

Pendidikan Matematika

1.1 CEK PLAGIASI SKRIPSI Aditya Mohammad Iqbal

 PENGECEKKAN 3

Document Details

Submission ID

trn:oid::3618:148852136

Submission Date

Aug 20, 2026, 3:08 PM GMT+7

Download Date

Aug 20, 2026, 3:22 PM GMT+7

File Name

1.1 CEK PLAGIASI SKRIPSI Aditya Mohammad Iqbal.docx

File Size

1.7 MB

86 Pages

15,252 Words

122,853 Characters

23% Overall Similarity

The combined total of all matches, including overlapping sources, for each database.

Filtered from the Report

- Bibliography

Top Sources

- 16%  Internet sources
- 13%  Publications
- 21%  Submitted works (Student Papers)

Integrity Flags

0 Integrity Flags for Review

Our system's algorithms look deeply at a document for any inconsistencies that would set it apart from a normal submission. If we notice something strange, we flag it for you to review.

A Flag is not necessarily an indicator of a problem. However, we'd recommend you focus your attention there for further review.

Top Sources

- 16% Internet sources
- 13% Publications
- 21% Submitted works (Student Papers)

Top Sources

The sources with the highest number of matches within the submission. Overlapping sources will not be displayed.

1	Internet	repository.uin-suska.ac.id	1%
2	Internet	digilib.uinkhas.ac.id	1%
3	Internet	repo.iain-tulungagung.ac.id	<1%
4	Internet	repository.upi.edu	<1%
5	Student papers	UINFAS Bengkulu on 2026-07-24	<1%
6	Internet	repository.radenintan.ac.id	<1%
7	Internet	journal.unpas.ac.id	<1%
8	Internet	repository.uinsaizu.ac.id	<1%
9	Student papers	Universitas Muhammadiyah Semarang on 2026-06-02	<1%
10	Student papers	Universitas Terbuka on 2026-06-29	<1%
11	Internet	digilib.uinsgd.ac.id	<1%

12	Internet	docplayer.info	<1%
13	Internet	www.iejme.com	<1%
14	Publication	Fadhilah Fadhilah, Ardian Saputra, Herlina Maya Sari, Herda Yowan Mei Randa, N...	<1%
15	Internet	www.scribd.com	<1%
16	Student papers	Program Pascasarjana Universitas Negeri Yogyakarta on 2026-06-07	<1%
17	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2026-06-23	<1%
18	Internet	repository.metrouniv.ac.id	<1%
19	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2019-07-06	<1%
20	Internet	journal.lppm-unasman.ac.id	<1%
21	Publication	Anisa Rahmadani Siregar, Derma Sarah Tia Wanka Purba, Erika Simangunsong, H...	<1%
22	Student papers	UINFAS Bengkulu on 2026-07-24	<1%
23	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-05-19	<1%
24	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-08-01	<1%
25	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-07-27	<1%

26	Internet	www.researchgate.net	<1%
27	Student papers	Institut Agama Islam Negeri Curup on 2026-07-16	<1%
28	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2025-07-16	<1%
29	Student papers	UIN Sunan Gunung Djati Bandung on 2026-08-10	<1%
30	Student papers	Universitas Islam Riau on 2026-04-30	<1%
31	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-08-11	<1%
32	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2016-06-16	<1%
33	Student papers	iGroup on 2012-06-08	<1%
34	Student papers	LL DIKTI IX Turnitin Consortium Part III on 2025-09-18	<1%
35	Internet	etd.uinsyahada.ac.id	<1%
36	Internet	repo.undiksha.ac.id	<1%
37	Internet	repositori.uin-alauddin.ac.id	<1%
38	Student papers	Universitas PGRI Palembang on 2026-06-26	<1%
39	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-02-19	<1%

40	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-05-05	<1%
41	Student papers	Universitas Negeri Yogyakarta on 2025-07-17	<1%
42	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2026-06-29	<1%
43	Internet	ejournal.unesa.ac.id	<1%
44	Internet	eprints.radenfatah.ac.id	<1%
45	Internet	repositori.unsil.ac.id	<1%
46	Publication	ALYA NUR SAADAH, Selvi Loviana. "Pengembangan E-LKPD Berbasis Etnomatemata..."	<1%
47	Internet	eprints3.upgris.ac.id	<1%
48	Internet	repository.uinsu.ac.id	<1%
49	Student papers	Transylvania University on 2024-08-12	<1%
50	Student papers	Universitas PGRI Madiun on 2026-07-06	<1%
51	Internet	e-journal.hamzanwadi.ac.id	<1%
52	Internet	repo.iainbatusangkar.ac.id	<1%
53	Publication	Alfia Mayfa Carissa, Tasnim Rahmat. "Pengembangan Instrumen Identifikasi Disk..."	<1%

54	Student papers	Rose-Hulman Institute of Technology on 2025-07-15	<1%
55	Student papers	Universitas Islam Riau on 2026-06-25	<1%
56	Student papers	Universitas Putera Batam on 2026-07-27	<1%
57	Internet	es.scribd.com	<1%
58	Internet	repo.uinsatu.ac.id	<1%
59	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2026-03-31	<1%
60	Student papers	Universitas Islam Riau on 2026-07-09	<1%
61	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-06-11	<1%
62	Internet	eprints.walisongo.ac.id	<1%
63	Internet	pdffox.com	<1%
64	Student papers	LL Dikti IX Turnitin Consortium on 2026-07-14	<1%
65	Publication	Pratiwi Novitasari, Budi Usodo, Laila Fitriana. "KEMAMPUAN REPRESENTASI MATE...	<1%
66	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-07-01	<1%
67	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-05-26	<1%

68	Internet	digilib.uinsby.ac.id	<1%
69	Internet	jpffis.unram.ac.id	<1%
70	Publication	Luis Matital, Tanwey G Ratumanan, Christina M Laamena. "STUDENTS' MATHEMA...	<1%
71	Publication	Nur Aisyah, Nirfayanti, Dedy Setyawan. "Peningkatan Pemahaman Konsep Geo...	<1%
72	Student papers	STKIP Sumatera Barat on 2026-07-27	<1%
73	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2014-05-27	<1%
74	Internet	etd.umy.ac.id	<1%
75	Internet	garuda.kemdikbud.go.id	<1%
76	Internet	jpmipa.fkip.unila.ac.id	<1%
77	Internet	123dok.com	<1%
78	Publication	Elfrida Mariani Pasaribu, Rio Parsaoran Napitupulu, Minar Trisnawati Lumbantob...	<1%
79	Publication	Siti Rahmani, Luhur Wicaksono, Widya Rizky Pratiwi. "PENGARUH MODEL PEMBEL...	<1%
80	Internet	etheses.iainkediri.ac.id	<1%
81	Publication	Halimah Tussyadiyah, Amril Amir, Afrita Afrita, Dewi Anggraini. "Korelasi Ketera...	<1%

82	Publication	Ryan I Sihotang, Ryan I Sihotang, Dody Feliks Pandimun Ambarita, Ibrahim Gulto...	<1%
83	Student papers	STKIP Sumatera Barat on 2026-08-14	<1%
84	Student papers	UIN Sultan Syarif Kasim Riau on 2025-12-03	<1%
85	Student papers	Universitas Islam Negeri Sumatera Utara on 2026-05-26	<1%
86	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2015-06-11	<1%
87	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2020-08-04	<1%
88	Internet	journal.stkipsingkawang.ac.id	<1%
89	Publication	Alfiatur Rosida, Annisa Putri Rahmawati, Alfina Lutfi Rahmawati, Alifiani Alifiani, ...	<1%
90	Publication	Amirotun Nisa', Nurul Hidayah, Chusnul Chotimah. "Pengaruh Pemahaman Ilmu ...	<1%
91	Student papers	East Union High School on 2026-07-02	<1%
92	Publication	Lastri Paputungan. "Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika denga...	<1%
93	Publication	Nuraini Nuraini, Hasratuddin Hasratuddin, Elvis Napitupulu, Sahat Saragih, Nur A...	<1%
94	Publication	Octavina Rizky Utami Putri, Zukhrufurrohmah Zukhrufurrohmah. "PENGEMBANG...	<1%
95	Publication	Riswan Riswan, Alfian Gunawan, Miftahir Rizqa. "Evaluasi Mutu Butir Soal Melalui...	<1%

96	Student papers	Universitas Widyatama Bandung on 2026-08-09	<1%
97	Internet	jim.unisma.ac.id	<1%
98	Internet	journal.unsika.ac.id	<1%
99	Internet	jurnal.isdikkieraha.ac.id	<1%
100	Internet	mail.jurnaldidaktika.org	<1%
101	Internet	repository.iainpalopo.ac.id	<1%
102	Internet	repository.unwira.ac.id	<1%
103	Student papers	IAIN Bengkulu on 2025-06-24	<1%
104	Student papers	Institut Agama Islam Negeri Curup on 2026-07-22	<1%
105	Student papers	UINFAS Bengkulu on 2026-07-24	<1%
106	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-07-21	<1%
107	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-06-09	<1%
108	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-06-19	<1%
109	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2025-08-10	<1%

110	Internet	journal.unismuh.ac.id	<1%
111	Internet	repositori.unibos.ac.id	<1%
112	Internet	repository.uinjambi.ac.id	<1%
113	Internet	zombiedoc.com	<1%
114	Student papers	UIN KH. Achmad Siddiq Jember on 2026-05-11	<1%
115	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2026-03-02	<1%
116	Student papers	UINFAS Bengkulu on 2026-07-24	<1%
117	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2025-12-23	<1%
118	Internet	digilib.unila.ac.id	<1%
119	Internet	etheses.uin-malang.ac.id	<1%
120	Internet	journal.arimsi.or.id	<1%
121	Internet	ojs3.unpatti.ac.id	<1%
122	Internet	pelitaaksara.or.id	<1%
123	Internet	repository.ar-raniry.ac.id	<1%

124	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2024-03-08	<1%
125	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2023-08-10	<1%
126	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-07-14	<1%
127	Student papers	Universitas PGRI Palembang on 2026-06-10	<1%
128	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2014-06-01	<1%
129	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2019-07-05	<1%
130	Internet	dspace.uir.ac.id	<1%
131	Student papers	iGroup on 2013-12-17	<1%
132	Internet	journal.unnes.ac.id	<1%
133	Internet	jurnal.untan.ac.id	<1%
134	Internet	repository.trisakti.ac.id	<1%
135	Internet	text-id.123dok.com	<1%
136	Publication	Afifa Nabila Zahra, Rohati Rohati, Marlina Marlina. "ANALISIS KEMAMPUAN REPR...	<1%
137	Publication	Anis Farida Jamil, Hendarto Cahyono, Mila Sekar Ayu. "PENGEMBANGAN HANDO...	<1%

138	Student papers	Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan on 2026-07-22	<1%
139	Student papers	Johannes Kepler Universität Linz. JKU on 2026-01-07	<1%
140	Publication	M. Rafli Hidayat, Asyri Asyri, Tri Widayari, Auliaul Fitrah Samsuddin. "PENGE...	<1%
141	Student papers	Universitas Muhammadiyah Sukabumi on 2026-07-05	<1%
142	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2017-12-27	<1%
143	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2014-05-30	<1%
144	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2016-06-14	<1%
145	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2019-07-05	<1%
146	Internet	adoc.pub	<1%
147	Internet	digilib.unimed.ac.id	<1%
148	Internet	digilibadmin.unismuh.ac.id	<1%
149	Internet	id.123dok.com	<1%
150	Internet	journal.ipm2kpe.or.id	<1%
151	Internet	repository.iainpare.ac.id	<1%

152	Internet	ummaspul.e-journal.id	<1%
153	Publication	Deby Rizki Ananda Ritonga, Yusrizal Yusrizal, Indah Syasmita. "Pengembangan B...	<1%
154	Publication	Erin Setiyaningrum, Istiqomah Istiqomah. "EFEKTIVITAS PENERAPAN MODEL PEM...	<1%
155	Student papers	Fakultas Bahasa & Seni on 2026-04-30	<1%
156	Student papers	Fakultas MIPA on 2026-06-27	<1%
157	Publication	Jufrida Jufrida, Rahma Dani, Fibrika Rahmat Basuki, Suci Suci Rahma Dwi Astuti. "...	<1%
158	Student papers	LL DIKTI IX Turnitin Consortium Part II on 2025-05-24	<1%
159	Publication	Riza Nazila Azri, Miza Nina Adlini. "Pengembangan Media Interaktif Berbasis Prob...	<1%
160	Publication	Shafira Nur Annisa, Hanifah Hanifah, Muthiah Fildzah Noverli. "Analisis kemamp...	<1%
161	Student papers	UIN KH. Abdurrahman Wahid Pekalongan on 2026-08-03	<1%
162	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2025-11-27	<1%
163	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2026-04-08	<1%
164	Student papers	UIN Raden Intan Lampung on 2026-07-06	<1%
165	Student papers	UIN Sunan Gunung Djati Bandung on 2026-08-12	<1%

166	Student papers	UINFAS Bengkulu on 2026-07-24	<1%
167	Student papers	UINFAS Bengkulu on 2026-07-29	<1%
168	Student papers	Universitas Islam Negeri Raden Fatah on 2026-04-21	<1%
169	Student papers	Universitas Islam Riau on 2025-11-19	<1%
170	Student papers	Universitas Islam Riau on 2026-06-26	<1%
171	Student papers	Universitas Jenderal Soedirman on 2024-01-02	<1%
172	Student papers	Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya on 2025-01-29	<1%
173	Student papers	Universitas Malikussaleh on 2026-08-14	<1%
174	Student papers	Universitas Mulawarman on 2026-06-27	<1%
175	Student papers	Universitas Negeri Padang on 2025-08-14	<1%
176	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-07-14	<1%
177	Student papers	Universitas Pendidikan Ganesha on 2026-05-13	<1%
178	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2014-02-10	<1%
179	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2015-05-26	<1%

180	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2019-07-22	<1%
181	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2025-08-16	<1%
182	Student papers	Universitas Terbuka on 2025-08-05	<1%
183	Student papers	Universitas Terbuka on 2026-07-07	<1%
184	Internet	ejournal3.undip.ac.id	<1%
185	Internet	etheses.uinsgd.ac.id	<1%
186	Internet	fr.scribd.com	<1%
187	Internet	jmp-pasca.unpak.ac.id	<1%
188	Internet	journal.stkipsubang.ac.id	<1%
189	Internet	journal.ubpkarawang.ac.id	<1%
190	Internet	rama.uniku.ac.id	<1%
191	Student papers	College of Banking and Financial Studies on 2026-07-01	<1%
192	Publication	M. Nur Imansyah, Andi Prayudi. "Pengembangan Media Pembelajaran Media Pe...	<1%
193	Publication	Nova Nurlailasari, Dio Eriawandi, Faruq Haroky. "Pengaruh Penggunaan Model P...	<1%

194	Student papers	Universitas Muhammadiyah Jakarta on 2026-05-30	<1%
195	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-05-26	<1%
196	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-07-16	<1%
197	Student papers	Universitas Negeri Malang on 2025-05-22	<1%
198	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2018-07-14	<1%
199	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2025-08-15	<1%
200	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2014-08-22	<1%
201	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2026-06-17	<1%
202	Student papers	Universitas Sanata Dharma on 2022-06-07	<1%
203	Student papers	umc on 2023-08-07	<1%
204	Publication	Aan Uswatun Hasanah, Giri Mustika Roekmana. "Peningkatan Teknik Dasar Pem...	<1%
205	Publication	Diajeng Rizawati, A.F. Suryaning Ati MZ, Oriza Zativalen. "Pengembangan Perang...	<1%
206	Publication	Eka Farida Yanti, Rafiq Badjeber, Yulia Yulia. "Kemampuan Representasi Matemat...	<1%
207	Student papers	Fakultas MIPA on 2026-06-29	<1%

208	Student papers	IAIN Palopo on 2026-08-04	<1%
209	Student papers	LL Dikti IX Turnitin Consortium on 2026-06-03	<1%
210	Publication	Meili Junita, Riska Ahmad, Ahmad Fauzan, Darnis Arief. "Pengaruh Pendekatan O...	<1%
211	Publication	Rarri Ryandi, Diah Dwi Santri. "Bahan Ajar Elektronik Berbantuan Geogebra Pada ...	<1%
212	Publication	Reni Ariska Putri, Sri Uchtiawati, Nur Fauziyah. "PENGEMBANGAN MEDIA PEMBEL...	<1%
213	Publication	Sima Yuningsih, Kadir Kadir, La Ndia, Saleh Saleh. "Perbedaan Kemampuan Repre...	<1%
214	Student papers	Telkom University on 2026-01-23	<1%
215	Student papers	UIN Syarif Hidayatullah Jakarta on 2026-07-06	<1%
216	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-07-23	<1%
217	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-08-04	<1%
218	Student papers	Universitas Negeri Jakarta on 2026-08-06	<1%
219	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2022-02-18	<1%
220	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2025-09-08	<1%
221	Student papers	Universitas Negeri Surabaya The State University of Surabaya on 2026-06-09	<1%

222	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2014-04-11	<1%
223	Student papers	Universitas Pendidikan Indonesia on 2015-05-26	<1%
224	Student papers	Universitas Terbuka on 2026-06-24	<1%
225	Internet	jurnal.fkip.unila.ac.id	<1%

**PENGEMBANGAN *HYPOTHETICAL LEARNING*
TRAJECTORY (HLT) BERBANTUAN GEOGEBRA MELALUI
PROJECT-BASED LEARNING (PJBL) UNTUK
MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI
MATEMATIS SISWA**

SKRIPSI

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Mengikuti Sidang Munaqosyah



Aditya Mohammad Iqbal
NIM. 1192050004

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN GUNUNG DJATI
BANDUNG
2024**

ABSTRAK

Aditya Mohammad Iqbal. NIM. 1192050004. Pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan geogebra melalui *project-based learning* (PJBL) untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa

Kemampuan representasi matematis merupakan salah satu kemampuan penting yang harus dimiliki siswa dalam pembelajaran matematika. Namun, hasil studi pendahuluan di MTs Kifayatul Achyar dan MTs Ma'arif Tanjung Sari menunjukkan bahwa masih terdapat siswa yang memperoleh hasil belajar di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM), sehingga diperlukan perangkat pembelajaran yang dapat membantu siswa membangun pemahaman konsep secara lebih bermakna. Penelitian ini bertujuan untuk: (1) mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs; (2) mengetahui kelayakan produk yang dikembangkan; dan (3) mengetahui peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah menggunakan produk tersebut.

Penelitian ini merupakan penelitian dan pengembangan (*Research and Development*) menggunakan model Four-D (4D) yang meliputi tahap *Define*, *Design*, *Develop*, dan *Disseminate*. Subjek penelitian terdiri atas 30 siswa kelas VIII MTs Kifayatul Achyar dan 34 siswa kelas VIII MTs Ma'arif Tanjung Sari. Teknik pengumpulan data menggunakan lembar validasi ahli, tes kemampuan representasi matematis (pretest dan posttest), serta angket respons siswa. Data dianalisis menggunakan analisis deskriptif dan perhitungan *N-Gain*.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa produk HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) memenuhi kriteria sangat layak berdasarkan hasil validasi ahli. Respons siswa terhadap produk berada pada kategori baik. Selain itu, terjadi peningkatan kemampuan representasi matematis siswa yang ditunjukkan oleh rata-rata *N-Gain* sebesar 0,81 pada MTs Kifayatul Achyar dan 0,79 pada MTs Ma'arif Tanjung Sari, yang keduanya termasuk dalam kategori tinggi.

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) layak digunakan sebagai perangkat pembelajaran dan efektif dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa pada materi bangun ruang.

