

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu bidang ilmu yang memiliki peran penting dalam pendidikan. Pembelajaran matematika tidak hanya bertujuan agar siswa mampu melakukan perhitungan dan menggunakan rumus, tetapi juga mengembangkan kemampuan memahami, menyajikan, dan mengomunikasikan ide matematis. Kemampuan tersebut diperlukan agar siswa dapat menggunakan pengetahuan matematika dalam memahami dan menyelesaikan berbagai permasalahan. Salah satu kemampuan yang mendukung proses tersebut adalah kemampuan representasi matematis (Tupamahu *et al.*, 2023).

Kemampuan representasi matematis berkaitan dengan kemampuan siswa dalam menyajikan ide, konsep, dan permasalahan matematika ke dalam berbagai bentuk. Representasi tersebut dapat berupa gambar atau bentuk visual, simbol dan ekspresi matematis, serta penjelasan verbal atau tertulis. Melalui representasi, siswa dapat menyajikan informasi yang terdapat dalam suatu masalah, membangun hubungan antarkonsep, dan mengomunikasikan proses penyelesaian yang digunakan (Tupamahu *et al.*, 2023; Astuti, 2025).

Dalam penelitian ini, kemampuan representasi matematis difokuskan pada tiga bentuk, yaitu representasi visual, simbolik, dan verbal. Representasi visual berkaitan dengan kemampuan menyajikan ide matematika melalui gambar, diagram, atau model. Representasi simbolik berkaitan dengan penggunaan simbol, persamaan, dan ekspresi matematis. Adapun representasi verbal berkaitan dengan kemampuan menjelaskan ide dan proses penyelesaian melalui kata-kata atau tulisan. Ketiga bentuk representasi tersebut saling berkaitan dalam proses memahami dan menyelesaikan masalah matematika (Novitasari *et al.*, 2021).

Kemampuan representasi matematis perlu mendapat perhatian karena siswa tidak selalu mampu menggunakan dan menghubungkan berbagai bentuk representasi secara tepat. Siswa dapat mengalami kesulitan ketika harus mengubah

suatu permasalahan ke dalam gambar atau model matematika, menggunakan simbol yang sesuai, maupun menjelaskan kembali proses penyelesaian yang telah dilakukan. Kajian mengenai kemampuan representasi matematis juga menunjukkan perlunya inovasi dalam strategi, media, dan teknologi pembelajaran untuk mendukung perkembangan kemampuan tersebut (Putra *et al.*, 2023).

Permasalahan representasi matematis memiliki keterkaitan yang kuat dengan pembelajaran geometri, khususnya materi bangun ruang. Materi bangun ruang menuntut siswa untuk memahami objek tiga dimensi dan menyajikannya melalui berbagai bentuk representasi. Siswa perlu menghubungkan objek geometris dengan gambar, model, simbol, ukuran, serta prosedur matematis. Oleh karena itu, pembelajaran bangun ruang tidak hanya berkaitan dengan kemampuan menggunakan rumus, tetapi juga dengan kemampuan siswa dalam memahami dan menghubungkan berbagai bentuk representasi (Ng *et al.*, 2020; Žakelj & Klančar, 2022).

Pada materi bangun ruang, siswa dapat mengenali suatu objek dalam kehidupan sehari-hari, tetapi belum tentu mampu menyajikannya ke dalam bentuk gambar atau model matematika yang tepat. Siswa juga dapat menghafal rumus luas permukaan dan volume, tetapi belum tentu mampu menjelaskan hubungan antara rumus tersebut dan bentuk geometris yang dipelajari. Sebaliknya, siswa mungkin dapat mengamati gambar bangun ruang, tetapi mengalami kesulitan mengubah informasi yang tersedia menjadi simbol atau model matematis. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa kemampuan representasi memiliki peran penting dalam membantu siswa memahami materi bangun ruang (Ng *et al.*, 2020; Novitasari *et al.*, 2021; Žakelj & Klančar, 2022).

Berdasarkan pengamatan awal yang dilakukan penulis, kemampuan representasi matematis siswa masih belum memadai. Hal tersebut terlihat dari kesulitan siswa dalam mengubah masalah kontekstual ke dalam model matematika yang sesuai maupun menghubungkan kembali model matematika dengan situasi yang diberikan. Kondisi ini menunjukkan bahwa sebagian siswa belum mampu menggunakan representasi matematis secara tepat dalam memahami dan menyelesaikan masalah.

