang bersifat abstrak [1], [2].

Dalam analisis fungsional, ruang bernorma merupakan salah satu jenis ruang paling penting yang memungkinkan pengukuran panjang suatu elemen vektor. Ruang bernorma merupakan ruang vektor yang dilengkapi dengan norma dan memenuhi sifat-sifat tertentu. Ruang bernorma dapat diperluas menjadi ruang bernorma-dua dengan memetakan dua elemen vektor secara sekaligus. Konsep ruang bernorma-dua tersebut diperkenalkan oleh Gähler pada tahun 1964 sebagai perkembangan dari ruang bernorma. Secara geometri, ruang bernorma-dua $\|a, b\|$ diinterpretasikan sebagai luas jajargenjang yang dibentuk oleh vektor a dan b [1], [3], [4].

Namun, pada perkembangan selanjutnya menunjukkan bahwa konsep ruang bernorma-dua masih memiliki keterbatasan karena pengukuran dua elemen vektor yang dilakukan berasal dari struktur ruang yang sama. Keterbatasan tersebut mendorong munculnya struktur yang lebih umum, yaitu ruang bernorma-dua yang digeneralisasi. Konsep generalisasi ruang bernorma-dua memungkinkan pengukuran dua elemen vektor dapat didefinisikan pada pasangan elemen yang berasal dari struktur ruang berbeda [5].

Dalam konteks tersebut, salah satu konsep yang belum banyak dieksplorasi adalah fungsi dengan variasi yang terbatas. Konsep fungsi variasi terbatas (*bounded variation*) didefinisikan sebagai fungsi yang memiliki nilai riil dengan total variasi yang terbatas dan daerah asal (*domain*) terdiri dari partisi pada interval $[a, b]$. Fungsi variasi terbatas diperkenalkan oleh Camille Jordan pada tahun 1881 pada fungsi dengan satu variabel [5], [6].

Konsep fungsi variasi terbatas juga dapat dikembangkan menjadi fungsi dengan variasi- $(2, k)$ terbatas. Konsep fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas tersebut dapat diteliti dalam struktur generalisasi ruang bernorma-dua. Namun, penelitian mengenai konsep fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas pada ruang bernorma-dua yang digeneralisasi masih belum banyak dilakukan. Oleh karena itu, peluang baru ini memungkinkan penelitian secara lebih lanjut terhadap konsep variasi terbatas, khususnya pada fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas, untuk dapat didefinisikan dalam kerangka ruang bernorma-dua yang digeneralisasi [4].

Penelitian ini bertujuan untuk mendefinisikan fungsi dengan variasi- $(2, k)$ terbatas dalam generalisasi ruang bernorma-dua, serta mengembangkan konsep variasi-dua terbatas menjadi variasi- $(2, k)$ terbatas dengan tetap mempertahankan karakteristik penting dalam generalisasi ruang bernorma-dua. Pengembangan ini diharapkan dapat memperkuat dan memperluas landasan teoritis dan memberikan kontribusi pemahaman terhadap konsep fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam struktur yang lebih umum.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan atas, maka didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendefinisikan konsep fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam generalisasi ruang bernorma-dua?
2. Bagaimana karakteristik dan sifat fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam generalisasi ruang bernorma-dua?

1.3 Batasan Masalah

Pada skripsi ini terdapat beberapa batasan masalah yang digunakan, yaitu sebagai berikut:

1. Penelitian hanya akan membahas mengenai fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam generalisasi ruang bernorma-dua.
2. Karakteristik dan sifat yang dikaji pada fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas berdasarkan struktur generalisasi ruang bernorma-dua.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang ada, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendefinisikan fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam struktur generalisasi ruang bernorma-dua.
2. Menentukan karakteristik dan sifat pada fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam struktur generalisasi ruang bernorma-dua.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Tahap ini adalah tahap pengumpulan teori-teori penunjang yang berkaitan dengan fungsi variasi-dua terbatas dan generalisasi ruang bernorma-dua yang diperoleh dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, skripsi, dan sumber referensi lainnya.

2. Analisis

Tahap ini adalah tahap pengkajian lebih mendalam tentang fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas pada generalisasi ruang bernorma-dua. Pembuktian akan dilakukan pada teorema yang sudah dikaji oleh peneliti-peneliti sebelumnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi uraian mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi mengenai penjelasan teori-teori dasar yang mendukung penelitian, khususnya yang berkaitan dengan konsep fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dan generalisasi ruang bernorma-dua.

BAB III PEMBAHASAN

Bab ini berisi pembahasan mengenai fungsi variasi- $(2, k)$ terbatas dalam struktur ruang bernorma-dua yang digeneralisasi.

BAB IV PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dianalisis serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