Kata kunci: *Hypothetical Learning Trajectory*, GeoGebra, *Project-Based Learning*, kemampuan representasi matematis, bangun ruang.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang memiliki peran penting dalam pendidikan. Pembelajaran matematika tidak hanya bertujuan agar siswa mampu melakukan perhitungan dan menggunakan rumus, tetapi juga mengembangkan kemampuan memahami, menyajikan, dan mengomunikasikan ide matematis. Kemampuan tersebut diperlukan agar siswa dapat menggunakan pengetahuan matematika dalam memahami dan menyelesaikan berbagai permasalahan. Salah satu kemampuan yang mendukung proses tersebut adalah kemampuan representasi matematis (Tupamahu et al., 2023).

Kemampuan representasi matematis berkaitan dengan kemampuan siswa dalam menyajikan ide, konsep, dan permasalahan matematika ke dalam berbagai bentuk. Representasi tersebut dapat berupa gambar atau bentuk visual, simbol dan ekspresi matematis, serta penjelasan verbal atau tertulis. Melalui representasi, siswa dapat menyajikan informasi yang terdapat dalam suatu masalah, membangun hubungan antarkonsep, dan mengomunikasikan proses penyelesaian yang digunakan (Tupamahu et al., 2023; Astuti, 2025).

Dalam penelitian ini, kemampuan representasi matematis difokuskan pada tiga bentuk, yaitu representasi visual, simbolik, dan verbal. Representasi visual berkaitan dengan kemampuan menyajikan ide matematika melalui gambar, diagram, atau model. Representasi simbolik berkaitan dengan penggunaan simbol, persamaan, dan ekspresi matematis. Adapun representasi verbal berkaitan dengan kemampuan menjelaskan ide dan proses penyelesaian melalui kata-kata atau tulisan. Ketiga bentuk representasi tersebut saling berkaitan dalam proses memahami dan menyelesaikan masalah matematika (Novitasari et al., 2021).

Kemampuan representasi matematis perlu mendapat perhatian karena siswa tidak selalu mampu menggunakan dan menghubungkan berbagai bentuk representasi secara tepat. Siswa dapat mengalami kesulitan ketika harus mengubah suatu permasalahan ke dalam gambar atau model matematika, menggunakan simbol yang sesuai, maupun menjelaskan kembali proses penyelesaian yang telah dilakukan. Kajian mengenai kemampuan representasi matematis juga menunjukkan perlunya inovasi dalam strategi, media, dan teknologi pembelajaran untuk mendukung perkembangan kemampuan tersebut (Putra et al., 2023).

Permasalahan representasi matematis memiliki keterkaitan yang kuat dengan pembelajaran geometri, khususnya materi bangun ruang. Materi bangun ruang menuntut siswa untuk memahami objek tiga dimensi dan menyajikannya melalui berbagai bentuk representasi. Siswa perlu menghubungkan objek geometris dengan gambar, model, simbol, ukuran, serta prosedur matematis. Oleh karena itu, pembelajaran bangun ruang tidak hanya berkaitan dengan kemampuan menggunakan rumus, tetapi juga dengan kemampuan siswa dalam memahami dan menghubungkan berbagai bentuk representasi (Ng et al., 2020; Žakelj & Klančar, 2022).

Pada materi bangun ruang, siswa dapat mengenali suatu objek dalam kehidupan sehari-hari, tetapi belum tentu mampu menyajikannya ke dalam bentuk gambar atau model matematika yang tepat. Siswa juga dapat menghafal rumus luas permukaan dan volume, tetapi belum tentu mampu menjelaskan hubungan antara rumus tersebut dan bentuk geometris yang dipelajari. Sebaliknya, siswa mungkin dapat mengamati gambar bangun ruang, tetapi mengalami kesulitan mengubah informasi yang tersedia menjadi simbol atau model matematis. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa kemampuan representasi memiliki peran penting dalam membantu siswa memahami materi bangun ruang (Ng et al., 2020; Novitasari et al., 2021; Žakelj & Klančar, 2022).

Berdasarkan pengamatan awal yang dilakukan penulis, kemampuan representasi matematis siswa masih belum memadai. Hal tersebut terlihat

dari kesulitan siswa dalam mengubah masalah kontekstual ke dalam model matematika yang sesuai maupun menghubungkan kembali model matematika dengan situasi yang diberikan. Kondisi ini menunjukkan bahwa sebagian siswa belum mampu menggunakan representasi matematis secara tepat dalam memahami dan menyelesaikan masalah.

Hasil studi pendahuluan melalui wawancara dengan guru matematika di MTs Kifayatul Achyar dan MTs M'arif Tanjung Sari menunjukkan bahwa guru telah menerapkan beberapa metode pembelajaran, seperti diskusi, tanya jawab, dan ceramah. Dalam pelaksanaannya, guru memberikan penjelasan mengenai materi yang dipelajari, membagi siswa ke dalam kelompok untuk berdiskusi, meminta siswa mempresentasikan hasil diskusi, serta melakukan evaluasi bersama siswa. Upaya tersebut menunjukkan bahwa guru telah berusaha melibatkan siswa dalam proses pembelajaran.

Namun, hasil belajar siswa masih belum sepenuhnya sesuai dengan yang diharapkan. Berdasarkan informasi dari guru, masih terdapat siswa yang memperoleh nilai ulangan harian di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yang ditetapkan sekolah, yaitu 70. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa penerapan berbagai metode pembelajaran belum sepenuhnya mampu membantu seluruh siswa mencapai hasil belajar yang diharapkan. Selain hasil belajar yang masih rendah, guru juga menyampaikan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menggambarkan bangun ruang, mengubah soal cerita ke model matematika, serta menjelaskan penyelesaian secara tertulis. Kesulitan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis siswa masih perlu dikembangkan.

Hasil pengamatan awal juga menunjukkan bahwa proses pembelajaran masih memerlukan kegiatan yang memberikan kesempatan lebih luas kepada siswa untuk membangun dan menyajikan pemahamannya sendiri. Siswa perlu dilibatkan dalam aktivitas yang mendorong mereka untuk mengubah masalah ke dalam gambar atau

model, menggunakan simbol dan ekspresi matematis, serta menjelaskan proses penyelesaian yang dilakukan. Dengan demikian, pembelajaran tidak hanya berfokus pada penyampaian materi dan hasil akhir, tetapi juga pada proses perkembangan pemikiran siswa.

Permasalahan tersebut menunjukkan perlunya suatu desain pembelajaran yang mempertimbangkan bagaimana proses belajar siswa berkembang. Setiap siswa dapat memberikan respons, menggunakan strategi, dan mengalami kesulitan yang berbeda selama pembelajaran. Oleh karena itu, guru perlu memiliki dugaan mengenai kemungkinan proses belajar siswa agar aktivitas pembelajaran dapat dirancang secara lebih terarah (Ekwue et al., 2024; Muin & Fatma, 2021).

Salah satu kerangka yang dapat digunakan untuk merancang proses tersebut adalah *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). HLT menggambarkan dugaan perkembangan proses belajar siswa melalui serangkaian aktivitas untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditentukan. Melalui HLT, guru dapat memperkirakan kemungkinan respons, strategi, dan kesulitan siswa sehingga dapat menyiapkan tindakan pembelajaran yang sesuai (Ekwue et al., 2024; Muin & Fatma, 2021).

HLT relevan digunakan dalam pembelajaran bangun ruang karena siswa dapat menempuh cara yang berbeda dalam memahami dan menyelesaikan masalah geometri. Sebagian siswa mungkin memulai dengan membuat gambar atau sketsa, sedangkan siswa lain menggunakan model, simbol, atau perhitungan. Perbedaan tersebut perlu dipertimbangkan dalam perancangan pembelajaran agar siswa memperoleh kesempatan untuk mengembangkan representasi visual, simbolik, dan verbal secara bertahap (Ekwue et al., 2024; Yuliardi & Rosjanuardi, 2021).

Pengembangan HLT dapat didukung oleh penggunaan teknologi yang sesuai dengan karakteristik materi. Salah satu teknologi yang dapat

digunakan dalam pembelajaran matematika adalah GeoGebra. Penggunaan GeoGebra dapat mendukung eksplorasi dan visualisasi konsep matematika secara dinamis, termasuk dalam pembelajaran geometri (Dahal et al., 2022; Zhang et al., 2023).

Pada materi bangun ruang, penggunaan GeoGebra berpotensi membantu siswa mengamati objek geometri secara lebih jelas dan dinamis. Siswa dapat mengeksplorasi bentuk, ukuran, dan hubungan antarunsur bangun ruang melalui tampilan visual. Dukungan visual tersebut dapat membantu siswa menghubungkan objek geometris dengan gambar, simbol, dan informasi matematis yang digunakan dalam penyelesaian masalah (Kholid et al., 2022; Zhang et al., 2023).

Penggunaan GeoGebra dalam penelitian ini tidak dimaksudkan hanya sebagai alat untuk menampilkan gambar atau memperoleh jawaban. GeoGebra ditempatkan sebagai alat bantu eksplorasi dalam lintasan belajar agar siswa dapat mengamati, mencoba, dan membangun hubungan antara representasi visual dan representasi matematis lainnya. Penggunaan teknologi yang terarah diperlukan agar proses pembelajaran tetap berpusat pada perkembangan pemikiran matematis siswa (Dahal et al., 2022; Yohannes & Chen, 2021).

Selain memerlukan lintasan belajar dan teknologi pendukung, pembelajaran juga perlu memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggunakan konsep matematika melalui aktivitas yang bermakna. Salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan adalah *Project-Based Learning* (PjBL). Melalui pembelajaran berbasis proyek, siswa terlibat dalam proses perencanaan, penyelesaian masalah, pembuatan produk, dan penyajian hasil pembelajaran (Kholid et al., 2022; Lainufar et al., 2021).

PjBL memiliki kesesuaian dengan materi bangun ruang karena siswa dapat terlibat dalam proyek yang berkaitan dengan bentuk, ukuran, luas permukaan, dan volume. Dalam pelaksanaan proyek, siswa dapat membuat desain atau model, menentukan ukuran, melakukan perhitungan, menjelaskan keputusan yang diambil, dan menyajikan hasil. Aktivitas

tersebut memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggunakan representasi visual, simbolik, dan verbal dalam satu rangkaian pembelajaran (Kholid et al., 2022; Septian et al., 2020).

Integrasi PjBL dan GeoGebra dapat memberikan dukungan terhadap pembelajaran geometri yang memerlukan visualisasi dan ilustrasi yang akurat (Kholid et al., 2022). Selain itu, PjBL berbantuan GeoGebra juga memiliki potensi dalam mendukung kemampuan representasi matematis (Septian et al., 2020). Temuan tersebut memberikan dasar bahwa aktivitas proyek dan teknologi dinamis dapat digunakan untuk membantu siswa membangun serta menyajikan ide matematika.

Berdasarkan uraian tersebut, permasalahan penelitian berawal dari kemampuan representasi matematis siswa yang masih perlu dikembangkan, khususnya dalam mengubah masalah ke dalam model matematika dan menghubungkan berbagai bentuk representasi. Kondisi tersebut diperkuat oleh hasil studi pendahuluan di MTs Kifayatul Achyar yang menunjukkan masih adanya siswa dengan hasil belajar di bawah KKM serta perlunya aktivitas pembelajaran yang memberikan ruang lebih luas bagi siswa untuk membangun pemahamannya.

Untuk mengatasi permasalahan tersebut, penelitian ini mengembangkan HLT sebagai kerangka untuk memperkirakan proses belajar siswa, GeoGebra sebagai alat bantu eksplorasi dan visualisasi, serta PjBL sebagai model yang mengorganisasikan aktivitas pembelajaran melalui proyek. Ketiga komponen tersebut diarahkan untuk memberikan kesempatan kepada siswa dalam membangun dan menghubungkan representasi visual, simbolik, dan verbal pada materi bangun ruang.

Kajian awal terhadap penelitian yang relevan menunjukkan bahwa HLT dalam pembelajaran geometri, HLT yang mempertimbangkan perkembangan kemampuan spasial siswa, integrasi PjBL dengan GeoGebra, serta PjBL berbantuan GeoGebra untuk kemampuan representasi matematis telah dikaji dalam konteks yang berbeda (Kholid et al., 2022; Septian et al., 2020; Yuliardi & Rosjanuardi, 2021). Uraian

secara lebih rinci mengenai persamaan, perbedaan, dan posisi penelitian ini disajikan pada bagian penelitian terdahulu.

Penelitian ini diarahkan pada pengembangan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa kelas VIII MTs pada materi bangun ruang. HLT yang dikembangkan diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai tujuan pembelajaran, rangkaian aktivitas, kemungkinan respons dan kesulitan siswa, serta bentuk representasi yang muncul selama proses pembelajaran.

Berdasarkan uraian tersebut, penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul “Pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) Berbantuan *GeoGebra* melalui *Project-Based Learning* (PjBL) untuk Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa.”

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana proses pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs?
2. Bagaimana kelayakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs?
3. Bagaimana peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah menggunakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mendeskripsikan proses pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs.
2. Mengetahui kelayakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs.
3. Mengetahui peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah menggunakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang.

D. Manfaat Hasil Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat secara teoretis dan praktis sebagai berikut.

1. Manfaat Teoretis

Secara teoretis, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pengembangan pembelajaran matematika, khususnya dalam pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). Selain itu, hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah referensi mengenai upaya meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa pada materi bangun ruang.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Siswa

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan pengalaman belajar yang membantu siswa memahami materi bangun ruang melalui kegiatan proyek dan penggunaan GeoGebra. Selain itu, pembelajaran yang dikembangkan diharapkan dapat membantu siswa meningkatkan kemampuan representasi visual, simbolik, dan verbal dalam menyelesaikan masalah matematika.

b. Bagi Guru

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi alternatif dalam merancang pembelajaran matematika melalui HLT berbantuan GeoGebra dan PjBL. HLT yang dikembangkan juga diharapkan dapat membantu guru memperkirakan respons dan kesulitan siswa serta menentukan tindakan pembelajaran yang sesuai.

c. Bagi Sekolah

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan pertimbangan dalam mendukung pelaksanaan pembelajaran matematika yang memanfaatkan teknologi dan aktivitas berbasis proyek untuk meningkatkan kualitas pembelajaran.

d. Bagi Peneliti Selanjutnya

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan pengembangan HLT, penggunaan GeoGebra, penerapan PjBL, kemampuan representasi matematis, atau pembelajaran bangun ruang pada konteks yang berbeda.

E. Spesifikasi

Produk yang dikembangkan dalam penelitian ini berupa *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa kelas VIII MTs pada materi bangun ruang. Spesifikasi produk yang dikembangkan adalah sebagai berikut.

1. HLT dikembangkan untuk pembelajaran matematika pada materi bangun ruang kelas VIII MTs.
2. HLT memuat tujuan pembelajaran yang disusun sesuai dengan kompetensi yang harus dicapai siswa pada materi bangun ruang.
3. HLT disusun dalam bentuk lintasan belajar yang memuat rangkaian aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, kemungkinan kesulitan yang dialami siswa, dan antisipasi yang dapat dilakukan guru selama proses pembelajaran.
4. Aktivitas pembelajaran dalam HLT disusun berdasarkan tahapan *Project-Based Learning* (PjBL), mulai dari penentuan permasalahan atau proyek,

perencanaan kegiatan, pelaksanaan dan penyelesaian proyek, penyajian hasil, hingga evaluasi proses dan hasil pembelajaran.

5. GeoGebra digunakan sebagai alat bantu eksplorasi dan visualisasi dalam kegiatan pembelajaran. Penggunaannya diarahkan untuk membantu siswa mengamati, membangun, dan memahami objek bangun ruang secara dinamis serta menghubungkannya dengan informasi matematis.
6. Aktivitas dalam HLT dirancang untuk memfasilitasi kemampuan representasi matematis yang meliputi representasi visual, simbolik, dan verbal. Representasi visual berkaitan dengan penggunaan gambar, diagram, atau model; representasi simbolik berkaitan dengan penggunaan simbol, persamaan, dan ekspresi matematis; sedangkan representasi verbal berkaitan dengan kemampuan menjelaskan ide dan proses penyelesaian melalui kata-kata atau tulisan.
7. HLT dikembangkan dengan mempertimbangkan kemungkinan respons dan kesulitan siswa selama proses pembelajaran. Dugaan tersebut digunakan sebagai dasar untuk menyiapkan antisipasi pembelajaran yang dapat dilakukan guru.
8. HLT yang dikembangkan melalui proses penilaian kelayakan sebelum digunakan dalam pembelajaran. Penilaian tersebut dilakukan untuk mengetahui kesesuaian isi, aktivitas pembelajaran, penggunaan GeoGebra, penerapan PjBL, dan keterkaitannya dengan kemampuan representasi matematis.
9. HLT yang telah dinilai dan diperbaiki selanjutnya digunakan dalam proses pembelajaran untuk mengetahui pelaksanaannya serta peningkatan kemampuan representasi matematis siswa.

F. Batasan

Agar penelitian lebih terarah dan tidak meluas dari tujuan yang telah ditetapkan, penelitian ini dibatasi pada beberapa aspek sebagai berikut.

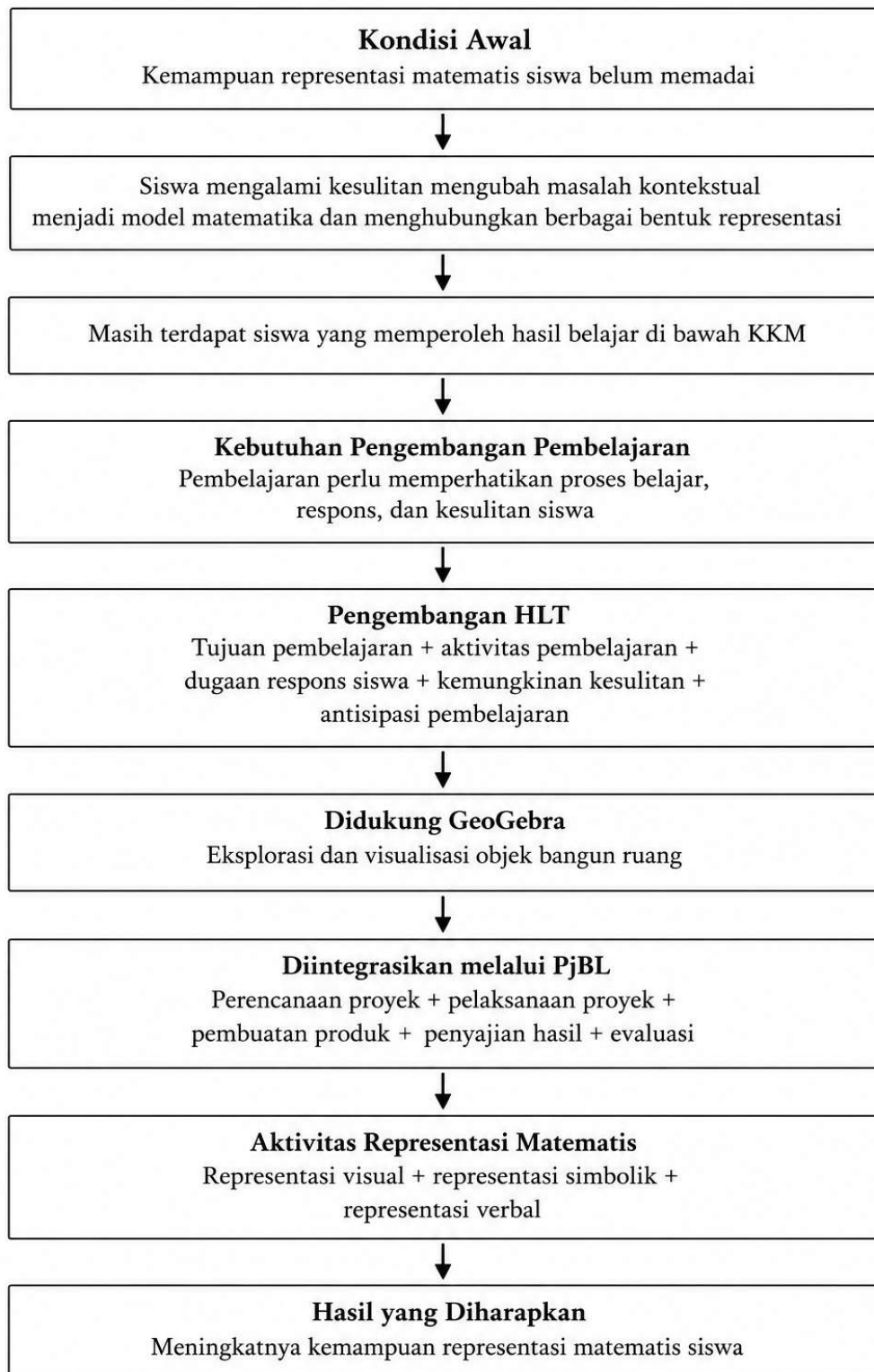
1. Penelitian difokuskan pada pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL).