Hasil studi pendahuluan melalui wawancara dengan guru matematika di MTs Kifayatul Achyar dan MTs M'arif Tanjung Sari menunjukkan bahwa guru telah menerapkan beberapa metode pembelajaran, seperti diskusi, tanya jawab, dan ceramah. Dalam pelaksanaannya, guru memberikan penjelasan mengenai materi yang dipelajari, membagi siswa ke dalam kelompok untuk berdiskusi, meminta siswa mempresentasikan hasil diskusi, serta melakukan evaluasi bersama siswa. Upaya tersebut menunjukkan bahwa guru telah berusaha melibatkan siswa dalam proses pembelajaran.

Namun, hasil belajar siswa masih belum sepenuhnya sesuai dengan yang diharapkan. Berdasarkan informasi dari guru, masih terdapat siswa yang memperoleh nilai ulangan harian di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yang ditetapkan sekolah, yaitu 70. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa penerapan berbagai metode pembelajaran belum sepenuhnya mampu membantu seluruh siswa mencapai hasil belajar yang diharapkan. Selain hasil belajar yang masih rendah, guru juga menyampaikan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menggambarkan bangun ruang, mengubah soal cerita ke model matematika, serta menjelaskan penyelesaian secara tertulis. Kesulitan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan representasi matematis siswa masih perlu dikembangkan.

Hasil pengamatan awal juga menunjukkan bahwa proses pembelajaran masih memerlukan kegiatan yang memberikan kesempatan lebih luas kepada siswa untuk membangun dan menyajikan pemahamannya sendiri. Siswa perlu dilibatkan dalam aktivitas yang mendorong mereka untuk mengubah masalah ke dalam gambar atau model, menggunakan simbol dan ekspresi matematis, serta menjelaskan proses penyelesaian yang dilakukan. Dengan demikian, pembelajaran tidak hanya berfokus pada penyampaian materi dan hasil akhir, tetapi juga pada proses perkembangan pemikiran siswa.

Permasalahan tersebut menunjukkan perlunya suatu desain pembelajaran yang mempertimbangkan bagaimana proses belajar siswa berkembang. Setiap siswa dapat memberikan respons, menggunakan strategi, dan mengalami kesulitan yang berbeda selama pembelajaran. Oleh karena itu, guru perlu memiliki dugaan

mengenai kemungkinan proses belajar siswa agar aktivitas pembelajaran dapat dirancang secara lebih terarah (Ekwue *et al.*, 2024; Muin & Fatma, 2021).

Salah satu kerangka yang dapat digunakan untuk merancang proses tersebut adalah *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). HLT menggambarkan dugaan perkembangan proses belajar siswa melalui serangkaian aktivitas untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditentukan. Melalui HLT, guru dapat memperkirakan kemungkinan respons, strategi, dan kesulitan siswa sehingga dapat menyiapkan tindakan pembelajaran yang sesuai (Ekwue *et al.*, 2024; Muin & Fatma, 2021).

HLT relevan digunakan dalam pembelajaran bangun ruang karena siswa dapat menempuh cara yang berbeda dalam memahami dan menyelesaikan masalah geometri. Sebagian siswa mungkin memulai dengan membuat gambar atau sketsa, sedangkan siswa lain menggunakan model, simbol, atau perhitungan. Perbedaan tersebut perlu dipertimbangkan dalam perancangan pembelajaran agar siswa memperoleh kesempatan untuk mengembangkan representasi visual, simbolik, dan verbal secara bertahap (Ekwue *et al.*, 2024; Yuliardi & Rosjanuardi, 2021).

Pengembangan HLT dapat didukung oleh penggunaan teknologi yang sesuai dengan karakteristik materi. Salah satu teknologi yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika adalah GeoGebra. Penggunaan GeoGebra dapat mendukung eksplorasi dan visualisasi konsep matematika secara dinamis, termasuk dalam pembelajaran geometri (Dahal *et al.*, 2022; Zhang *et al.*, 2023).

Pada materi bangun ruang, penggunaan GeoGebra berpotensi membantu siswa mengamati objek geometri secara lebih jelas dan dinamis. Siswa dapat mengeksplorasi bentuk, ukuran, dan hubungan antarunsur bangun ruang melalui tampilan visual. Dukungan visual tersebut dapat membantu siswa menghubungkan objek geometris dengan gambar, simbol, dan informasi matematis yang digunakan dalam penyelesaian masalah (Kholid *et al.*, 2022; Zhang *et al.*, 2023).