2. Subjek penelitian adalah siswa kelas VIII MTs Kifayatul Achyar.
3. Materi yang digunakan dalam penelitian dibatasi pada materi bangun ruang yang dipelajari di kelas VIII MTs.
4. HLT yang dikembangkan memuat tujuan pembelajaran, rangkaian aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, kemungkinan kesulitan siswa, dan antisipasi pembelajaran.
5. Aktivitas pembelajaran dalam HLT disusun berdasarkan tahapan *Project-Based Learning* (PjBL) dan dilaksanakan melalui kegiatan berbasis proyek.
6. Penggunaan GeoGebra dibatasi sebagai alat bantu eksplorasi dan visualisasi objek bangun ruang dalam mendukung aktivitas pembelajaran.
7. Kemampuan matematis yang diteliti dibatasi pada kemampuan representasi matematis yang meliputi representasi visual, simbolik, dan verbal.
8. Penilaian terhadap HLT yang dikembangkan dibatasi pada aspek kelayakan produk sesuai dengan instrumen penilaian yang digunakan dalam penelitian.
9. Peningkatan kemampuan representasi matematis siswa ditinjau dari hasil tes yang diberikan sebelum dan setelah penerapan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL.

G. Kerangka Berpikir

Kemampuan representasi matematis merupakan kemampuan penting dalam pembelajaran bangun ruang karena siswa perlu menyajikan dan menghubungkan ide matematika melalui representasi visual, simbolik, dan verbal. Berdasarkan hasil studi pendahuluan, kemampuan representasi matematis siswa masih belum memadai. Siswa mengalami kesulitan mengubah masalah kontekstual menjadi model matematika serta menghubungkan berbagai bentuk representasi. Selain itu, masih terdapat siswa yang memperoleh hasil belajar di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM). Kondisi tersebut menunjukkan perlunya pengembangan pembelajaran yang memperhatikan proses belajar, respons, dan kesulitan siswa serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun berbagai bentuk representasi matematis.

Sebagai upaya untuk mengatasi permasalahan tersebut, penelitian ini mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). HLT digunakan untuk menyusun lintasan belajar yang memuat tujuan dan aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, kemungkinan kesulitan, serta antisipasi pembelajaran. GeoGebra digunakan untuk mendukung eksplorasi dan visualisasi objek bangun ruang, sedangkan PjBL mengorganisasikan pembelajaran melalui kegiatan proyek. Integrasi ketiga komponen tersebut diharapkan memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun representasi visual melalui gambar atau model, representasi simbolik melalui simbol dan ekspresi matematis, serta representasi verbal melalui penjelasan ide dan proses penyelesaian. Dengan demikian, pengembangan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL diharapkan dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa pada materi bangun ruang.



Gambar 1. 1 Kerangka Berpikir

I. Penelitian Terdahulu

Penelitian terdahulu merupakan bagian penting dalam penelitian ini karena memberikan landasan empiris untuk mengidentifikasi perkembangan kajian, persamaan dan perbedaan penelitian, serta kesenjangan yang masih belum terjawab. Secara lebih rinci, hasil kajian terhadap penelitian terdahulu disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1. 1 Penelitian Terdahulu

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Dhillia Rahmania	2023	<i>Pengaruh Penerapan Model Pembelajaran Project Based Learning (PjBL) terhadap Kemampuan Representasi Matematis Berdasarkan Gaya Belajar Siswa</i>	Terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis antara siswa yang belajar menggunakan model PjBL dan siswa yang mengikuti pembelajaran konvensional. Selain itu, terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis berdasarkan gaya belajar visual, auditori, dan kinestetik, tetapi tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dan gaya belajar terhadap kemampuan representasi matematis siswa.
Desta Amelia Sari	2024	<i>Pengaruh Model Project Based Learning terhadap Kemampuan</i>	Kemampuan representasi matematis siswa yang mengikuti model PjBL mengalami peningkatan yang lebih tinggi dibandingkan

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
		<i>Representasi Matematis Siswa</i>	siswa yang mengikuti pembelajaran konvensional. Hasil uji Mann–Whitney U menunjukkan bahwa median gain kelompok PjBL lebih tinggi daripada kelompok konvensional. Dengan demikian, PjBL berpengaruh terhadap kemampuan representasi matematis siswa.
Kiki Ambar Sari, Achi Rinaldi, dan Siska Andriani	2021	<i>Model Pembelajaran Hypothetical Learning Trajectory: Dampak Kemampuan Representasi Matematis Berbasis Gender</i>	Model HLT berpengaruh terhadap kemampuan representasi matematis siswa. Tidak terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis berdasarkan gender dan tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dan gender terhadap kemampuan representasi matematis. Penelitian ini menegaskan bahwa HLT memiliki potensi dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa.
Y. Yunita, D. Juandi, Y. S.	2021	<i>The Effectiveness of the Project-Based Learning (PjBL)</i>	Berdasarkan telaah sistematis terhadap 26 penelitian, PjBL efektif dalam

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Kusumah, dan Suhendra		<i>Model in Students' Mathematical Ability: A Systematic Literature Review</i>	mengembangkan berbagai kemampuan matematis apabila siswa terlibat langsung dalam proses pembelajaran dengan arahan yang jelas, pengelolaan aktivitas yang tepat, dan penggunaan waktu yang optimal. Kajian juga menunjukkan bahwa penelitian PjBL lebih banyak berfokus pada pemecahan masalah dan berpikir kreatif sehingga kajian yang secara khusus mengintegrasikan PjBL dengan kemampuan representasi matematis masih terbuka untuk dikembangkan.
Rika Mulyati Mustika Sari dan H. Sopiany	2023	<i>The Effect of STEM-Based Project-Based Learning in Improving High School Students' Visual Mathematical Ability</i>	Penerapan PjBL berbasis STEM dapat meningkatkan kemampuan visual matematis siswa. Peningkatan kemampuan visual matematis siswa yang memperoleh PjBL-STEM secara signifikan lebih baik daripada siswa yang mengikuti pembelajaran

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
			konvensional. Temuan ini memperkuat relevansi PjBL dalam mengembangkan aspek visual yang berkaitan erat dengan representasi matematis.
Wahid Yunianto, Guillermo Bautista, Bungkus Dias Prasetyo, dan Zsolt Lavicza	2024	<i>A HLT for Integrated CT and Mathematics Lessons: Supporting Students' Possible Struggles when Debugging in GeoGebra Environment</i>	HLT yang dikembangkan dalam lingkungan GeoGebra membantu guru memprediksi respons, kesulitan, dan kemungkinan kesalahan siswa selama pembelajaran. Perbandingan antara respons hipotetis dan respons aktual siswa digunakan untuk memperbaiki lintasan pembelajaran. Penelitian menunjukkan bahwa integrasi HLT dan GeoGebra efektif sebagai kerangka untuk mengantisipasi serta memfasilitasi proses belajar siswa.
Nuraini, Hasratuddin, E. Napitupulu, Sahat Saragih, Nur Azmi, dan	2024	<i>Designing a Hypothetical Learning Trajectory Using Prezi Presentation and GeoGebra</i>	Penelitian menghasilkan rancangan awal HLT berbantuan Prezi dan GeoGebra pada materi jenis-jenis segitiga. GeoGebra digunakan sebagai teknologi

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Rahmi Ramadhani		<i>Application on Flat-Shaped Triangle Geometry Materials</i>	dinamis untuk membantu visualisasi konsep abstrak dan memfasilitasi siswa dalam membangun pemahaman secara mandiri. HLT dikembangkan melalui pendekatan <i>design research</i> sebagai dasar pengembangan lintasan pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik siswa.
Armando Morales Carballo, Angie Damián Mojica, dan José Efrén Marmolejo Vega	2022	<i>Hypothetical Learning Trajectory for Assimilating the Articulated Concepts of Quadratic Function and Equation Through Variational Ideas and the Use of GeoGebra in Pre-University Students</i>	HLT berbantuan GeoGebra dikembangkan untuk membantu siswa memahami keterkaitan konsep fungsi dan persamaan kuadrat. Penggunaan representasi dinamis melalui GeoGebra mendukung pemahaman konsep dan proses representasi matematis. Proposal pembelajaran yang dikembangkan dinilai dapat mengatasi pola pembelajaran klasik melalui eksplorasi dinamis berbasis teknologi.
Dayana Sabila Husain, Rafika Meiliati,	2025	<i>Application of Project-Based Learning Assisted by</i>	Siswa yang mengikuti PjBL berbantuan teknologi memperoleh rata-rata

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Nuralda, Aswin, dan Achmad Salido		<i>Microsoft Mathematics to Improve Students' Mathematical Representation Ability</i>	kemampuan representasi matematis sebesar 81,17, lebih tinggi daripada kelompok konvensional sebesar 60,19, dengan perbedaan yang signifikan. Siswa juga memberikan respons sangat positif terhadap pembelajaran. Temuan ini menunjukkan bahwa integrasi PjBL dan teknologi efektif dalam memperkuat kemampuan representasi matematis.
Thesa Kandaga, Idha Novianti, dan Mazlini Adnan	2025	<i>Abstraction Level of van Hiele's Theory: Occurrence of Side Effects in GeoGebra Integration</i>	HLT berbantuan GeoGebra membantu mengatasi hambatan epistemologis dan mendukung visualisasi serta pemahaman transformasi geometri. Namun, penelitian juga menemukan efek samping berupa kecenderungan ketergantungan siswa pada GeoGebra. Temuan ini menunjukkan bahwa penggunaan GeoGebra dalam HLT perlu dirancang secara terstruktur agar

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
			teknologi mendukung, bukan menggantikan, proses berpikir matematis siswa.

Berdasarkan penelitian terdahulu pada tabel tersebut, terdapat beberapa persamaan dengan penelitian yang akan dilakukan. Pertama, penelitian Dhillah Rahmania, Desta Amelia Sari, serta Husain dkk. sama-sama menempatkan PjBL sebagai pendekatan pembelajaran yang digunakan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Persamaan tersebut menunjukkan bahwa PjBL memiliki landasan empiris yang relevan untuk digunakan dalam pengembangan kemampuan representasi matematis. Kedua, penelitian Kiki Ambar Sari dkk. memiliki persamaan pada penggunaan HLT dan kemampuan representasi matematis sebagai kemampuan yang dikembangkan. Ketiga, penelitian Yunianto dkk., Nuraini dkk., Morales Carballo dkk., serta Kandaga dkk. memiliki persamaan dalam penggunaan HLT dan GeoGebra untuk merancang proses pembelajaran matematika yang memperhatikan dugaan respons, kesulitan, dan perkembangan pemikiran siswa. Dengan demikian, penelitian terdahulu secara parsial telah memberikan landasan empiris bagi setiap komponen utama penelitian ini.

Meskipun memiliki sejumlah persamaan, terdapat perbedaan mendasar antara penelitian terdahulu dan penelitian yang akan dilakukan. Penelitian Dhillah Rahmania dan Desta Amelia Sari berfokus pada pengujian pengaruh PjBL terhadap kemampuan representasi matematis melalui pendekatan kuasi-eksperimen, tetapi belum mengembangkan HLT dan belum memanfaatkan GeoGebra sebagai media pendukung pembelajaran. Penelitian Kiki Ambar Sari dkk. telah menghubungkan HLT dengan kemampuan representasi matematis, tetapi belum mengintegrasikan HLT dengan GeoGebra dan PjBL. Sementara itu, penelitian Yunianto dkk., Nuraini dkk., Morales Carballo dkk., dan Kandaga dkk. telah mengintegrasikan HLT dengan GeoGebra, tetapi belum menempatkan PjBL sebagai kerangka pembelajaran dan belum secara khusus berorientasi pada

peningkatan kemampuan representasi matematis. Penelitian Husain dkk. juga telah mengintegrasikan PjBL, teknologi, dan kemampuan representasi matematis, tetapi teknologi yang digunakan adalah Microsoft Mathematics dan penelitian tersebut tidak mengembangkan HLT.

Perbedaan lainnya terletak pada orientasi metodologis penelitian. Sebagian penelitian terdahulu berorientasi pada pengujian pengaruh atau efektivitas model pembelajaran, sedangkan penelitian yang akan dilakukan berorientasi pada pengembangan HLT. Oleh karena itu, penelitian ini tidak hanya menguji hasil akhir pembelajaran, tetapi juga merancang lintasan belajar hipotetis yang memuat tujuan pembelajaran, urutan aktivitas pembelajaran, serta dugaan respons dan perkembangan berpikir siswa. HLT tersebut selanjutnya didukung oleh penggunaan GeoGebra sebagai media visual dan dinamis serta diimplementasikan melalui tahapan PjBL untuk memfasilitasi keterlibatan aktif siswa dalam menghasilkan dan mengomunikasikan berbagai bentuk representasi matematis.

Berdasarkan persamaan dan perbedaan tersebut, dapat disimpulkan bahwa penelitian terdahulu telah memberikan bukti mengenai potensi PjBL dalam meningkatkan kemampuan matematis, kontribusi HLT dalam mengarahkan proses belajar siswa, serta manfaat GeoGebra dalam memvisualisasikan konsep matematika. Namun, penelitian terdahulu pada umumnya masih mengkaji komponen-komponen tersebut secara parsial. Belum ditemukan penelitian yang secara terpadu mengembangkan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL yang secara khusus diarahkan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Oleh karena itu, posisi penelitian ini terletak pada integrasi HLT, GeoGebra, PjBL, dan kemampuan representasi matematis dalam satu rancangan pembelajaran yang utuh.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Kemampuan Representasi Matematis Siswa

1. Konsep Kemampuan Representasi Matematis

Kemampuan representasi matematis merupakan salah satu kemampuan penting yang perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika. Kemampuan ini berkaitan dengan cara siswa mengungkapkan kembali ide, konsep, situasi, atau permasalahan matematika ke dalam berbagai bentuk yang dapat digunakan untuk memahami dan menyelesaikan masalah. Representasi memungkinkan suatu objek atau gagasan matematika yang bersifat abstrak disajikan dalam bentuk yang lebih mudah dipahami, seperti gambar, diagram, grafik, tabel, simbol, persamaan, model matematika, dan bahasa tertulis.

Sholehah et al. (2023) menjelaskan bahwa kemampuan representasi matematis merupakan bagian penting dalam proses pembelajaran matematika karena berkaitan dengan kemampuan siswa dalam menyajikan dan mengungkapkan kembali ide matematika melalui berbagai bentuk representasi. Kemampuan tersebut memungkinkan siswa untuk memahami informasi, membangun hubungan antarkonsep, dan menentukan strategi yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah. Oleh karena itu, representasi tidak hanya berfungsi sebagai bentuk penyajian jawaban, tetapi juga sebagai bagian dari proses berpikir matematis siswa.

Sejalan dengan pandangan tersebut, Hawa (2024) menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis berperan dalam membantu siswa mengomunikasikan gagasan, memecahkan masalah, dan memahami konsep matematika dengan lebih baik. Ketika siswa menghadapi suatu permasalahan, informasi yang diterima perlu diinterpretasikan dan diubah ke dalam bentuk yang sesuai agar hubungan antarkomponen dalam masalah dapat dikenali. Proses tersebut

menunjukkan bahwa representasi menjadi penghubung antara informasi yang terdapat dalam masalah dan proses berpikir yang digunakan siswa untuk memperoleh penyelesaian.

Kemampuan representasi matematis tidak terbatas pada kemampuan menghasilkan gambar atau menggunakan simbol matematika. Siswa juga perlu mampu menentukan bentuk representasi yang sesuai dengan karakteristik masalah, menggunakan representasi tersebut untuk mendukung proses penyelesaian, serta menafsirkan kembali hasil yang diperoleh. Dengan demikian, kemampuan representasi mencakup proses menyajikan, memilih, menggunakan, menghubungkan, dan mengubah berbagai bentuk representasi matematika.

Fatimah dan Mashuri (2024) menegaskan bahwa kemampuan representasi matematis merupakan salah satu kemampuan yang perlu dikembangkan dalam proses pembelajaran matematika. Pengembangan kemampuan tersebut penting karena siswa berhadapan dengan berbagai bentuk informasi matematika yang menuntut kemampuan untuk mengubah dan mengomunikasikan gagasan ke dalam bentuk yang berbeda. Dalam proses ini, kemampuan representasi menjadi sarana bagi siswa untuk mengonstruksi pemahaman dan menyelesaikan permasalahan secara lebih sistematis.

Berdasarkan berbagai pandangan tersebut, kemampuan representasi matematis dapat dipahami sebagai kemampuan siswa untuk menyajikan, mengungkapkan, mengubah, menghubungkan, dan menggunakan ide atau permasalahan matematika melalui berbagai bentuk representasi dalam rangka memahami konsep dan menyelesaikan masalah. Kemampuan ini menunjukkan bagaimana siswa memaknai informasi matematika sekaligus mencerminkan strategi berpikir yang digunakan selama proses penyelesaian masalah.

2. Bentuk-Bentuk Representasi Matematis

Representasi matematis dapat diwujudkan dalam berbagai bentuk sesuai dengan karakteristik konsep dan permasalahan yang dihadapi. Dalam pembelajaran matematika, bentuk representasi yang digunakan siswa dapat menunjukkan cara mereka memahami informasi dan mengonstruksi penyelesaian. Perbedaan bentuk representasi juga menunjukkan bahwa suatu ide matematika dapat disajikan dan dipahami melalui lebih dari satu cara.

Berdasarkan kajian terhadap penelitian mengenai kemampuan representasi matematis, bentuk representasi yang banyak digunakan untuk menganalisis kemampuan siswa meliputi representasi visual, representasi simbolik atau ekspresi matematis, dan representasi verbal. Ketiga bentuk tersebut dapat digunakan secara terpisah maupun saling berkaitan dalam proses pemecahan masalah (Sholehah et al., 2023).

a. Representasi Visual

Representasi visual merupakan kemampuan siswa dalam menyajikan informasi atau ide matematika melalui bentuk yang dapat diamati secara visual. Bentuk tersebut dapat berupa gambar, diagram, grafik, tabel, pola, atau bentuk visual lainnya yang dapat membantu siswa memahami struktur suatu masalah.

Kurniawati dan Juandi (2023) menunjukkan bahwa representasi visual merupakan bagian penting dalam pembelajaran matematika karena membantu siswa menyajikan dan memahami informasi matematika melalui bentuk visual. Penggunaan gambar, diagram, tabel, dan grafik memungkinkan siswa mengorganisasi informasi yang kompleks menjadi bentuk yang lebih terstruktur.

Dalam proses pemecahan masalah, representasi visual dapat digunakan untuk mengidentifikasi informasi yang diketahui, menggambarkan hubungan antarunsur, dan

menentukan strategi penyelesaian. Misalnya, suatu permasalahan yang disajikan dalam bentuk uraian dapat diubah menjadi gambar atau diagram agar hubungan antarobjek menjadi lebih mudah dipahami. Demikian pula, data numerik dapat disajikan dalam tabel atau grafik untuk memperlihatkan pola dan hubungan yang terdapat di dalamnya.

Kemampuan representasi visual dengan demikian tidak hanya berkaitan dengan kemampuan membuat gambar. Siswa juga perlu memahami hubungan antara representasi visual dan konsep matematika yang diwakilinya. Representasi visual yang dibuat harus memiliki makna dan berfungsi dalam proses memahami atau menyelesaikan masalah.

b. Representasi Simbolik atau Ekspresi Matematis

Representasi simbolik merupakan kemampuan siswa dalam menyajikan ide atau permasalahan menggunakan angka, simbol, notasi, ekspresi, persamaan, dan model matematika. Bentuk representasi ini memungkinkan hubungan matematika dinyatakan secara lebih ringkas dan sistematis.

Dalam menyelesaikan masalah, siswa perlu mampu mengubah informasi yang terdapat dalam soal menjadi model matematika yang sesuai. Proses tersebut membutuhkan kemampuan untuk mengidentifikasi besaran yang diketahui, menentukan hubungan antarvariabel, serta menyatakannya melalui simbol atau persamaan.

Kemampuan representasi simbolik tidak hanya ditunjukkan oleh penggunaan rumus. Siswa perlu memahami makna dari simbol dan model matematika yang digunakan. Kesalahan dalam memahami hubungan antara konteks masalah dan simbol yang digunakan dapat menyebabkan kesalahan dalam penyelesaian. Oleh karena itu, representasi simbolik

berkaitan erat dengan kemampuan siswa menginterpretasikan informasi dan mengubahnya menjadi struktur matematika.

Sholehah et al. (2023) menunjukkan bahwa representasi simbolik atau ekspresi matematis merupakan salah satu bentuk penting dalam mengidentifikasi kemampuan representasi siswa. Melalui representasi tersebut, siswa dapat menyatakan situasi masalah dalam model matematika dan menggunakan model tersebut untuk memperoleh penyelesaian.

c. Representasi Verbal

Representasi verbal merupakan kemampuan siswa dalam menyatakan dan menjelaskan ide matematika melalui bahasa lisan maupun tulisan. Dalam penelitian kemampuan representasi matematis, bentuk verbal umumnya diamati melalui jawaban tertulis siswa, seperti penjelasan terhadap konsep, uraian langkah penyelesaian, interpretasi terhadap suatu representasi, dan penjelasan mengenai hasil yang diperoleh.

Representasi verbal penting karena jawaban matematika tidak selalu cukup dinyatakan melalui angka atau simbol. Siswa perlu mampu menjelaskan alasan penggunaan suatu strategi dan memberikan makna terhadap hasil penyelesaian. Melalui penjelasan verbal, proses berpikir siswa dapat diungkapkan secara lebih jelas.

Kemampuan verbal juga memungkinkan siswa menerjemahkan representasi matematika ke dalam bahasa yang lebih mudah dipahami. Sebagai contoh, siswa dapat menjelaskan makna suatu grafik, menginterpretasikan persamaan, atau menguraikan hubungan yang terdapat dalam tabel. Dengan demikian, representasi verbal menjadi sarana untuk mengomunikasikan pemahaman matematika.

Ketiga bentuk representasi tersebut saling berhubungan dalam proses pembelajaran. Siswa dapat mengubah masalah verbal menjadi gambar, kemudian mengembangkan model simbolik, dan selanjutnya menjelaskan makna hasil yang diperoleh secara tertulis. Kemampuan menggunakan berbagai bentuk representasi secara terintegrasi menunjukkan fleksibilitas siswa dalam memahami dan menyelesaikan masalah matematika.

3. Indikator Kemampuan Representasi Matematis

Indikator kemampuan representasi matematis diperlukan untuk mengidentifikasi dan mengukur kemampuan siswa secara operasional. Penentuan indikator perlu mempertimbangkan bentuk representasi yang digunakan serta karakteristik materi dan permasalahan yang diberikan.

Berdasarkan sintesis terhadap penelitian yang dikaji oleh Sholehah et al. (2023), kemampuan representasi matematis dapat dianalisis melalui bentuk visual, simbolik atau ekspresi matematis, dan verbal. Ketiga bentuk tersebut dapat dijabarkan menjadi indikator yang dapat diamati melalui proses dan hasil pekerjaan siswa.

Pertama, indikator representasi visual berkaitan dengan kemampuan siswa menyajikan informasi matematika dalam bentuk gambar, diagram, grafik, atau tabel. Kemampuan tersebut meliputi penggunaan representasi visual untuk memahami informasi, menggambarkan hubungan antarunsur, dan membantu proses penyelesaian masalah.

Kedua, indikator representasi simbolik atau ekspresi matematis berkaitan dengan kemampuan siswa menyatakan situasi atau permasalahan ke dalam bentuk simbol, ekspresi, persamaan, dan model matematika. Indikator ini juga mencakup kemampuan menggunakan model yang telah dibentuk untuk memperoleh penyelesaian.

Ketiga, indikator representasi verbal berkaitan dengan kemampuan siswa menjelaskan ide matematika menggunakan kata-kata, menuliskan

langkah penyelesaian secara sistematis, menafsirkan suatu representasi, dan memberikan penjelasan terhadap hasil yang diperoleh.

Berdasarkan uraian tersebut, indikator kemampuan representasi matematis yang dapat digunakan dalam penelitian ini meliputi: (1) menyajikan dan menggunakan gambar, diagram, grafik, atau tabel untuk memahami dan menyelesaikan masalah; (2) menyatakan situasi atau masalah ke dalam simbol, ekspresi, persamaan, atau model matematika serta menggunakannya dalam proses penyelesaian; dan (3) menjelaskan ide, langkah penyelesaian, serta makna hasil menggunakan bahasa tertulis secara logis dan sistematis.

Indikator tersebut tidak harus dipandang sebagai kemampuan yang berdiri sendiri. Dalam suatu tugas, siswa dapat menggunakan beberapa bentuk representasi secara bersamaan. Oleh karena itu, analisis kemampuan representasi perlu memperhatikan tidak hanya ketepatan masing-masing bentuk, tetapi juga hubungan antarrepresentasi yang digunakan siswa.

4. Peran Kemampuan Representasi dalam Pembelajaran Matematika

Kemampuan representasi memiliki peran penting dalam membantu siswa memahami konsep matematika. Objek matematika yang bersifat abstrak sering kali sulit dipahami apabila hanya disajikan dalam satu bentuk. Penggunaan gambar, diagram, simbol, tabel, grafik, dan penjelasan verbal dapat membantu siswa melihat suatu konsep dari berbagai perspektif.

Hawa (2024) menunjukkan bahwa representasi matematis mendukung kemampuan siswa dalam memahami konsep, memecahkan masalah, dan mengomunikasikan ide matematika. Hal tersebut menunjukkan bahwa representasi tidak hanya berfungsi pada tahap akhir ketika siswa menyajikan jawaban, tetapi digunakan sepanjang proses berpikir dan pemecahan masalah.

Dalam pemahaman konsep, representasi membantu siswa menghubungkan ide abstrak dengan bentuk yang lebih mudah diamati.

Suatu hubungan matematika dapat disajikan dalam bentuk simbol, divisualisasikan melalui grafik, dan dijelaskan kembali menggunakan bahasa verbal. Penggunaan beberapa bentuk tersebut dapat membantu siswa membangun pemahaman yang lebih menyeluruh.

Dalam pemecahan masalah, representasi membantu siswa mengorganisasi informasi dan menentukan strategi penyelesaian. Permasalahan yang sulit dipahami dalam bentuk verbal dapat menjadi lebih sederhana ketika diubah menjadi gambar, tabel, atau model matematika. Dengan demikian, kemampuan memilih representasi yang sesuai menjadi bagian penting dalam proses pemecahan masalah.

Representasi juga berperan dalam komunikasi matematika. Ide yang terdapat dalam pikiran siswa perlu diwujudkan dalam bentuk tertentu agar dapat diamati dan dipahami. Melalui gambar, simbol, model, dan bahasa tertulis, siswa dapat mengomunikasikan strategi dan hasil pemikirannya.

Dengan demikian, kemampuan representasi matematis memiliki fungsi sebagai alat untuk memahami konsep, mengorganisasi informasi, memecahkan masalah, dan mengomunikasikan gagasan matematika. Semakin fleksibel siswa dalam menggunakan berbagai bentuk representasi, semakin besar kemungkinan siswa dapat menghadapi permasalahan yang disajikan dalam bentuk yang beragam.

5. Kemampuan Translasi Antarrepresentasi

Salah satu aspek penting dalam kemampuan representasi matematis adalah kemampuan mengubah atau menerjemahkan suatu bentuk representasi ke bentuk lainnya. Proses tersebut dapat berupa perubahan dari masalah verbal menjadi gambar, dari gambar menjadi model simbolik, dari tabel menjadi grafik, atau dari persamaan menjadi penjelasan tertulis.

Kemampuan translasi antarrepresentasi menunjukkan bahwa siswa tidak hanya mampu menghasilkan suatu bentuk representasi, tetapi juga memahami hubungan makna antara beberapa representasi. Suatu konsep

matematika dapat memiliki bentuk penyajian yang berbeda, tetapi tetap merepresentasikan hubungan atau ide yang sama.

Kesulitan dalam melakukan translasi dapat menunjukkan adanya keterbatasan pemahaman. Putri et al. (2024) menunjukkan bahwa salah satu bentuk kesulitan dalam pembelajaran matematika berkaitan dengan penggunaan berbagai representasi, termasuk ketika siswa harus mengubah suatu konsep ke dalam bentuk gambar atau grafik. Hal tersebut menunjukkan bahwa kemampuan berpindah antarrepresentasi memerlukan pemahaman terhadap konsep yang mendasari setiap bentuk penyajian.

Kemampuan translasi juga berkaitan dengan fleksibilitas berpikir. Siswa yang hanya terbiasa menggunakan satu bentuk representasi dapat mengalami kesulitan ketika menghadapi masalah yang disajikan dalam bentuk berbeda. Sebaliknya, siswa yang mampu berpindah dari satu bentuk representasi ke bentuk lain memiliki lebih banyak alternatif dalam memahami dan menyelesaikan masalah.

Oleh karena itu, pembelajaran matematika perlu memberikan kesempatan kepada siswa untuk membandingkan, menghubungkan, dan mengubah berbagai bentuk representasi. Aktivitas tersebut dapat membantu siswa memahami bahwa gambar, grafik, tabel, simbol, persamaan, dan bahasa verbal dapat digunakan secara saling melengkapi untuk menyatakan suatu ide matematika.

6. Faktor-Faktor yang Memengaruhi Kemampuan Representasi Matematis

Kemampuan representasi matematis siswa dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor. Salah satu faktor yang banyak dikaji adalah perbedaan karakteristik siswa. Putri et al. (2022), melalui kajian sistematis mengenai kemampuan representasi matematis berdasarkan gaya belajar, menunjukkan adanya variasi kemampuan representasi siswa yang berkaitan dengan perbedaan cara siswa menerima dan mengolah informasi.

Selain gaya belajar, gaya kognitif juga dapat memengaruhi proses representasi. Ruamba et al. (2024) menunjukkan bahwa perbedaan gaya kognitif reflektif dan impulsif berkaitan dengan karakteristik siswa dalam membangun representasi matematis. Siswa dengan kecenderungan kognitif yang berbeda dapat menunjukkan perbedaan dalam kecepatan, ketelitian, dan strategi ketika menyajikan atau menggunakan representasi.

Pemahaman konsep juga menjadi faktor penting. Hanifah et al. (2024) menunjukkan bahwa siswa yang memiliki tingkat pemahaman konsep tertentu masih dapat mengalami kesulitan dalam menyajikan representasi matematis. Temuan tersebut menunjukkan bahwa pemahaman konsep dan kemampuan representasi memiliki hubungan yang erat, tetapi penguasaan konsep belum tentu secara otomatis menjamin fleksibilitas dalam menggunakan berbagai bentuk representasi.

Faktor pembelajaran juga memengaruhi perkembangan kemampuan representasi. Model, pendekatan, strategi, dan media pembelajaran dapat memberikan kesempatan yang berbeda kepada siswa untuk menghasilkan dan menggunakan representasi. Hidayati et al. (2024) menunjukkan bahwa pendekatan *Realistic Mathematics Education* telah banyak dikaji dalam kaitannya dengan peningkatan kemampuan representasi matematis. Demikian pula, Fatimah dan Mashuri (2024) menunjukkan relevansi *Contextual Teaching and Learning* dalam pengembangan kemampuan tersebut.

Berdasarkan uraian tersebut, kemampuan representasi matematis dapat dipengaruhi oleh faktor internal dan eksternal. Faktor internal meliputi pemahaman konsep, gaya belajar, dan gaya kognitif, sedangkan faktor eksternal mencakup desain pembelajaran, model atau pendekatan yang digunakan, aktivitas belajar, serta dukungan yang diberikan kepada siswa.

7. Upaya Mengembangkan Kemampuan Representasi Matematis

172

Pengembangan kemampuan representasi matematis memerlukan pembelajaran yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk aktif mengonstruksi dan menggunakan berbagai bentuk representasi. Pembelajaran yang hanya menekankan penerapan rumus dan prosedur cenderung membatasi kesempatan siswa untuk mengembangkan fleksibilitas representasi.

Salah satu upaya yang dapat dilakukan adalah menghadirkan masalah kontekstual. Hidayati et al. (2024) menunjukkan bahwa pendekatan *Realistic Mathematics Education* relevan dalam pengembangan kemampuan representasi matematis karena pembelajaran dimulai dari situasi yang dapat dimaknai siswa dan kemudian diarahkan menuju bentuk matematika yang lebih formal. Dalam proses tersebut, siswa memiliki kesempatan untuk menghasilkan model atau representasi sebagai penghubung antara konteks dan konsep matematika.

Pembelajaran kontekstual juga dapat memberikan ruang bagi pengembangan representasi. Fatimah dan Mashuri (2024) menunjukkan bahwa *Contextual Teaching and Learning* telah dikaji dalam hubungannya dengan kemampuan representasi matematis. Keterkaitan materi dengan situasi yang bermakna dapat mendorong siswa untuk menginterpretasikan informasi dan menyajikannya dalam bentuk yang sesuai.

Selain pendekatan pembelajaran, penggunaan teknologi dapat mendukung pengembangan representasi. Ikhsan dan Dewi (2024) menunjukkan bahwa penggunaan model pembelajaran yang didukung aplikasi digital menjadi salah satu alternatif yang dikaji untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis. Teknologi dapat membantu siswa memvisualisasikan objek, mengubah bentuk penyajian, dan mengeksplorasi hubungan antara representasi.

Upaya pengembangan kemampuan representasi juga perlu memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggunakan lebih dari satu cara penyelesaian. Guru dapat meminta siswa membuat gambar,

menyusun model simbolik, menjelaskan langkah penyelesaian, dan membandingkan berbagai bentuk representasi. Melalui aktivitas tersebut, siswa tidak hanya belajar menghasilkan representasi, tetapi juga memahami hubungan dan kegunaan masing-masing bentuk.

B. Project-Based Learning (PjBL)

1. Konsep Project-Based Learning (PjBL)

Project-Based Learning (PjBL) merupakan model pembelajaran inovatif yang menekankan pembelajaran kontekstual melalui aktivitas kompleks. Model ini dirancang untuk melibatkan siswa dalam penyelesaian permasalahan yang kompleks melalui investigasi mendalam, kegiatan pembelajaran dalam jangka waktu tertentu, serta tugas multidisipliner yang berorientasi pada hasil akhir berupa produk.

PjBL juga dapat dipahami sebagai metode pembelajaran sistematis yang melibatkan siswa dalam proses penguasaan pengetahuan dan keterampilan melalui kegiatan pencarian atau penggalian (*inquiry*) secara terstruktur terhadap pertanyaan atau permasalahan autentik. Model pembelajaran ini berlandaskan teori konstruktivisme yang menempatkan siswa sebagai subjek aktif dalam membangun pengetahuannya melalui pengalaman nyata, kegiatan perancangan, pemecahan masalah, serta kerja secara mandiri maupun kelompok.

2. Prinsip Dasar PjBL

Menurut Thomas (2003), PjBL memiliki lima prinsip utama sebagai berikut.

a. Sentralitas (*Centrality*)

Proyek menjadi inti dari proses pembelajaran dan kurikulum, bukan sekadar kegiatan tambahan.

b. Pertanyaan Penuntun (*Driving Question*)

Proyek berfokus pada pertanyaan atau permasalahan yang mendorong siswa untuk memahami dan menguasai konsep-konsep utama.

c. Investigasi Konstruktif (*Constructive Investigation*)

Proyek melibatkan proses inkuiri, pemecahan masalah, penemuan, dan pengembangan pengetahuan melalui kegiatan yang bermakna.

d. Otonomi (*Autonomy*)

Siswa diberikan kesempatan untuk menentukan pilihan, bekerja dengan supervisi terbatas, serta bertanggung jawab terhadap proses dan hasil pekerjaannya.

e. Realistis (*Realism*)

Proyek memiliki keterkaitan dengan situasi nyata, baik dari aspek topik, tugas, kolaborasi, maupun standar produk yang dihasilkan.

3. Manfaat Utama PjBL

Penerapan PjBL memberikan beberapa manfaat dalam proses pembelajaran, yaitu sebagai berikut.

a. Meningkatkan Pemahaman Mendalam

Berbeda dengan pembelajaran tradisional yang cenderung menekankan hafalan, PjBL mendorong siswa untuk memahami konsep dan prinsip secara lebih mendalam dan menyeluruh.

b. Mengembangkan Karakter dan Keterampilan

PjBL dapat mengembangkan berbagai karakter dan keterampilan yang dibutuhkan dalam kehidupan dan dunia kerja, seperti kejujuran, tanggung jawab, kerja sama, kemampuan bekerja dalam tim, dan kemandirian.

c. Meningkatkan Keaktifan dan Hasil Belajar

Penerapan PjBL dapat mendorong keterlibatan aktif siswa dalam proses pembelajaran serta meningkatkan hasil belajar pada ranah afektif, kognitif, dan psikomotorik.

C. *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dan GeoGebra

1. *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dalam Pembelajaran Matematika

Hypothetical Learning Trajectory (HLT) merupakan salah satu konsep penting dalam perancangan pembelajaran matematika yang berorientasi pada proses perkembangan pemikiran peserta didik. HLT dapat dipahami sebagai dugaan atau hipotesis guru maupun peneliti mengenai jalur belajar yang mungkin ditempuh peserta didik untuk mencapai tujuan pembelajaran tertentu. Dengan demikian, HLT tidak hanya memuat urutan materi atau aktivitas pembelajaran, tetapi juga memperkirakan bagaimana pemikiran, strategi, respons, dan pemahaman peserta didik berkembang selama proses pembelajaran berlangsung.