Penggunaan GeoGebra dalam penelitian ini tidak dimaksudkan hanya sebagai alat untuk menampilkan gambar atau memperoleh jawaban. GeoGebra ditempatkan sebagai alat bantu eksplorasi dalam lintasan belajar agar siswa dapat mengamati, mencoba, dan membangun hubungan antara representasi visual dan representasi

matematis lainnya. Penggunaan teknologi yang terarah diperlukan agar proses pembelajaran tetap berpusat pada perkembangan pemikiran matematis siswa (Dahal *et al.*, 2022; Yohannes & Chen, 2021).

Selain memerlukan lintasan belajar dan teknologi pendukung, pembelajaran juga perlu memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggunakan konsep matematika melalui aktivitas yang bermakna. Salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan adalah *Project-Based Learning* (PjBL). Melalui pembelajaran berbasis proyek, siswa terlibat dalam proses perencanaan, penyelesaian masalah, pembuatan produk, dan penyajian hasil pembelajaran (Kholid *et al.*, 2022; Lainufar *et al.*, 2021).

PjBL memiliki kesesuaian dengan materi bangun ruang karena siswa dapat terlibat dalam proyek yang berkaitan dengan bentuk, ukuran, luas permukaan, dan volume. Dalam pelaksanaan proyek, siswa dapat membuat desain atau model, menentukan ukuran, melakukan perhitungan, menjelaskan keputusan yang diambil, dan menyajikan hasil. Aktivitas tersebut memberikan kesempatan kepada siswa untuk menggunakan representasi visual, simbolik, dan verbal dalam satu rangkaian pembelajaran (Kholid *et al.*, 2022; Septian *et al.*, 2020).

Integrasi PjBL dan GeoGebra dapat memberikan dukungan terhadap pembelajaran geometri yang memerlukan visualisasi dan ilustrasi yang akurat (Kholid *et al.*, 2022). Selain itu, PjBL berbantuan GeoGebra juga memiliki potensi dalam mendukung kemampuan representasi matematis (Septian *et al.*, 2020). Temuan tersebut memberikan dasar bahwa aktivitas proyek dan teknologi dinamis dapat digunakan untuk membantu siswa membangun serta menyajikan ide matematika.

Berdasarkan uraian tersebut, permasalahan penelitian berawal dari kemampuan representasi matematis siswa yang masih perlu dikembangkan, khususnya dalam mengubah masalah ke dalam model matematika dan menghubungkan berbagai bentuk representasi. Kondisi tersebut diperkuat oleh hasil studi pendahuluan di MTs Kifayatul Achyar yang menunjukkan masih adanya siswa dengan hasil belajar di bawah KKM serta perlunya aktivitas pembelajaran yang memberikan ruang lebih luas bagi siswa untuk membangun pemahamannya.

Berdasarkan kajian terhadap penelitian terdahulu dalam lima tahun terakhir, masih terdapat sejumlah keterbatasan yang menunjukkan adanya ruang untuk pengembangan penelitian lebih lanjut. Penelitian mengenai *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) pada pembelajaran geometri telah dikembangkan untuk mendukung pemahaman konsep dan kemampuan spasial siswa, tetapi belum banyak yang secara khusus menempatkan kemampuan representasi matematis sebagai tujuan utama lintasan belajar. Yuliardi dan Rosjanuardi (2021), misalnya, mengembangkan HLT pada transformasi geometri dengan menekankan hubungan antara konsepsi spasial dan kemampuan spasial siswa, sedangkan Aditya *et al.* (2022) mengembangkan HLT berbantuan GeoGebra 3D pada materi jarak dimensi tiga dalam pendekatan STEM. Kedua penelitian tersebut menunjukkan potensi HLT dan teknologi dinamis dalam pembelajaran geometri, tetapi belum mengarahkan lintasan belajar secara spesifik pada perkembangan representasi visual, simbolik, dan verbal siswa.

Keterbatasan lainnya terlihat pada penelitian yang mengintegrasikan GeoGebra dengan *Project-Based Learning* (PjBL). Kholid *et al.* (2022) menunjukkan bahwa integrasi GeoGebra dalam PjBL dapat mendukung pembelajaran geometri melalui aktivitas proyek dan menghasilkan capaian yang lebih baik dibandingkan PjBL tanpa GeoGebra pada konteks tertentu. Namun, penelitian tersebut dilakukan pada calon guru matematika dan belum menggunakan HLT sebagai kerangka untuk merancang serta memprediksi perkembangan proses belajar siswa. Dengan demikian, integrasi GeoGebra dan PjBL yang berorientasi pada lintasan belajar siswa sekolah menengah masih memerlukan pengembangan lebih lanjut.

Pada aspek kemampuan representasi matematis, penelitian Ilma dan Turmudi (2021) menunjukkan bahwa PjBL berbantuan GeoGebra dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis. Akan tetapi, penelitian tersebut menggunakan pendekatan kuasi-eksperimental sehingga lebih menekankan perbandingan peningkatan kemampuan antarkelompok daripada mengembangkan lintasan aktivitas yang menjelaskan bagaimana siswa membangun, menghubungkan, dan mengembangkan representasi matematis selama pembelajaran. Selain itu, penelitian tersebut dilakukan pada materi integral di jenjang SMA, sehingga

karakteristik pembelajaran dan kebutuhan siswa berbeda dengan siswa kelas VIII MTs yang mempelajari materi bangun ruang.

Pada materi bangun ruang, penelitian HLT berbantuan GeoGebra telah dikembangkan, antara lain pada materi kerucut. Amahsyah *et al.* (2025) menghasilkan HLT yang memanfaatkan GeoGebra untuk mendukung aktivitas mengenali kerucut, menemukan luas permukaan melalui jaring-jaring, memahami volume, dan menyelesaikan masalah kontekstual. Meskipun demikian, lintasan tersebut menggunakan pendekatan PMRI dan belum mengintegrasikan PjBL sebagai model pengorganisasian aktivitas proyek serta belum secara khusus mengarahkan setiap aktivitas pada indikator kemampuan representasi matematis. Demikian pula, penelitian mengenai penggunaan GeoGebra pada materi bangun ruang sisi datar menunjukkan efektivitas GeoGebra dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis, tetapi penelitian tersebut menggunakan desain eksperimen sehingga belum menghasilkan HLT yang memuat prediksi respons, kesulitan, dan strategi siswa pada setiap tahapan pembelajaran.

Selain itu, penelitian tentang lintasan belajar pada bangun ruang dengan model pembelajaran aktif masih lebih banyak diarahkan pada pemahaman konsep. Penelitian HLT dengan pendekatan PBL pada materi bangun ruang, misalnya, berfokus pada desain aktivitas pembelajaran dan kemampuan pemahaman konsep siswa. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa pengembangan lintasan belajar yang secara eksplisit mengarahkan siswa untuk berpindah dan menghubungkan representasi visual, simbolik, dan verbal masih belum banyak dilakukan.

Dengan demikian, dapat diidentifikasi sedikitnya beberapa kesenjangan penelitian, yaitu: (1) keterbatasan HLT yang berorientasi khusus pada kemampuan representasi matematis; (2) terbatasnya integrasi HLT dengan PjBL; (3) penggunaan GeoGebra yang masih lebih sering diposisikan sebagai media daripada sebagai bagian integral dari lintasan belajar; (4) dominannya penelitian yang menguji efektivitas pembelajaran dibandingkan penelitian yang mengembangkan dan merevisi lintasan belajar berdasarkan respons siswa; (5) keterbatasan penelitian pada jenjang SMP/MTs, khususnya kelas VIII; (6) keterbatasan pengembangan HLT pada materi bangun ruang yang mengintegrasikan aktivitas proyek; (7) belum

optimalnya perancangan aktivitas yang secara sistematis menghubungkan representasi visual, simbolik, dan verbal; (8) belum terpetakannya secara eksplisit kemungkinan respons dan kesulitan siswa dalam membangun representasi matematis pada setiap tahapan pembelajaran; (9) belum banyaknya penelitian yang mengintegrasikan eksplorasi dinamis GeoGebra dengan aktivitas proyek untuk membangun representasi matematis; dan (10) belum ditemukan penelitian yang secara komprehensif memadukan HLT, GeoGebra, PjBL, kemampuan representasi matematis, dan materi bangun ruang pada siswa kelas VIII MTs dalam satu desain pembelajaran.

Berdasarkan kesenjangan tersebut, diperlukan penelitian yang tidak hanya menguji pengaruh penggunaan GeoGebra atau PjBL terhadap kemampuan representasi matematis, tetapi juga menghasilkan lintasan belajar yang dapat menggambarkan hubungan antara tujuan pembelajaran, aktivitas proyek, penggunaan GeoGebra, prediksi respons siswa, kemungkinan kesulitan, serta perkembangan berbagai bentuk representasi matematis. Oleh karena itu, penelitian ini diarahkan pada pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa kelas VIII MTs pada materi bangun ruang.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana desain pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs menggunakan model 4D (Define, Design, Develop, Disseminate)?
2. Bagaimana hasil validasi ahli (ahli materi, ahli IT, dan ahli bahasa) terhadap pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs?