Baroody et al. (2022) menjelaskan bahwa HLT merupakan pengembangan dari konsep *learning trajectory* atau lintasan belajar dengan menambahkan tujuan pembelajaran dan aktivitas instruksional. Secara konseptual, HLT mencakup keterkaitan antara tujuan pembelajaran, rangkaian aktivitas pembelajaran, dan dugaan proses berpikir peserta didik. Ketiga komponen tersebut menjadi dasar bagi guru untuk merancang pembelajaran yang lebih responsif terhadap perkembangan pemahaman peserta didik. HLT bersifat hipotetis karena jalur belajar yang dirancang belum tentu berlangsung secara persis sesuai dengan prediksi awal. Oleh sebab itu, implementasinya perlu disertai pengamatan dan refleksi terhadap respons aktual peserta didik (Baroody et al., 2022).

Dalam konteks pendidikan matematika di Indonesia, konsep tersebut sejalan dengan pandangan Putrawangsa (2019) bahwa desain pembelajaran merupakan proses sistematis yang menghubungkan teori pembelajaran, tujuan, aktivitas, dan respons peserta didik. Desain awal tidak diposisikan sebagai rancangan yang bersifat final, melainkan sebagai hipotesis kerja yang dapat diuji dan direvisi

berdasarkan temuan selama proses pembelajaran. Dengan demikian, HLT berfungsi sebagai kerangka antisipatif yang membantu guru memprediksi kemungkinan strategi dan hambatan belajar peserta didik.

Penerapan HLT sangat relevan dalam pembelajaran geometri karena konsep-konsep geometri menuntut keterkaitan antara representasi visual, penalaran spasial, pengukuran, dan pembuktian. Jablonski dan Ludwig (2023) menunjukkan bahwa perkembangan pembelajaran geometri memerlukan perhatian terhadap urutan perkembangan pemahaman peserta didik serta pemanfaatan aktivitas yang memungkinkan peserta didik membangun konsep secara bertahap. Dalam konteks tersebut, HLT dapat digunakan untuk merancang tahapan pembelajaran dari pengalaman konkret dan visual menuju pemahaman relasional serta formal. Guru dapat memperkirakan cara peserta didik mengenali objek, membandingkan sifat, membangun hubungan antarkonsep, dan menggunakan penalaran matematis untuk menjelaskan hasil temuannya (Jablonski & Ludwig, 2023).

Pandangan tersebut dapat diperkuat oleh buku karya Putrawangsa (2019), yang menempatkan *design research* sebagai kerangka pengembangan desain pembelajaran melalui proses perancangan, implementasi, evaluasi, dan perbaikan. Dalam kerangka ini, aktivitas pembelajaran harus dirancang berdasarkan tujuan matematis sekaligus mempertimbangkan kemungkinan cara berpikir peserta didik. Oleh karena itu, penggunaan HLT memungkinkan guru atau peneliti menyusun lintasan pembelajaran secara lebih sistematis dan berbasis pada perkembangan pemahaman peserta didik.

Dalam praktik penelitian pembelajaran matematika, HLT juga berkaitan erat dengan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Adha et al. (2023) menunjukkan bahwa

penelitian pembelajaran matematika dengan pendekatan realistik banyak menggunakan *design research* dan HLT untuk merancang aktivitas pembelajaran secara bertahap. HLT berfungsi sebagai dugaan awal mengenai bagaimana peserta didik bergerak dari pengetahuan informal menuju pemahaman matematis yang lebih formal melalui penggunaan konteks, model, strategi, dan diskusi kelas. Dengan demikian, HLT membantu menghubungkan tujuan pembelajaran dengan pengalaman belajar aktual peserta didik (Adha et al., 2023).

Secara lokal, gagasan tersebut relevan dengan pemikiran Zulkardi dan Putri mengenai pembelajaran matematika realistik di Indonesia. Dalam pendekatan PMRI, pembelajaran diarahkan pada proses matematisasi secara bertahap melalui konteks yang bermakna, penggunaan model, kontribusi peserta didik, interaktivitas, dan keterkaitan antarkonsep. Prinsip tersebut mendukung penyusunan HLT karena setiap aktivitas dirancang untuk mengantisipasi perkembangan strategi peserta didik dari bentuk informal menuju bentuk matematis yang lebih formal.

Berdasarkan uraian tersebut, HLT memiliki beberapa fungsi utama dalam pembelajaran matematika, yaitu sebagai pedoman dalam menentukan tujuan pembelajaran, menyusun urutan aktivitas, memperkirakan respons dan strategi peserta didik, mengantisipasi kesulitan belajar, serta menjadi dasar untuk merevisi desain pembelajaran. HLT juga memungkinkan guru memandang pembelajaran sebagai proses yang dinamis. Ketika respons aktual peserta didik berbeda dari dugaan awal, guru dapat menyesuaikan pertanyaan, bantuan, representasi, atau aktivitas lanjutan. Dengan demikian, HLT tidak hanya berfungsi sebagai rencana pembelajaran, tetapi juga sebagai instrumen reflektif untuk memahami perkembangan belajar peserta didik.

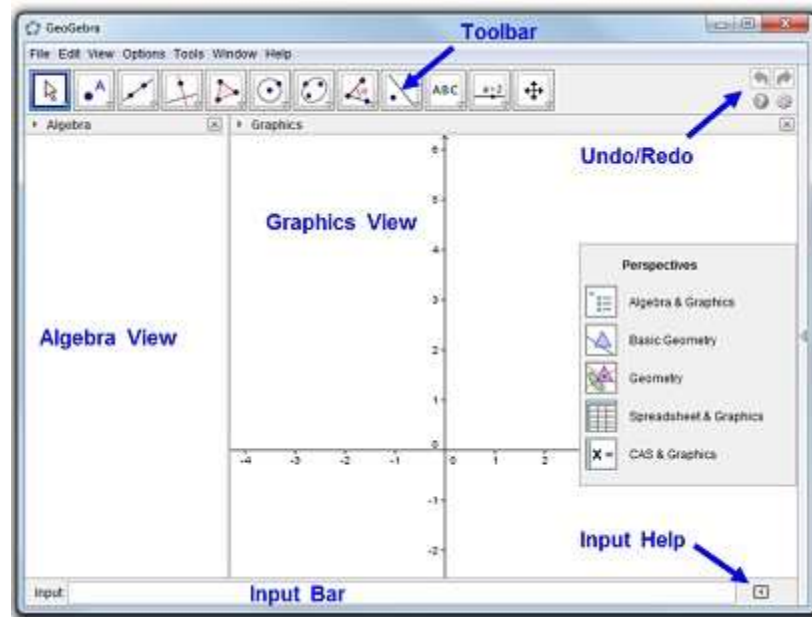
2. Penggunaan GeoGebra dalam Pembelajaran Matematika

Perkembangan teknologi digital telah mendorong perubahan dalam pembelajaran matematika dari penyajian yang dominan bersifat statis menuju eksplorasi yang lebih dinamis dan interaktif. Salah satu perangkat lunak yang banyak digunakan dalam pembelajaran matematika adalah GeoGebra. GeoGebra merupakan salah satu perangkat lunak matematika yang bersifat dinamis dan interaktif, terutama dalam mendukung pembelajaran geometri. Perangkat lunak ini diperkenalkan dan dikembangkan oleh Markus Hohenwarter pada tahun 2001 serta dapat diakses dan digunakan secara bebas. Menurut Hohenwarter (2008), GeoGebra merupakan program komputer yang dirancang untuk mendukung pembelajaran matematika, khususnya pada bidang geometri dan aljabar. Sebagai perangkat lunak geometri dinamis, GeoGebra memungkinkan pengguna melakukan berbagai konstruksi matematis dengan memanfaatkan objek berupa titik, vektor, ruas garis, garis, irisan kerucut, dan fungsi.

GeoGebra dapat membantu pengguna dalam mempelajari dan memahami berbagai konstruksi geometri. Melalui perangkat lunak ini, pengguna dapat membangun beragam objek geometri, khususnya objek dua dimensi, sekaligus mengeksplorasi hubungan antareleman yang terdapat di dalamnya. GeoGebra menyediakan berbagai menu dan perangkat konstruksi yang mendukung proses pembuatan objek geometri secara dinamis. Meskipun penggunaannya tampak sederhana karena didukung oleh beragam menu dan fitur, proses konstruksi objek tetap memerlukan pemahaman terhadap berbagai konsep dan prinsip geometri. Dengan demikian, penggunaan GeoGebra tidak hanya berkaitan dengan keterampilan mengoperasikan perangkat lunak, tetapi juga melibatkan kemampuan berpikir matematis dalam menentukan konsep dan prosedur konstruksi yang tepat.

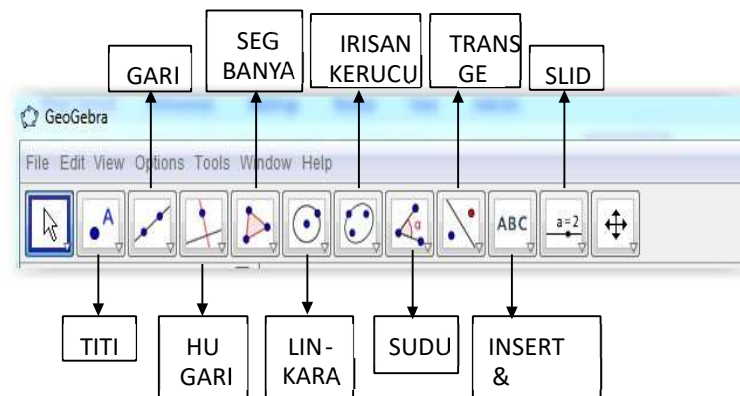
Secara umum, menu utama dalam GeoGebra meliputi *File*, *Edit*, *View*, *Options*, *Tools*, *Window*, dan *Help* yang memiliki fungsi berbeda dalam mendukung pembuatan dan pengelolaan objek matematika. Menu *File* digunakan untuk membuat, membuka, menyimpan, dan mengekspor berkas serta menutup program. Menu *Edit* berfungsi untuk melakukan penyuntingan terhadap objek atau konstruksi yang telah dibuat, sedangkan menu *View* digunakan untuk mengatur tampilan area kerja. Selanjutnya, menu *Options* berfungsi untuk menyesuaikan berbagai fitur tampilan, seperti jenis dan ukuran huruf serta gaya objek geometri. Adapun menu *Help* menyediakan petunjuk teknis yang dapat membantu pengguna dalam mengoperasikan GeoGebra.

Pada perkembangannya, antarmuka GeoGebra mengalami penyempurnaan seiring dengan pembaruan versi perangkat lunak. Tampilan awal GeoGebra pada mulanya terdiri atas dua bagian utama, yaitu tampilan aljabar dan tampilan grafik. Selanjutnya, versi yang lebih baru menambahkan tampilan *spreadsheet* sebagai bagian dari lingkungan kerja GeoGebra. Penambahan tersebut memperluas fungsi GeoGebra karena pengguna dapat mengintegrasikan representasi aljabar, grafik, dan data dalam satu lingkungan pembelajaran matematika yang dinamis dan interaktif.

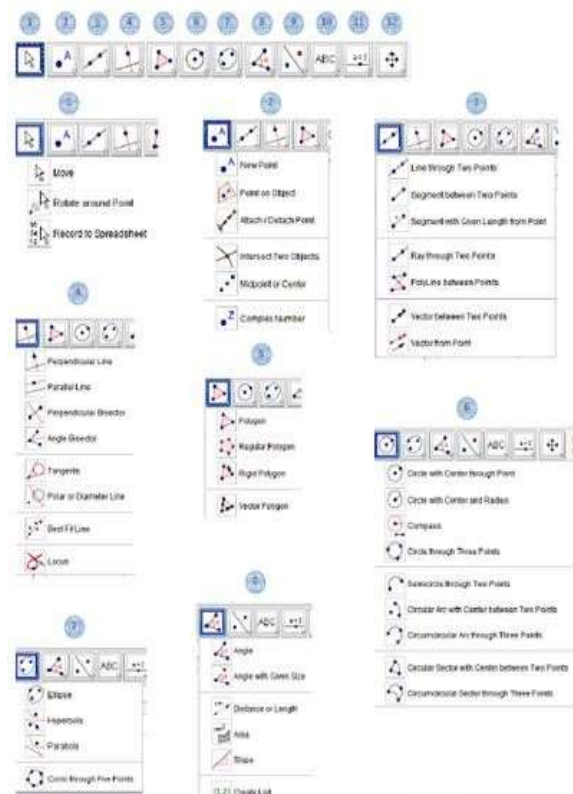


Gambar 2. 1 Antar Muka

Menu dan perintah dalam GeoGebra telah tersedia dalam 42 bahasa, termasuk bahasa Indonesia. GeoGebra mengintegrasikan geometri interaktif, aljabar, dan kalkulus dalam satu perangkat lunak yang mudah digunakan untuk pembelajaran matematika pada berbagai jenjang pendidikan. Melalui GeoGebra, pengguna dapat mengonstruksi berbagai bangun geometri, khususnya dua dimensi, serta mengeksplorasi hubungan antarobjek. Berikut menu yang digunakan untuk mengonstruksi berbagai bangun geometri:



Construction Tools



Gambar 2. 2 Menu dan Toolbar

GeoGebra mengintegrasikan berbagai representasi matematis, seperti geometri, aljabar, grafik, kalkulus, statistika, dan representasi numerik dalam satu lingkungan digital yang dinamis. Karakteristik tersebut memungkinkan perubahan pada satu representasi ditampilkan secara langsung pada representasi lainnya sehingga peserta didik dapat mengamati hubungan antarkonsep secara lebih konkret.

Yohannes dan Chen (2023) melalui kajian sistematis terhadap penelitian tentang integrasi GeoGebra dalam pendidikan matematika menunjukkan bahwa GeoGebra telah digunakan pada berbagai topik dan jenjang pendidikan. Pemanfaatannya mendukung visualisasi konsep, eksplorasi objek matematis, pembentukan pemahaman konseptual, dan peningkatan keterlibatan peserta didik dalam pembelajaran. Lingkungan dinamis GeoGebra memungkinkan peserta didik melakukan manipulasi objek, mengamati perubahan, menemukan pola, dan membangun dugaan matematis berdasarkan hasil eksplorasi (Yohannes & Chen, 2023).

Dalam konteks praktis di Indonesia, Simanjuntak (2019) menjelaskan bahwa GeoGebra dapat dimanfaatkan guru sebagai media untuk membantu penyajian objek matematika secara lebih visual dan interaktif. Penggunaannya memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk tidak hanya menerima gambar atau rumus dalam bentuk jadi, tetapi juga melakukan konstruksi dan mengamati perubahan objek secara langsung. Oleh sebab itu, GeoGebra dapat berfungsi sebagai media eksplorasi yang mendukung pembelajaran aktif.

Keunggulan GeoGebra juga terletak pada kemampuannya mengintegrasikan pemodelan, visualisasi, dan pemrograman. Ziatdinov dan Valles (2022) menjelaskan bahwa kombinasi ketiga aspek tersebut menyediakan lingkungan belajar yang interaktif dan kolaboratif. Peserta didik dapat membangun model matematis, memvisualisasikan perubahan, menguji hubungan antarvariabel, dan mengevaluasi hasil secara langsung. Dalam pembelajaran matematika, karakteristik ini penting karena konsep abstrak dapat direpresentasikan dalam bentuk visual yang dapat dimanipulasi sehingga peserta didik memperoleh kesempatan untuk membangun pemahaman melalui proses eksplorasi (Ziatdinov & Valles, 2022).

Penjelasan tersebut diperkuat oleh Armiznah (2023), yang menekankan pemanfaatan GeoGebra dalam pembelajaran geometri untuk membantu pengguna memahami konstruksi dan hubungan antarobjek geometris secara lebih mudah. GeoGebra memungkinkan titik, garis, sudut, bangun datar, dan berbagai objek lainnya dimanipulasi secara dinamis. Dengan demikian, peserta didik dapat mengamati sifat yang berubah dan sifat yang tetap ketika suatu objek ditransformasikan.

Dalam konteks penelitian di Indonesia, Suciati et al. (2022) menunjukkan bahwa penggunaan GeoGebra memberikan kontribusi positif terhadap berbagai kemampuan matematis peserta didik. GeoGebra tidak hanya berfungsi sebagai alat untuk menghasilkan gambar, tetapi juga sebagai media yang dapat mendukung penalaran matematis melalui aktivitas mengamati, mencoba, membandingkan, dan menyimpulkan. Ketika peserta didik memanipulasi objek secara dinamis, mereka dapat menguji dugaan dan memperoleh umpan balik visual secara langsung. Proses tersebut mendukung pembentukan hubungan antara representasi visual dan simbolis (Suciati et al., 2022).

Dalam praktik pembelajaran, panduan yang dikemukakan Simanjuntak (2019) menegaskan pentingnya penggunaan GeoGebra secara terarah. Efektivitas teknologi tidak hanya ditentukan oleh ketersediaan perangkat lunak, tetapi terutama oleh desain aktivitas yang menyertainya. Guru perlu merancang pertanyaan, tugas eksploratif, dan diskusi yang mendorong peserta didik menjelaskan alasan matematis di balik hasil visual yang diperoleh.

Marasabessy dan Helsa (2024) secara khusus menunjukkan bahwa pembelajaran geometri berbantuan GeoGebra berpotensi mendukung kemampuan visualisasi spasial. Dalam pembelajaran geometri, peserta didik sering mengalami kesulitan ketika harus membayangkan perubahan posisi, bentuk, ukuran, atau hubungan

antarobjek. Fitur dinamis GeoGebra memungkinkan objek dimanipulasi secara langsung sehingga peserta didik dapat mengamati perubahan dan mempertahankan perhatian pada sifat-sifat yang tetap. Aktivitas tersebut dapat membantu peserta didik membangun representasi mental yang lebih kuat terhadap objek dan hubungan geometris (Marasabessy & Helsa, 2024).

Relevansi temuan tersebut juga dapat dikaitkan dengan Armiznah (2023), yang menempatkan GeoGebra sebagai sarana untuk mempermudah pembelajaran geometri melalui visualisasi dan konstruksi dinamis. Pemanfaatan perangkat lunak ini memungkinkan konsep yang semula abstrak disajikan dalam bentuk yang lebih mudah diamati, dieksplorasi, dan didiskusikan.

3. Integrasi HLT dan GeoGebra dalam Pembelajaran Matematika

HLT dan GeoGebra memiliki fungsi yang berbeda, tetapi keduanya dapat diintegrasikan secara saling melengkapi. HLT berfungsi sebagai kerangka pedagogis untuk merancang dan memprediksi perkembangan belajar peserta didik, sedangkan GeoGebra berfungsi sebagai lingkungan teknologi yang memfasilitasi eksplorasi, visualisasi, manipulasi, dan pengujian dugaan matematis. Integrasi keduanya memungkinkan pembelajaran dirancang secara sistematis sekaligus memberikan ruang bagi peserta didik untuk membangun pengetahuan melalui aktivitas yang dinamis.

Dalam tahap perancangan, guru terlebih dahulu menentukan tujuan pembelajaran dan menyusun dugaan lintasan berpikir peserta didik. Selanjutnya, aktivitas berbantuan GeoGebra dirancang untuk memfasilitasi setiap tahapan lintasan tersebut. Pada tahap awal, peserta didik dapat diarahkan untuk mengamati atau memanipulasi objek. Pada tahap berikutnya, mereka diminta menemukan pola dan menyusun dugaan. Setelah itu, peserta didik menguji dugaan melalui eksplorasi lebih lanjut dan menjelaskan hubungan matematis yang

ditemukan. Pada tahap akhir, hasil eksplorasi diarahkan menuju generalisasi dan formulasi konsep secara formal.

Sebagai contoh dalam pembelajaran geometri, tujuan pembelajaran dapat diarahkan pada pemahaman hubungan antara perubahan suatu objek dan sifat-sifat yang tetap. HLT dapat memprediksi bahwa peserta didik pada awalnya akan berfokus pada tampilan visual, kemudian mengenali pola, menyusun dugaan, dan akhirnya memberikan alasan matematis. GeoGebra digunakan untuk memfasilitasi proses tersebut melalui fitur konstruksi dan manipulasi dinamis. Respons aktual peserta didik selama aktivitas kemudian dibandingkan dengan dugaan awal dalam HLT. Apabila terdapat strategi, kesulitan, atau respons yang tidak diprediksi, temuan tersebut dapat digunakan untuk memperbaiki lintasan pembelajaran.

Integrasi HLT dan GeoGebra juga mencegah penggunaan teknologi yang hanya bersifat demonstratif. Tanpa desain pedagogis yang jelas, GeoGebra berisiko hanya digunakan untuk menampilkan gambar atau hasil konstruksi. Sebaliknya, ketika ditempatkan dalam HLT, setiap aktivitas GeoGebra memiliki fungsi yang terarah dalam perkembangan pemikiran peserta didik. Pertanyaan guru, urutan tugas, bentuk eksplorasi, dan diskusi kelas disusun berdasarkan dugaan proses belajar yang ingin difasilitasi.

Dengan demikian, integrasi HLT dan GeoGebra dapat dipandang sebagai perpaduan antara desain pedagogis dan teknologi pembelajaran. HLT memberikan arah terhadap tujuan, urutan aktivitas, serta dugaan perkembangan pemikiran peserta didik, sedangkan GeoGebra menyediakan lingkungan yang memungkinkan peserta didik mengeksplorasi dan memvisualisasikan objek matematika secara dinamis. Integrasi tersebut berpotensi menghasilkan pembelajaran matematika yang lebih terstruktur, eksploratif, adaptif, dan berorientasi pada pemahaman konseptual.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Model Pengembangan

Pendekatan penelitian dan pengembangan (*Research and Development* atau R&D) digunakan dalam penelitian ini karena bertujuan untuk mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui model *Project-Based Learning* (PjBL). HLT yang dikembangkan memuat serangkaian aktivitas pembelajaran yang dirancang berdasarkan dugaan lintasan belajar siswa dengan memanfaatkan GeoGebra sebagai perangkat pendukung dalam proses pembelajaran matematika. Pengembangan tersebut diarahkan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa kelas VIII di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung.

Penelitian ini menggunakan model pengembangan 4-D yang dikembangkan oleh Thiagarajan, Semmel, dan Semmel pada tahun 1974. Model 4-D terdiri atas empat tahapan, yaitu *Define* (Pendefinisian), *Design* (Perancangan), *Develop* (Pengembangan), dan *Disseminate* (Penyebarluasan). Keempat tahapan tersebut digunakan secara sistematis dalam proses pengembangan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL.

B. Prosedur Pengembangan

Prosedur pengembangan dalam penelitian ini menggunakan model 4-D (*Four-D Model*) yang dikembangkan oleh Thiagarajan et al. (1974). Model tersebut terdiri atas empat tahap, yaitu *Define* (Pendefinisian), *Design* (Perancangan), *Develop* (Pengembangan), dan *Disseminate* (Penyebarluasan). Model 4-D dipilih karena memiliki tahapan yang sistematis dan sesuai untuk mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). Menurut Sugiyono (2022), penelitian dan pengembangan merupakan metode yang digunakan untuk

menghasilkan atau mengembangkan suatu produk sekaligus menguji kelayakan produk tersebut. Produk yang dikembangkan dalam penelitian ini berupa HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL yang diarahkan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa kelas VIII di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung.

1. *Define* (Pendefinisian)

Tahap *Define* bertujuan untuk mengidentifikasi dan menetapkan kebutuhan yang menjadi dasar pengembangan HLT. Tahap pendefinisian dilakukan melalui kegiatan analisis untuk memperoleh informasi mengenai kondisi awal pembelajaran, karakteristik siswa, materi pembelajaran, serta permasalahan yang ditemukan dalam proses pembelajaran matematika. Menurut Sugiyono (2022), pengembangan suatu produk perlu didasarkan pada potensi dan masalah yang ditemukan melalui proses pengumpulan informasi secara empiris.

Pada tahap ini dilakukan analisis awal-akhir, analisis karakteristik siswa, analisis materi, analisis tugas, dan perumusan tujuan pembelajaran. Analisis awal-akhir dilakukan untuk mengidentifikasi kondisi pembelajaran matematika dan permasalahan yang berkaitan dengan kemampuan representasi matematis siswa. Analisis karakteristik siswa dilakukan untuk mengetahui kemampuan awal, pengalaman belajar, serta karakteristik siswa kelas VIII di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung.

Selanjutnya, analisis materi dan tugas dilakukan untuk menentukan konsep matematika yang akan dikembangkan dalam HLT serta aktivitas yang harus dilakukan siswa. Hasil keseluruhan analisis digunakan untuk merumuskan tujuan pembelajaran dan menjadi dasar dalam memperkirakan respons, strategi, kesulitan, serta lintasan berpikir yang mungkin muncul selama proses pembelajaran. Pada tahap ini juga dianalisis kebutuhan penggunaan GeoGebra dan penerapan PjBL sebagai bagian dari aktivitas dalam HLT.

2. *Design* (Perancangan)

Tahap *Design* bertujuan untuk menghasilkan rancangan awal HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL. Menurut Sugiyono (2022), tahap perancangan produk dilakukan berdasarkan hasil analisis kebutuhan dan permasalahan yang telah ditemukan sehingga rancangan yang dihasilkan memiliki keterkaitan dengan kebutuhan pengguna.

Pada tahap ini, peneliti merancang komponen utama HLT yang meliputi tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dan dugaan proses berpikir siswa. Setiap aktivitas dirancang dengan memperhatikan kemungkinan respons, strategi, kesulitan, dan perkembangan pemahaman siswa. Selain itu, peneliti menyusun antisipasi pedagogis terhadap berbagai respons yang mungkin muncul selama proses pembelajaran.

Tahapan PjBL diintegrasikan ke dalam aktivitas HLT, meliputi penentuan pertanyaan mendasar, perencanaan proyek, penyusunan jadwal, pemantauan pelaksanaan proyek, penilaian hasil, dan evaluasi pengalaman belajar. GeoGebra digunakan untuk membantu siswa melakukan eksplorasi, visualisasi, konstruksi, dan penyajian representasi matematis selama proses penyelesaian proyek. Aktivitas pembelajaran diarahkan untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam menggunakan representasi visual, simbolik, dan verbal.

Pada tahap ini juga disusun instrumen penelitian yang meliputi lembar validasi ahli, lembar observasi keterlaksanaan pembelajaran, angket respons siswa, pedoman observasi lintasan belajar siswa, dan tes kemampuan representasi matematis. Instrumen tersebut digunakan untuk memperoleh data mengenai validitas, kepraktisan, dan efektivitas HLT yang dikembangkan.

3. *Develop* (Pengembangan)

Tahap *Develop* bertujuan untuk menghasilkan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL yang telah melalui proses validasi, revisi, dan

uji coba. Menurut Sugiyono (2022), validasi produk dilakukan untuk memperoleh penilaian dan masukan dari ahli terhadap rancangan produk yang dikembangkan sebelum digunakan dalam kegiatan uji coba.

Rancangan awal HLT terlebih dahulu divalidasi oleh para ahli. Validasi dilakukan untuk menilai kesesuaian isi, konstruksi, bahasa, tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, antisipasi pedagogis, integrasi tahapan PjBL, penggunaan GeoGebra, dan keterkaitannya dengan indikator kemampuan representasi matematis. Saran dan masukan dari validator digunakan sebagai dasar untuk melakukan revisi terhadap rancangan awal.

HLT yang telah direvisi selanjutnya diuji cobakan kepada siswa kelas VIII di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung. Uji coba dilakukan untuk memperoleh data empiris mengenai keterlaksanaan dan kualitas produk yang dikembangkan. Sugiyono (2022) menjelaskan bahwa uji coba produk dilakukan untuk mengetahui kelemahan produk sehingga dapat dilakukan perbaikan sebelum menghasilkan produk akhir.

Selama pelaksanaan uji coba, peneliti mengamati respons, strategi, kesulitan, dan perkembangan pemikiran siswa. Lintasan belajar aktual atau *Actual Learning Trajectory* (ALT) yang terjadi selama pembelajaran dibandingkan dengan lintasan belajar hipotetis yang telah dirancang. Hasil perbandingan tersebut digunakan untuk mengidentifikasi bagian-bagian HLT yang perlu dipertahankan, diperbaiki, ditambahkan, atau dihilangkan.

Berdasarkan hasil validasi dan uji coba, dilakukan revisi untuk menghasilkan HLT yang lebih sesuai dengan proses belajar aktual siswa. Produk akhir yang dihasilkan berupa HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL yang telah memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa.

4. Disseminate (Penyebarluasan)

Tahap *Disseminate* merupakan tahap penyebarluasan produk yang telah melalui proses validasi, uji coba, dan revisi. Menurut Sugiyono (2022), produk hasil penelitian dan pengembangan dapat diterapkan atau disebarluaskan setelah melalui proses pengujian dan penyempurnaan.

Dalam penelitian ini, penyebarluasan dilakukan secara terbatas di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung, khususnya kepada guru matematika. Produk yang disebarluaskan berupa HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL yang telah direvisi berdasarkan hasil validasi dan uji coba. Penyebarluasan bertujuan agar produk dapat digunakan sebagai alternatif desain pembelajaran matematika yang mendukung peningkatan kemampuan representasi matematis siswa.

C. Uji Coba Produk

Uji coba produk merupakan bagian dari tahap pengembangan yang dilakukan untuk memperoleh data empiris mengenai kualitas HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL. Menurut Sugiyono (2022), pengujian produk bertujuan untuk mengetahui kualitas dan efektivitas produk yang telah dikembangkan. Dalam penelitian ini, kualitas produk ditinjau berdasarkan aspek validitas, kepraktisan, dan efektivitas.

1. Desain Uji Coba

Uji coba dilakukan setelah HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL divalidasi dan direvisi berdasarkan saran para ahli. Produk selanjutnya diterapkan dalam pembelajaran matematika pada siswa kelas VIII di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung.

Uji coba bertujuan untuk mengamati keterlaksanaan aktivitas pembelajaran, respons siswa, penggunaan GeoGebra, pelaksanaan tahapan PjBL, serta kesesuaian antara HLT yang dirancang dengan lintasan belajar aktual siswa. Selain itu, uji coba dilakukan untuk

mengetahui peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah mengikuti pembelajaran.

Untuk mengetahui peningkatan kemampuan representasi matematis, penelitian ini menggunakan desain *one-group pretest-posttest*. Sugiyono (2022) menjelaskan bahwa pada desain ini subjek diberikan tes awal sebelum perlakuan dan tes akhir setelah perlakuan. Dengan demikian, perubahan kemampuan siswa dapat diketahui dengan membandingkan hasil *pretest* dan *posttest*. Desain tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:

$$O_1 \times O_2$$

Keterangan:

O_1 = *Pretest* kemampuan representasi matematis

$\times$ = Pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL

O_2 = *Posttest* kemampuan representasi matematis

2. Subjek Uji Coba

Subjek uji coba dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII di MTs Kifayatul Achyar Kota Bandung dan MTSS Ma'arif Tanjungsari Sumedang. Pemilihan subjek disesuaikan dengan karakteristik materi, tujuan pengembangan, dan sasaran pengguna HLT. Menurut Sugiyono (2022), penentuan subjek penelitian perlu disesuaikan dengan karakteristik dan tujuan penelitian agar data yang diperoleh relevan dengan produk yang dikembangkan.

Selain siswa sebagai pengguna produk, penelitian ini melibatkan validator dan praktisi. Validator terdiri atas ahli yang memiliki kompetensi dalam bidang pendidikan matematika, desain pembelajaran atau HLT, dan teknologi pembelajaran. Adapun guru matematika dilibatkan sebagai praktisi untuk memberikan penilaian terhadap kepraktisan dan keterlaksanaan HLT dalam pembelajaran.

3. Jenis Data

Data dalam penelitian ini terdiri atas data kuantitatif dan data kualitatif. Menurut Sugiyono (2022), data kuantitatif merupakan data yang berbentuk angka atau data yang dapat diangkakan, sedangkan data kualitatif berupa informasi yang dinyatakan dalam bentuk kata, kalimat, atau deskripsi.

Data kuantitatif diperoleh dari skor hasil validasi ahli, lembar observasi keterlaksanaan pembelajaran, angket respons siswa, serta hasil *pretest* dan *posttest* kemampuan representasi matematis. Data tersebut digunakan untuk mengetahui validitas, kepraktisan, dan efektivitas HLT yang dikembangkan.

Data kualitatif diperoleh dari komentar dan saran validator, catatan hasil observasi, respons dan strategi siswa, kesulitan yang dialami siswa, serta temuan mengenai kesesuaian antara HLT dengan lintasan belajar aktual siswa. Data kualitatif digunakan untuk memberikan gambaran yang lebih mendalam mengenai proses implementasi HLT dan menjadi dasar dalam melakukan revisi produk.

4. Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dalam penelitian ini disesuaikan dengan jenis data dan tujuan penelitian. Menurut Sugiyono (2022), analisis data merupakan proses mengolah dan menyusun data secara sistematis sehingga dapat digunakan untuk menjawab rumusan masalah dan mencapai tujuan penelitian.

Data validitas diperoleh dari hasil penilaian para ahli terhadap HLT dan instrumen penelitian. Skor hasil validasi dianalisis secara deskriptif kuantitatif dengan menghitung skor rata-rata atau persentase, kemudian dikonversikan ke dalam kategori tingkat validitas. Komentar dan saran validator dianalisis secara deskriptif kualitatif dan digunakan sebagai dasar untuk merevisi produk.

109 Data kepraktisan diperoleh dari hasil observasi keterlaksanaan
159 pembelajaran dan angket respons siswa. Data tersebut dianalisis
secara deskriptif kuantitatif dengan menghitung persentase
keterlaksanaan dan respons siswa, kemudian diinterpretasikan
berdasarkan kriteria kepraktisan yang telah ditetapkan.

119 Data efektivitas diperoleh dari hasil tes kemampuan
representasi matematis siswa. Skor *pretest* dan *posttest* dianalisis
untuk mengetahui peningkatan kemampuan representasi matematis
setelah penerapan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL.
Peningkatan kemampuan siswa dapat dianalisis menggunakan skor
N-Gain.

23 Selain analisis kuantitatif, dilakukan analisis terhadap lintasan
belajar siswa. Analisis ini dilakukan dengan membandingkan dugaan
respons dan strategi siswa dalam HLT dengan respons dan strategi
aktual yang muncul selama pembelajaran. Data berupa hasil
pekerjaan siswa, aktivitas penggunaan GeoGebra, hasil proyek,
catatan observasi, dan dokumentasi proses pembelajaran dianalisis
secara deskriptif. Hasil analisis digunakan untuk mengidentifikasi
kesesuaian dan perbedaan antara *Hypothetical Learning Trajectory*
117 (HLT) dengan *Actual Learning Trajectory* (ALT), yang selanjutnya
153 menjadi dasar dalam melakukan revisi dan penyempurnaan produk.

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Deskripsi Data

B. Hasil Penelitian

1. Uji Validitas dan Reliabilitas Instrumen Test

a. Uji validitas

Uji validitas dilakukan untuk mengetahui tingkat ketepatan setiap butir soal dalam mengukur kemampuan representasi matematis siswa. Pengujian validitas dilakukan menggunakan program ANATES versi 4.0. Berdasarkan hasil analisis, seluruh butir soal memiliki koefisien korelasi yang berada pada kategori sangat signifikan, sehingga seluruh butir soal dinyatakan valid dan layak digunakan sebagai instrumen penelitian.

Tabel 4. 1 Hasil Uji Validitas Butir Soal

No. Soal	Koefisien Korelasi	Keputusan
1	0,932	Valid
2	0,935	Valid
3	0,903	Valid
4	0,893	Valid
5	0,890	Valid
6	0,922	Valid

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa seluruh butir soal memiliki nilai koefisien korelasi antara 0,890 sampai dengan 0,935. Nilai tersebut berada pada kategori sangat signifikan, sehingga keenam butir soal dinyatakan valid dan layak digunakan dalam penelitian.

b. Reliabilitas

Uji reliabilitas bertujuan untuk mengetahui tingkat konsistensi instrumen tes. Pengujian reliabilitas dilakukan menggunakan program ANATES dengan teknik belah dua (*split-half*).

Tabel 4. 2 Hasil Uji Reliabilitas

Komponen	Nilai
Rata-rata skor	15,56
Simpangan baku	5,89
Korelasi belah dua (XY)	0,91
Koefisien reliabilitas	0,95

Berdasarkan hasil analisis diperoleh koefisien reliabilitas sebesar 0,95. Nilai tersebut menunjukkan bahwa instrumen memiliki reliabilitas sangat tinggi, sehingga instrumen dapat dipercaya dan layak digunakan dalam penelitian.

c. Analisis Tingkat Kesukaran

Analisis tingkat kesukaran dilakukan untuk mengetahui tingkat kemudahan atau kesulitan setiap butir soal.

Tabel 4. 3 Tingkat Kesukaran Butir Soal

No. Soal	Indeks Kesukaran (%)	Kategori
1	58,33	Sedang
2	58,33	Sedang
3	62,50	Sedang
4	62,50	Sedang
5	63,89	Sedang
6	65,28	Sedang

Berdasarkan hasil analisis, seluruh butir soal memiliki tingkat kesukaran pada kategori sedang. Hal ini menunjukkan bahwa soal yang digunakan tidak terlalu mudah maupun terlalu sulit sehingga sesuai digunakan untuk mengukur kemampuan representasi matematis siswa.

d. Analisis Daya Pembeda

Analisis daya pembeda dilakukan untuk mengetahui kemampuan setiap butir soal dalam membedakan siswa yang memiliki kemampuan tinggi dengan siswa yang memiliki kemampuan rendah.

Tabel 4. 4 Hasil Analisis Daya Pembeda

No. Soal	Daya Pembeda (%)	Kategori
1	66,67	Baik
2	66,67	Baik
3	58,33	Baik
4	58,33	Baik
5	55,56	Baik
6	58,33	Baik

Berdasarkan hasil analisis, seluruh butir soal memiliki daya pembeda antara 55,56% hingga 66,67% dengan kategori baik. Hal ini menunjukkan bahwa setiap butir soal mampu membedakan siswa yang memiliki kemampuan tinggi dan rendah dengan baik sehingga seluruh butir soal layak digunakan dalam penelitian.

2. Uji Validitas dan Reliabilitas Instrumen Angket

a. Uji validitas

Jumlah responden = 34, sehingga $r \text{ tabel } (\alpha = 0,05; df = 32) \approx 0,339$.

Butir	r hitung	Keputusan
P1	0,873	Valid
P2	0,788	Valid
P3	-0,457	Tidak Valid
P4	0,777	Valid
P5	0,798	Valid
P6	0,811	Valid
P7	0,851	Valid
P8	0,771	Valid
P9	0,785	Valid

P10	0,830	Valid
P11	-0,457	Tidak Valid
P12	0,727	Valid
P13	0,849	Valid
P14	-0,457	Tidak Valid
P15	0,882	Valid

Keterangan: P3, P11, dan P14 merupakan pernyataan negatif. Sebanyak 12 butir memenuhi kriteria valid karena memiliki nilai r hitung $> 0,339$, sedangkan 3 butir (P3, P11, dan P14) memiliki korelasi negatif sehingga dinyatakan tidak valid.

b. Reliabilitas

Menggunakan Cronbach's Alpha diperoleh:

Statistik	Nilai
Jumlah Butir	15
Jumlah Responden	34
Cronbach's Alpha	0,932

Nilai Cronbach's Alpha = 0,932 menunjukkan bahwa angket memiliki reliabilitas sangat tinggi, sehingga secara keseluruhan instrumen konsisten digunakan untuk mengukur respons siswa.

3. Pengembangan

a. Define (Pendefinisian)

Tahap Define (Pendefinisian) merupakan tahap awal dalam model pengembangan Four-D (4D) yang bertujuan untuk menetapkan dan mendefinisikan kebutuhan dalam pengembangan produk. Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap kondisi pembelajaran, karakteristik peserta didik, materi pembelajaran, tugas pembelajaran, serta tujuan pembelajaran sebagai dasar dalam penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi kubus dan balok.

1) Analisis Awal

Analisis awal dilakukan melalui studi pendahuluan di MTs Kifayatul Achyar dan MTs Ma'arif Tanjung Sari. Studi pendahuluan dilakukan melalui wawancara dengan guru mata pelajaran matematika untuk memperoleh informasi mengenai kondisi pembelajaran matematika yang berlangsung di sekolah.

Berdasarkan hasil wawancara diketahui bahwa guru telah menerapkan berbagai metode pembelajaran, seperti metode ceramah, diskusi, dan tanya jawab. Dalam pelaksanaannya guru menyampaikan materi pembelajaran, membentuk kelompok diskusi, memberikan kesempatan kepada siswa untuk mempresentasikan hasil diskusi, kemudian bersama-sama melakukan evaluasi terhadap hasil pembelajaran. Hal tersebut menunjukkan bahwa guru telah berupaya melibatkan siswa secara aktif selama proses pembelajaran.

Meskipun demikian, berdasarkan informasi yang diperoleh dari guru di kedua sekolah, masih terdapat siswa yang memperoleh nilai ulangan harian di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yang telah ditetapkan sekolah, yaitu 70. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran yang telah dilaksanakan belum sepenuhnya mampu membantu seluruh siswa mencapai hasil belajar yang diharapkan.

Selain itu, berdasarkan analisis materi bangun ruang sisi datar, khususnya kubus dan balok, siswa dituntut tidak hanya menguasai konsep dan rumus, tetapi juga mampu menyajikan ide matematika dalam berbagai bentuk representasi, seperti representasi visual, simbolik, dan verbal. Oleh karena itu, diperlukan suatu lintasan pembelajaran yang mampu memfasilitasi perkembangan kemampuan representasi

matematis siswa secara bertahap melalui aktivitas pembelajaran yang terstruktur.

2) Analisis Peserta Didik

Analisis peserta didik dilakukan untuk mengetahui karakteristik siswa kelas VIII MTs sebagai calon pengguna produk yang dikembangkan. Berdasarkan hasil observasi dan informasi dari guru, siswa kelas VIII memiliki kemampuan akademik yang beragam. Sebagian siswa telah mampu memahami konsep dasar kubus dan balok, sedangkan sebagian lainnya masih mengalami kesulitan dalam menghubungkan objek konkret dengan representasi matematis yang sesuai.

Siswa juga menunjukkan karakteristik yang menyukai aktivitas pembelajaran yang melibatkan diskusi kelompok, penggunaan media pembelajaran, dan penyelesaian masalah kontekstual. Oleh karena itu, pengembangan HLT dirancang dengan mengintegrasikan model *Project-Based Learning* (PjBL) serta penggunaan GeoGebra agar siswa memperoleh pengalaman belajar yang lebih aktif, eksploratif, dan bermakna.

3) Analisis Konsep

Analisis konsep dilakukan dengan mengidentifikasi materi yang akan dikembangkan dalam produk. Materi yang dipilih adalah kubus dan balok karena materi tersebut memiliki keterkaitan erat dengan kemampuan representasi matematis siswa.

Konsep-konsep yang dianalisis meliputi karakteristik kubus dan balok, unsur-unsur bangun ruang, representasi tiga dimensi dan dua dimensi, jaring-jaring, luas permukaan, volume, serta penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Analisis konsep tersebut kemudian disusun menjadi lintasan belajar yang

menghubungkan representasi visual, simbolik, dan verbal secara bertahap.

4) Analisis Tugas

Analisis tugas dilakukan untuk menentukan aktivitas pembelajaran yang harus dilakukan siswa agar tujuan pembelajaran dapat tercapai. Berdasarkan hasil analisis, aktivitas pembelajaran disusun mengikuti sintaks Project-Based Learning (PjBL) yang diintegrasikan dengan penggunaan GeoGebra.

Siswa diarahkan untuk mengamati objek kontekstual, membuat sketsa bangun ruang, membangun model tiga dimensi menggunakan GeoGebra, menyusun jaring-jaring, menghitung luas permukaan dan volume, melakukan revisi terhadap desain proyek, hingga mempresentasikan hasil proyek yang telah dibuat. Aktivitas tersebut disusun secara bertahap sesuai dengan dugaan perkembangan proses berpikir siswa dalam HLT.

5) Perumusan Tujuan Pembelajaran

Berdasarkan hasil analisis kebutuhan, karakteristik peserta didik, analisis konsep, dan analisis tugas, dirumuskan tujuan pengembangan produk yaitu menghasilkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui Project-Based Learning (PjBL) yang layak digunakan sebagai pedoman pembelajaran pada materi kubus dan balok.

HLT yang dikembangkan diharapkan mampu memfasilitasi perkembangan kemampuan representasi matematis siswa melalui lintasan belajar yang memuat tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, antisipasi didaktis, serta pemanfaatan GeoGebra sebagai media visualisasi dan eksplorasi konsep. Dengan demikian, produk yang dikembangkan tidak hanya menjadi pedoman bagi guru

dalam melaksanakan pembelajaran, tetapi juga membantu siswa membangun pemahaman konsep secara bertahap melalui integrasi representasi visual, simbolik, dan verbal.

b. *Design* (Perancangan)

Tahap *Design* (Perancangan) merupakan tahap penyusunan rancangan awal (*prototype*) produk berdasarkan hasil analisis pada tahap pendefinisian. Pada tahap ini peneliti menyusun Hypothetical Learning Trajectory (HLT) berbantuan GeoGebra melalui Project-Based Learning (PjBL) sebagai produk yang akan dikembangkan. Perancangan dilakukan dengan memperhatikan hasil analisis kebutuhan, karakteristik peserta didik, tujuan pembelajaran, serta materi kubus dan balok sehingga produk yang dihasilkan sesuai dengan kebutuhan pembelajaran matematika di kelas VIII MTs.

MODUL
HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY (HLT)
BERBANTUAN GEOGEBRA MELALUI PROJECT-BASED
LEARNING (PjBL) PADA MATERI KUBUS DAN BALOK
UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI
MATEMATIS SISWA KELAS VIII MTs



Disusun oleh:
ADITYA MOHAMMAD IQBAL

NIM. 1192050004

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS TARBIAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN GUNUNG DJATI
BANDUNG
2026

Gambar 4. 1 Cover Produk HLT

1) Penyusunan Struktur Produk

Tahap pertama dalam perancangan adalah menyusun struktur HLT yang akan dikembangkan. Struktur produk disusun secara sistematis agar mudah digunakan oleh guru sebagai pedoman dalam melaksanakan pembelajaran. Produk

terdiri atas identitas produk, kata pengantar, petunjuk penggunaan, pendahuluan, desain lintasan belajar, petunjuk implementasi, dan lampiran. Struktur tersebut dirancang agar guru dapat memahami tujuan pembelajaran, aktivitas yang akan dilakukan, dugaan respons siswa, serta antisipasi didaktis yang dapat diberikan selama proses pembelajaran.

IDENTITAS PRODUK

Komponen	Keterangan
Nama Produk	<i>Hypothetical Learning Trajectory</i> (HLT) Berbantuan GeoGebra melalui <i>Project-Based Learning</i> (PjBL)
Materi	Kubus dan Balok
Mata Pelajaran	Matematika
Jenjang/Kelas	Madrasah Tsanawiyah (MTs) / VIII
Kemampuan yang Dikembangkan	Kemampuan Representasi Matematis
Bentuk Representasi	Visual, simbolik/ekspresi matematis, dan verbal
Model Pembelajaran	<i>Project-Based Learning</i> (PjBL)
Perangkat Lunak Bantu	GeoGebra
Bentuk Proyek	Perancangan Kotak Kemasan Fungsional
Jumlah Pertemuan	4 pertemuan
Alokasi Waktu	4 × 2 JP
Pengguna	Guru matematika dan siswa kelas VIII MTs
Penyusun	Aditya Mohammad Iqbal
Tahun Pengembangan	2026

Gambar 4. 2 Identitas Produk HLT.

2) Perancangan Lintasan Belajar (*Hypothetical Learning Trajectory*)

Pada tahap ini peneliti merancang lintasan belajar (*Hypothetical Learning Trajectory*) yang menggambarkan dugaan perkembangan proses berpikir siswa selama mempelajari materi kubus dan balok. Lintasan belajar disusun berdasarkan hubungan antara tujuan pembelajaran, aktivitas

pembelajaran, dugaan respons siswa, interpretasi terhadap respons siswa, serta antisipasi didaktis yang diberikan guru.

Lintasan belajar dirancang agar siswa berkembang secara bertahap, dimulai dari pengenalan objek kontekstual, representasi visual, eksplorasi model tiga dimensi menggunakan GeoGebra, penyusunan jaring-jaring, pembentukan representasi simbolik, hingga pengintegrasian representasi visual, simbolik, dan verbal melalui penyelesaian proyek.

**Objek Kontekstual → Karakteristik Geometris → Representasi Visual → Eksplorasi GeoGebra
→ Hubungan 3D–2D → Jaring-Jaring → Model Simbolik → Generalisasi → Integrasi
Representasi**

Pertemuan	Proses Perkembangan	Tujuan Antara
1	Objek → sketsa → model dinamis	Representasi visual
2	3D → prediksi → 2D → pengujian	Hubungan 2D–3D
3	Visual → simbolik → generalisasi	Representasi simbolik
4	Pemeriksaan → revisi → argumentasi	Integrasi representasi

Gambar 4. 3 Peta Lintasan Belajar (Learning Trajectory).

3) Perancangan Integrasi GeoGebra dan *Project-Based Learning* (PjBL)

Agar pembelajaran lebih bermakna, HLT dirancang dengan mengintegrasikan penggunaan GeoGebra dan model *Project-Based Learning* (PjBL). Pada tahap perancangan ditentukan fungsi GeoGebra sebagai perangkat lunak bantu untuk memvisualisasikan bangun ruang, memanipulasi objek tiga dimensi, mengeksplorasi hubungan antar unsur bangun ruang, serta melakukan verifikasi terhadap hasil pekerjaan siswa.

Sementara itu, *Project-Based Learning* (PjBL) digunakan sebagai kerangka dalam mengorganisasikan aktivitas pembelajaran melalui proyek perancangan kotak kemasan fungsional. Proyek tersebut dikembangkan secara bertahap mulai dari penyusunan sketsa, pembuatan model tiga dimensi, penyusunan jaring-jaring, perhitungan luas permukaan dan volume, hingga presentasi hasil proyek pada akhir pembelajaran.

4) Perancangan Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas pembelajaran dirancang untuk dilaksanakan selama empat pertemuan, dengan setiap pertemuan memiliki fokus pembelajaran yang berbeda. Rancangan aktivitas pembelajaran disusun berdasarkan sintaks *Project-Based Learning* (PjBL) serta perkembangan kemampuan representasi matematis siswa.

Rancangan aktivitas pembelajaran dapat dilihat pada Tabel berikut.

Tabel 4. 5 Rancangan Aktivitas Pembelajaran HLT

Pertemuan	Fokus Pembelajaran	Fase PjBL	Hasil yang Diharapkan
1	Dari objek kontekstual menuju representasi visual	Menentukan pertanyaan mendasar	Sketsa dan model awal bangun ruang
2	Dari model tiga dimensi menuju jaring-jaring	Mendesain perencanaan proyek	Jaring-jaring kubus dan balok
3	Dari representasi visual menuju representasi simbolik	Melaksanakan dan memonitor proyek	Perhitungan luas permukaan dan volume
4	Integrasi representasi dalam penyelesaian proyek	Menguji hasil dan mengevaluasi pengalaman	Produk akhir dan presentasi proyek

Rancangan tersebut menunjukkan bahwa setiap aktivitas pembelajaran disusun secara berurutan sehingga siswa

memperoleh pengalaman belajar yang sistematis dalam mengembangkan kemampuan representasi matematis.

HLT Pertemuan 1 — Dari Objek Kontekstual Menuju Representasi Visual

Komponen	Keterangan
Fokus	Kubus, balok, dan representasi visual
Fase PjBL	Menentukan pertanyaan mendasar
Fungsi GeoGebra	Visualisasi dan manipulasi model 3D
Hasil Proyek	Sketsa dan model awal

Tujuan Pembelajaran

1. Membedakan kubus dan balok berdasarkan karakteristik geometris.
2. Menyajikan informasi verbal dalam bentuk sketsa.
3. Mengamati objek dari berbagai sudut pandang dan menjelaskan hubungan sketsa dengan model 3D.

Gambar 4. 4 HLT pada salah satu pertemuan.

5) Perancangan Instrumen Penelitian

Selain merancang produk utama, pada tahap ini juga disusun instrumen penelitian yang digunakan untuk mengumpulkan data selama proses penelitian. Instrumen yang disusun meliputi lembar validasi ahli, soal pretest dan posttest kemampuan representasi matematis, lembar observasi keterlaksanaan pembelajaran, serta angket respons siswa terhadap penggunaan HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). Instrumen tersebut dirancang agar mampu memberikan informasi mengenai kelayakan produk, efektivitas pembelajaran, serta respons siswa terhadap produk yang dikembangkan.

6) Penyusunan Prototype I

Hasil akhir pada tahap perancangan adalah tersusunnya Prototype I berupa *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL).

Prototype ini masih berupa rancangan awal sehingga belum digunakan dalam pembelajaran. Selanjutnya Prototype I diserahkan kepada validator ahli untuk memperoleh masukan dan saran sebagai dasar dalam melakukan revisi pada tahap pengembangan (*Develop*). Produk Prototype I meliputi identitas produk, petunjuk penggunaan, lintasan belajar empat pertemuan, petunjuk implementasi, serta lampiran pendukung.

c. *Develop* (Pengembangan)

Tahap pengembangan diawali dengan penyusunan prototype awal HLT sesuai desain yang telah dibuat. Selanjutnya prototype divalidasi oleh dua validator yang terdiri atas seorang dosen Pendidikan Matematika dan seorang guru matematika MTs. Kedua validator memberikan penilaian terhadap aspek tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dugaan proses berpikir siswa, integrasi GeoGebra, integrasi *Project-Based Learning* (PjBL), kemampuan representasi matematis, serta kelayakan pelaksanaan. Berdasarkan hasil validasi, kedua validator menyatakan bahwa produk layak digunakan dengan revisi.

Validator pertama memberikan beberapa saran perbaikan, yaitu:

1. Menyesuaikan aktivitas pembelajaran dengan kondisi sekolah dan karakteristik peserta didik.
2. Memperjelas serta mempertegas bahwa materi difokuskan pada bangun ruang, khususnya kubus dan balok.
3. Menambahkan ilustrasi atau gambar pendukung agar isi HLT lebih mudah dipahami oleh guru maupun siswa.

Berdasarkan masukan tersebut dilakukan beberapa revisi terhadap produk, yaitu:

4. Menyesuaikan contoh aktivitas dan pelaksanaan pembelajaran dengan kondisi sekolah sasaran sehingga lebih mudah diimplementasikan.

5. Memperjelas ruang lingkup materi pada setiap bagian HLT agar konsisten berfokus pada materi kubus dan balok.
6. Menambahkan ilustrasi, gambar, dan visualisasi pendukung pada beberapa bagian HLT sehingga alur lintasan belajar lebih mudah dipahami.

Tabel 4. 6 Perbaikan Produk HLT

Sebelum	Sesudah
MODUL <i>HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY (HLT)</i> BERBANTUAN GEOGEBRA MELALUI <i>PROJECT-BASED LEARNING (PjBL)</i> PADA MATERI KUBUS DAN BALOK UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS SISWA KELAS VIII MTs  Dikusun oleh: ADITYA MOHAMMAD IQBAL NIM. 11192050004 PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA JURUSAN PENDIDIKAN MIPA FAKULTAS TARIYAH DAN KEGURUAN UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN GUNUNG DJATI BANDUNG 2026	

Validator kedua memberikan tanggapan bahwa penyajian perangkat sudah cukup menarik dan mendukung proses pembelajaran serta instrumen telah sesuai dengan indikator yang diukur. Namun demikian, validator juga menyarankan agar beberapa bagian disempurnakan sehingga produk menjadi lebih optimal sebelum digunakan pada tahap implementasi.

Setelah seluruh masukan validator ditindaklanjuti, dilakukan revisi akhir sehingga diperoleh produk final berupa *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)* berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning (PjBL)* yang siap digunakan pada tahap uji coba kepada peserta didik.

d. *Disseminate* (Penyebarluasan)

Tahap penyebarluasan (*Disseminate*) dilakukan dalam lingkup terbatas sesuai dengan tujuan penelitian. Produk akhir berupa HLT yang

telah melalui proses validasi dan revisi digunakan sebagai pedoman pembelajaran pada kelas VIII MTs dalam materi kubus dan balok.

Penyebarluasan dilakukan melalui implementasi produk kepada guru mata pelajaran matematika sebagai pengguna utama HLT serta digunakan dalam proses pembelajaran pada kelas yang menjadi subjek penelitian. Selain itu, produk disusun dalam bentuk dokumen yang memuat petunjuk penggunaan sehingga dapat dimanfaatkan oleh guru sebagai referensi dalam merancang pembelajaran yang mengintegrasikan *Hypothetical Learning Trajectory*, *Project-Based Learning* (PjBL), dan GeoGebra untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa.

4. Hasil Statistik N-Gain

Analisis statistik dilakukan untuk mengetahui peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah mengikuti pembelajaran menggunakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). Data yang dianalisis meliputi skor pretest, posttest, dan N-Gain pada dua sekolah, yaitu MTs Kifayatul Achyar dan MTs Ma'arif Tanjung Sari.

a. Hasil Statistik MTs Kifayatul Achyar

Data hasil pretest dan posttest siswa kelas VIII MTs Kifayatul Achyar disajikan pada Tabel 4.7.

Tabel 4. 7 Hasil Pretest, Posttest, dan N-Gain MTs Kifayatul Achyar

Pretest	Posttest	N-Gain
6	15	0.5
7	17	0.588
7	18	0.647
8	16	0.5
8	17	0.562
9	19	0.667
9	20	0.733
10	18	0.571
10	19	0.643
11	21	0.769

Pretest	Posttest	N-Gain
11	22	0.846
12	20	0.667
12	21	0.75
13	23	0.909
13	24	1
14	22	0.8
14	23	0.9
15	24	1
15	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1
16	24	1

Berdasarkan data tersebut diperoleh hasil sebagai berikut.

Statistik	Pretest	Posttest
Jumlah Siswa	30	30
Nilai Terendah	6	15
Nilai Tertinggi	16	24
Rata-rata	12,53	21,67

Rata-rata nilai pretest sebesar 12,53 dari skor maksimum 24 menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis siswa sebelum mengikuti pembelajaran masih berada pada kategori sedang. Setelah mengikuti pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL), rata-rata nilai posttest meningkat menjadi 21,67.

Selain itu, rata-rata N-Gain yang diperoleh sebesar 0,81, yang termasuk dalam kategori tinggi. Hasil tersebut menunjukkan bahwa

200

Tanjung Sari disajikan pada Tabel 4.8.

[illegible]

Pretest	Posttest	N-Gain
17	24	1
17	24	1
17	24	1

Berdasarkan data tersebut diperoleh hasil sebagai berikut.

Statistik	Pretest	Posttest
Jumlah Siswa	34	34
Nilai Terendah	6	14
Nilai Tertinggi	17	24
Rata-rata	13,65	21,44

Rata-rata nilai pretest siswa sebesar 13,65, sedangkan rata-rata nilai posttest meningkat menjadi 21,44. Peningkatan tersebut menunjukkan bahwa setelah mengikuti pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui Project-Based Learning (PjBL), kemampuan representasi matematis siswa mengalami perkembangan yang lebih baik.

Hasil analisis N-Gain menunjukkan rata-rata sebesar 0,79, yang termasuk dalam kategori tinggi. Dengan demikian, pembelajaran yang diterapkan memberikan peningkatan kemampuan representasi matematis yang baik pada siswa MTs Ma'arif Tanjung Sari.

c. Perbandingan Hasil Statistik Kedua Sekolah

Untuk mengetahui gambaran peningkatan kemampuan representasi matematis pada kedua sekolah, dilakukan perbandingan nilai rata-rata pretest, posttest, dan N-Gain sebagaimana disajikan pada Tabel berikut.

Tabel 4. 9 Perbandingan Hasil Statistik Kedua Sekolah

Statistik	MTs Kifayatul Achyar	MTs Ma'arif Tanjung Sari
Jumlah Siswa	30	34
Rata-rata Pretest	12,53	13,65
Rata-rata Posttest	21,67	21,44
Rata-rata N-Gain	0,81	0,79
Kategori N-Gain	Tinggi	Tinggi

Berdasarkan Tabel 4.X diketahui bahwa kedua sekolah mengalami peningkatan kemampuan representasi matematis setelah mengikuti pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui Project-

Based Learning (PjBL). MTs Kifayatul Achyar memperoleh rata-rata N-Gain sebesar 0,81, sedangkan MTs Ma'arif Tanjung Sari memperoleh rata-rata N-Gain sebesar 0,79. Kedua nilai tersebut termasuk dalam kategori tinggi, sehingga dapat disimpulkan bahwa pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) memberikan peningkatan kemampuan representasi matematis yang tinggi pada kedua sekolah.

5. Hasil Statistik Respon Siswa

a. Hasil Respon Siswa MTs Kifayatul Achyar

Tabel 4. 10 Rekapitulasi Hasil Angket Respons Siswa Mts Kifayatul Achyar

No	Indikator	Butir	Skor Diperoleh	Skor Maksimum	Persentase	Kategori
1	Ketertarikan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL	P1	87	120	72,50%	Baik
2	Kemudahan memahami materi kubus dan balok	P2	86	120	71,67%	Baik
3	Kejelasan penyajian materi dalam HLT	P4	91	120	75,83%	Baik
4	Kemudahan mengikuti aktivitas pembelajaran	P5	89	120	74,17%	Baik
5	Pemanfaatan GeoGebra membantu visualisasi konsep	P6	85	120	70,83%	Baik
6	Aktivitas Project-Based	P7	92	120	76,67%	Baik

No	Indikator	Butir	Skor Diperoleh	Skor Maksimum	Persentase	Kategori
	Learning meningkatkan keaktifan belajar					
7	HLT membantu siswa menemukan konsep secara bertahap	P8	89	120	74,17%	Baik
8	Pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi visual	P9	91	120	75,83%	Baik
9	Pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi simbolik	P10	91	120	75,83%	Baik
10	Pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi verbal	P12	95	120	79,17%	Baik
11	Produk mudah digunakan dalam pembelajaran	P13	92	120	76,67%	Baik
12	Kepuasan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT	P15	98	120	81,67%	Sangat Baik
Jumlah		12 Butir	1.086	1.440	75,42%	Baik

Berdasarkan hasil angket respons siswa yang diberikan kepada 30 peserta didik, diperoleh total skor sebesar 1.086 dari skor maksimum 1.440, sehingga diperoleh persentase sebesar 75,42% dengan kategori Baik. Hal tersebut menunjukkan bahwa siswa memberikan tanggapan positif terhadap penggunaan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi kubus dan balok.

Berdasarkan setiap indikator, persentase tertinggi terdapat pada indikator kepuasan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT sebesar 81,67%, yang termasuk kategori Sangat Baik. Hasil ini menunjukkan bahwa sebagian besar siswa merasa puas terhadap proses pembelajaran yang telah dilaksanakan.

Selanjutnya, indikator pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi verbal memperoleh persentase sebesar 79,17%, sedangkan indikator aktivitas Project-Based Learning meningkatkan keaktifan belajar dan produk mudah digunakan dalam pembelajaran masing-masing memperoleh persentase sebesar 76,67%. Hasil tersebut menunjukkan bahwa HLT yang dikembangkan mampu memberikan pengalaman belajar yang menarik serta membantu siswa memahami materi secara bertahap.

Sementara itu, indikator dengan persentase terendah adalah pemanfaatan GeoGebra membantu visualisasi konsep, yaitu sebesar 70,83%. Meskipun demikian, nilai tersebut masih berada pada kategori Baik, sehingga menunjukkan bahwa penggunaan GeoGebra tetap memberikan manfaat bagi siswa dalam mempelajari konsep kubus dan balok.

b. Hasil Respon Siswa MTs Ma'arif Tanjung Sari

Tabel 4. 11 Rekapitulasi Hasil Angket Respons Siswa Mts Ma'arif Tanjung Sari

No	Indikator	Butir	Skor Diperoleh	Skor Maksimum	Persentase	Kategori
1	Ketertarikan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL	P1	103	136	75,74%	Baik
2	Kemudahan memahami materi kubus dan balok	P2	105	136	77,21%	Baik
3	Kejelasan penyajian materi dalam HLT	P4	111	136	81,62%	Sangat Baik

No	Indikator	Butir	Skor Diperoleh	Skor Maksimum	Persentase	Kategori
4	Kemudahan mengikuti aktivitas pembelajaran	P5	107	136	78,68%	Baik
5	Pemanfaatan GeoGebra membantu visualisasi konsep	P6	104	136	76,47%	Baik
6	Aktivitas Project-Based Learning meningkatkan keaktifan belajar	P7	111	136	81,62%	Sangat Baik
7	HLT membantu siswa menemukan konsep secara bertahap	P8	111	136	81,62%	Sangat Baik
8	Pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi visual	P9	106	136	77,94%	Baik
9	Pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi simbolik	P10	108	136	79,41%	Baik
10	Pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi verbal	P12	113	136	83,09%	Sangat Baik
11	Produk mudah digunakan dalam pembelajaran	P13	110	136	80,88%	Sangat Baik
12	Kepuasan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT	P15	115	136	84,56%	Sangat Baik
Jumlah		12 Butir	1.304	1.632	79,90%	Baik

Berdasarkan hasil angket respons yang diberikan kepada 34 siswa, diperoleh total skor sebesar 1.304 dari skor maksimum 1.632, sehingga diperoleh persentase sebesar 79,90% dengan kategori Baik. Hasil tersebut menunjukkan bahwa siswa memberikan tanggapan positif terhadap penggunaan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi kubus dan balok.

Berdasarkan setiap indikator, persentase tertinggi diperoleh pada indikator kepuasan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT, yaitu sebesar 84,56% dengan kategori Sangat Baik. Selain itu, indikator pembelajaran meningkatkan kemampuan representasi verbal memperoleh persentase 83,09%, sedangkan indikator kejelasan penyajian materi dalam HLT, aktivitas *Project-Based Learning* meningkatkan keaktifan belajar, dan HLT membantu siswa menemukan konsep secara bertahap masing-masing memperoleh persentase 81,62% dan termasuk kategori Sangat Baik.

Sementara itu, indikator dengan persentase terendah adalah ketertarikan siswa terhadap pembelajaran menggunakan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL, yaitu sebesar 75,74%. Meskipun demikian, nilai tersebut masih berada pada kategori Baik, sehingga menunjukkan bahwa siswa memberikan respons positif terhadap proses pembelajaran yang telah dilaksanakan.

C. Temuan dan Pembahasan

1. Proses pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) dilaksanakan menggunakan model Four-D (4D) yang terdiri atas tahap *Define*, *Design*, *Develop*, dan *Disseminate*. Pada tahap *Define* dilakukan analisis kebutuhan pembelajaran di MTs Kifayatul Achyar dan MTs Ma'arif Tanjung Sari sebagai dasar penyusunan tujuan pembelajaran, karakteristik

peserta didik, serta indikator kemampuan representasi matematis. Tahap *Design* menghasilkan rancangan awal HLT yang memuat tujuan pembelajaran, aktivitas belajar, dugaan respons siswa, interpretasi respons, antisipasi didaktis, serta integrasi GeoGebra dan sintaks *Project-Based Learning* (PjBL). Selanjutnya, pada tahap *Develop*, produk divalidasi oleh ahli dan direvisi berdasarkan masukan validator sebelum diimplementasikan kepada peserta didik. Tahap *Disseminate* dilakukan melalui penerapan produk pada kedua sekolah.

34 Temuan tersebut menunjukkan bahwa model Four-D menghasilkan perangkat pembelajaran yang sistematis dan sesuai dengan kebutuhan pembelajaran matematika. Hasil ini sejalan dengan penelitian Nuraini et al. (2024) yang mengembangkan HLT berbantuan Prezi dan GeoGebra. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa HLT mampu menjadi dasar dalam merancang lintasan belajar yang sesuai dengan karakteristik peserta didik dan membantu visualisasi konsep geometri. Temuan ini juga konsisten dengan penelitian Wahid Yunianto et al. (2024) yang menyatakan bahwa HLT dalam lingkungan GeoGebra membantu guru memprediksi respons, kesulitan, dan kemungkinan kesalahan siswa sehingga lintasan pembelajaran dapat disempurnakan berdasarkan respons aktual peserta didik.

64 Temuan penelitian ini juga mendukung hasil penelitian Susilawati dan Sugilar (2021) yang menjelaskan bahwa pengembangan pembelajaran berbasis *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK) perlu memadukan penguasaan materi, strategi pembelajaran, dan teknologi secara seimbang agar menghasilkan pembelajaran yang efektif. Integrasi GeoGebra dalam HLT pada penelitian ini merupakan implementasi nyata dari kerangka TPACK karena teknologi digunakan untuk mendukung

pencapaian tujuan pembelajaran, bukan sekadar sebagai media presentasi.

Secara teoretis, hasil penelitian ini sesuai dengan konsep *Hypothetical Learning Trajectory* yang menyatakan bahwa HLT merupakan lintasan belajar hipotetis yang terdiri atas tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dan dugaan perkembangan berpikir peserta didik. Ketiga komponen tersebut menjadi dasar bagi guru dalam merancang pembelajaran yang adaptif terhadap perkembangan pemahaman siswa.

2. Kelayakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs

Berdasarkan hasil validasi ahli, HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) memperoleh kategori sangat layak. Penilaian tersebut mencakup aspek tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dugaan proses berpikir siswa, integrasi GeoGebra, integrasi *Project-Based Learning* (PjBL), kemampuan representasi matematis, dan kelayakan pelaksanaan. Selain itu, hasil angket respons siswa menunjukkan kategori baik, yang mengindikasikan bahwa produk mudah digunakan, menarik, dan membantu siswa memahami materi bangun ruang.

Temuan ini sejalan dengan penelitian Sugilar et al. (2025) yang mengembangkan e-modul interaktif berbasis pendekatan representasi matematis. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa produk yang dikembangkan memperoleh kategori sangat valid, praktis, dan efektif, sehingga layak digunakan dalam pembelajaran matematika.

Selain itu, penelitian Susilawati et al. (2024) menunjukkan bahwa pembelajaran matematika berbantuan GeoGebra mampu meningkatkan kualitas pembelajaran karena membantu peserta didik

memvisualisasikan konsep matematika secara lebih konkret. Temuan tersebut memperkuat hasil penelitian ini bahwa integrasi GeoGebra dalam HLT memberikan kontribusi terhadap kelayakan produk yang dikembangkan.

Hasil penelitian ini juga konsisten dengan penelitian Carballo et al. (2022) yang menyatakan bahwa HLT berbantuan GeoGebra mampu mengembangkan pemahaman konsep melalui representasi dinamis. Demikian pula, Kandaga et al. (2025) menegaskan bahwa penggunaan GeoGebra dalam HLT perlu dirancang secara sistematis agar teknologi benar-benar mendukung proses berpikir matematis siswa.

Secara teoritis, hasil tersebut menunjukkan bahwa HLT yang dikembangkan telah memenuhi karakteristik lintasan belajar yang memadukan tujuan pembelajaran, aktivitas belajar, dan dugaan perkembangan berpikir siswa. Selain itu, implementasi *Project-Based Learning* juga telah memenuhi prinsip *centrality*, *driving question*, *constructive investigation*, *autonomy*, dan *realism* sebagaimana dikemukakan oleh Thomas (2003).

3. Peningkatan kemampuan representasi matematis siswa setelah menggunakan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) mampu meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Hal tersebut ditunjukkan oleh peningkatan rata-rata nilai pretest menjadi posttest pada kedua sekolah serta nilai N-Gain yang berada pada kategori tinggi. Peningkatan tersebut menunjukkan bahwa lintasan belajar yang dirancang secara sistematis mampu membantu siswa membangun pemahaman konsep melalui representasi visual, simbolik, dan verbal.

Temuan ini sejalan dengan penelitian Rahmania (2023) yang menunjukkan bahwa siswa yang belajar menggunakan Project-Based Learning memiliki kemampuan representasi matematis yang lebih baik dibandingkan siswa yang mengikuti pembelajaran konvensional. Hasil serupa juga ditemukan oleh Sari (2024) yang menyimpulkan bahwa peningkatan kemampuan representasi matematis siswa pada kelas Project-Based Learning lebih tinggi dibandingkan kelas konvensional.

Selanjutnya, penelitian Ambar et al. (2021) menunjukkan bahwa penerapan *Hypothetical Learning Trajectory* memberikan pengaruh positif terhadap kemampuan representasi matematis siswa. Kajian sistematis oleh Yunita et al. (2021) juga menyimpulkan bahwa Project-Based Learning efektif meningkatkan berbagai kemampuan matematis apabila pembelajaran dirancang dengan aktivitas yang terstruktur dan berpusat pada peserta didik.

Temuan penelitian ini juga memperkuat hasil penelitian Sugilar et al. (2025) yang menunjukkan bahwa perangkat pembelajaran berbasis representasi matematis mampu meningkatkan kemampuan siswa dalam mengubah informasi ke dalam bentuk visual, simbolik, maupun verbal. Di sisi lain, penelitian Susilawati et al. (2024) menunjukkan bahwa penggunaan GeoGebra membantu peserta didik membangun koneksi matematis melalui visualisasi yang dinamis sehingga konsep yang bersifat abstrak menjadi lebih mudah dipahami.

Secara teoritis, hasil penelitian ini sesuai dengan konsep kemampuan representasi matematis yang menekankan kemampuan siswa untuk menyajikan, menghubungkan, menggunakan, dan mentransformasikan berbagai bentuk representasi dalam memahami konsep maupun menyelesaikan masalah matematika. Pembelajaran yang memberi kesempatan kepada siswa untuk menggunakan representasi visual, simbolik, dan verbal secara terpadu akan

memperkuat pemahaman konseptual serta meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.

Dengan demikian, penelitian ini memberikan kontribusi pada pengembangan pembelajaran matematika melalui integrasi *Hypothetical Learning Trajectory*, GeoGebra, dan *Project-Based Learning* dalam satu perangkat pembelajaran. Integrasi tersebut tidak hanya menghasilkan produk yang valid dan praktis, tetapi juga efektif dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa pada materi bangun ruang.

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs, dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Proses pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) dilaksanakan menggunakan model pengembangan Four-D (4D) yang meliputi tahap *Define*, *Design*, *Develop*, dan *Disseminate*. Pada tahap *Define* dilakukan analisis kebutuhan pembelajaran berdasarkan

hasil studi pendahuluan di MTs Kifayatul Achyar dan MTs Ma'arif Tanjung Sari. Tahap *Design* menghasilkan rancangan HLT yang memuat tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, interpretasi dugaan respons, antisipasi didaktis, serta integrasi GeoGebra dan sintaks *Project-Based Learning* (PjBL). Tahap *Develop* dilakukan melalui validasi ahli dan revisi produk berdasarkan saran validator, sedangkan tahap *Disseminate* dilakukan melalui implementasi produk pada pembelajaran matematika di kedua sekolah.

2. *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) yang dikembangkan dinyatakan layak digunakan sebagai perangkat pembelajaran. Kelayakan produk dibuktikan melalui hasil validasi oleh ahli yang menunjukkan kategori Sangat Layak pada aspek tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, dugaan proses berpikir siswa, integrasi GeoGebra, integrasi *Project-Based Learning* (PjBL), kemampuan representasi matematis, dan kelayakan pelaksanaan. Selain itu, hasil angket respons siswa menunjukkan kategori Baik, yang menunjukkan bahwa produk diterima dengan baik oleh siswa dan membantu proses pembelajaran matematika pada materi bangun ruang.
3. Penggunaan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) mampu meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Hal tersebut ditunjukkan oleh peningkatan nilai rata-rata pretest menjadi posttest pada kedua sekolah. Di MTs Kifayatul Achyar diperoleh rata-rata N-Gain sebesar 0,81 dengan kategori tinggi, sedangkan di MTs Ma'arif Tanjung Sari diperoleh rata-rata N-Gain sebesar 0,79 dengan kategori tinggi. Hasil tersebut menunjukkan bahwa HLT yang dikembangkan efektif dalam membantu siswa mengembangkan kemampuan representasi matematis melalui representasi visual, simbolik, dan verbal pada materi bangun ruang.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, peneliti memberikan beberapa saran sebagai berikut.

1. Bagi guru matematika, HLT berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) dapat dijadikan sebagai salah satu alternatif perangkat pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa, khususnya pada materi bangun ruang. Guru juga disarankan untuk memanfaatkan GeoGebra secara optimal agar siswa memperoleh pengalaman belajar yang lebih interaktif dan bermakna.
2. Bagi siswa, diharapkan dapat memanfaatkan GeoGebra sebagai media belajar mandiri untuk mengeksplorasi konsep-konsep geometri sehingga kemampuan representasi matematis, pemahaman konsep, dan keterampilan pemecahan masalah dapat berkembang dengan lebih baik.
3. Bagi sekolah, hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai salah satu referensi dalam mendukung implementasi pembelajaran berbasis teknologi serta mendorong guru untuk mengembangkan perangkat pembelajaran inovatif yang sesuai dengan karakteristik peserta didik.
4. Bagi peneliti selanjutnya, disarankan untuk mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi matematika lainnya, melibatkan jumlah sampel yang lebih besar, serta menguji efektivitas produk melalui desain penelitian eksperimen agar diperoleh bukti empiris yang lebih luas mengenai pengaruhnya terhadap berbagai kemampuan matematis, seperti kemampuan pemecahan masalah, komunikasi matematis, penalaran matematis, maupun berpikir kreatif.