3. Apakah terdapat keefektifan dari pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs?
4. Bagaimana kepraktisan dari pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah ditetapkan, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan desain pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs menggunakan model 4D (*Define, Design, Develop, Disseminate*).
2. Mengetahui hasil validasi ahli (ahli materi, ahli IT, dan ahli bahasa) terhadap kualitas produk *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs.
3. Menguji tingkat keefektifan dari pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs.
4. Mendiskripsikan tingkat kepraktisan dari pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) pada materi bangun ruang untuk siswa kelas VIII MTs.

D. Manfaat Hasil Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat secara teoretis dan praktis sebagai berikut.

1. Manfaat Teoretis

Secara teoretis, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pengembangan pembelajaran matematika, khususnya dalam pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). Selain itu, hasil penelitian ini diharapkan

dapat menambah referensi mengenai upaya meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa pada materi bangun ruang.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Siswa

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan pengalaman belajar yang membantu siswa memahami materi bangun ruang melalui kegiatan proyek dan penggunaan GeoGebra. Selain itu, pembelajaran yang dikembangkan diharapkan dapat membantu siswa meningkatkan kemampuan representasi visual, simbolik, dan verbal dalam menyelesaikan masalah matematika.

b. Bagi Guru

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi alternatif dalam merancang pembelajaran matematika melalui HLT berbantuan GeoGebra dan PjBL. HLT yang dikembangkan juga diharapkan dapat membantu guru memperkirakan respons dan kesulitan siswa serta menentukan tindakan pembelajaran yang sesuai.

c. Bagi Sekolah

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan pertimbangan dalam mendukung pelaksanaan pembelajaran matematika yang memanfaatkan teknologi dan aktivitas berbasis proyek untuk meningkatkan kualitas pembelajaran.

d. Bagi Peneliti Selanjutnya

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan pengembangan HLT, penggunaan GeoGebra, penerapan PjBL, kemampuan representasi matematis, atau pembelajaran bangun ruang pada konteks yang berbeda.

E. Spesifikasi

Produk yang dikembangkan dalam penelitian ini berupa *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL) untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa kelas VIII MTs pada materi bangun ruang. Spesifikasi produk yang dikembangkan adalah sebagai berikut.

1. HLT dikembangkan untuk pembelajaran matematika pada materi bangun ruang kelas VIII MTs.
2. HLT memuat tujuan pembelajaran yang disusun sesuai dengan kompetensi yang harus dicapai siswa pada materi bangun ruang.
3. HLT disusun dalam bentuk lintasan belajar yang memuat rangkaian aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, kemungkinan kesulitan yang dialami siswa, dan antisipasi yang dapat dilakukan guru selama proses pembelajaran.
4. Aktivitas pembelajaran dalam HLT disusun berdasarkan tahapan *Project-Based Learning* (PjBL), mulai dari penentuan permasalahan atau proyek, perencanaan kegiatan, pelaksanaan dan penyelesaian proyek, penyajian hasil, hingga evaluasi proses dan hasil pembelajaran.
5. GeoGebra digunakan sebagai alat bantu eksplorasi dan visualisasi dalam kegiatan pembelajaran. Penggunaannya diarahkan untuk membantu siswa mengamati, membangun, dan memahami objek bangun ruang secara dinamis serta menghubungkannya dengan informasi matematis.
6. Aktivitas dalam HLT dirancang untuk memfasilitasi kemampuan representasi matematis yang meliputi representasi visual, simbolik, dan verbal. Representasi visual berkaitan dengan penggunaan gambar, diagram, atau model; representasi simbolik berkaitan dengan penggunaan simbol, persamaan, dan ekspresi matematis; sedangkan representasi verbal berkaitan dengan kemampuan menjelaskan ide dan proses penyelesaian melalui kata-kata atau tulisan.
7. HLT dikembangkan dengan mempertimbangkan kemungkinan respons dan kesulitan siswa selama proses pembelajaran. Dugaan tersebut digunakan sebagai dasar untuk menyiapkan antisipasi pembelajaran yang dapat dilakukan guru.
8. HLT yang dikembangkan melalui proses penilaian kelayakan sebelum digunakan dalam pembelajaran. Penilaian tersebut dilakukan untuk mengetahui kesesuaian isi, aktivitas pembelajaran, penggunaan GeoGebra, penerapan PjBL, dan keterkaitannya dengan kemampuan representasi matematis.

9. HLT yang telah dinilai dan diperbaiki selanjutnya digunakan dalam proses pembelajaran untuk mengetahui pelaksanaannya serta peningkatan kemampuan representasi matematis siswa.

F. Batasan

Agar penelitian lebih terarah dan tidak meluas dari tujuan yang telah ditetapkan, penelitian ini dibatasi pada beberapa aspek sebagai berikut.

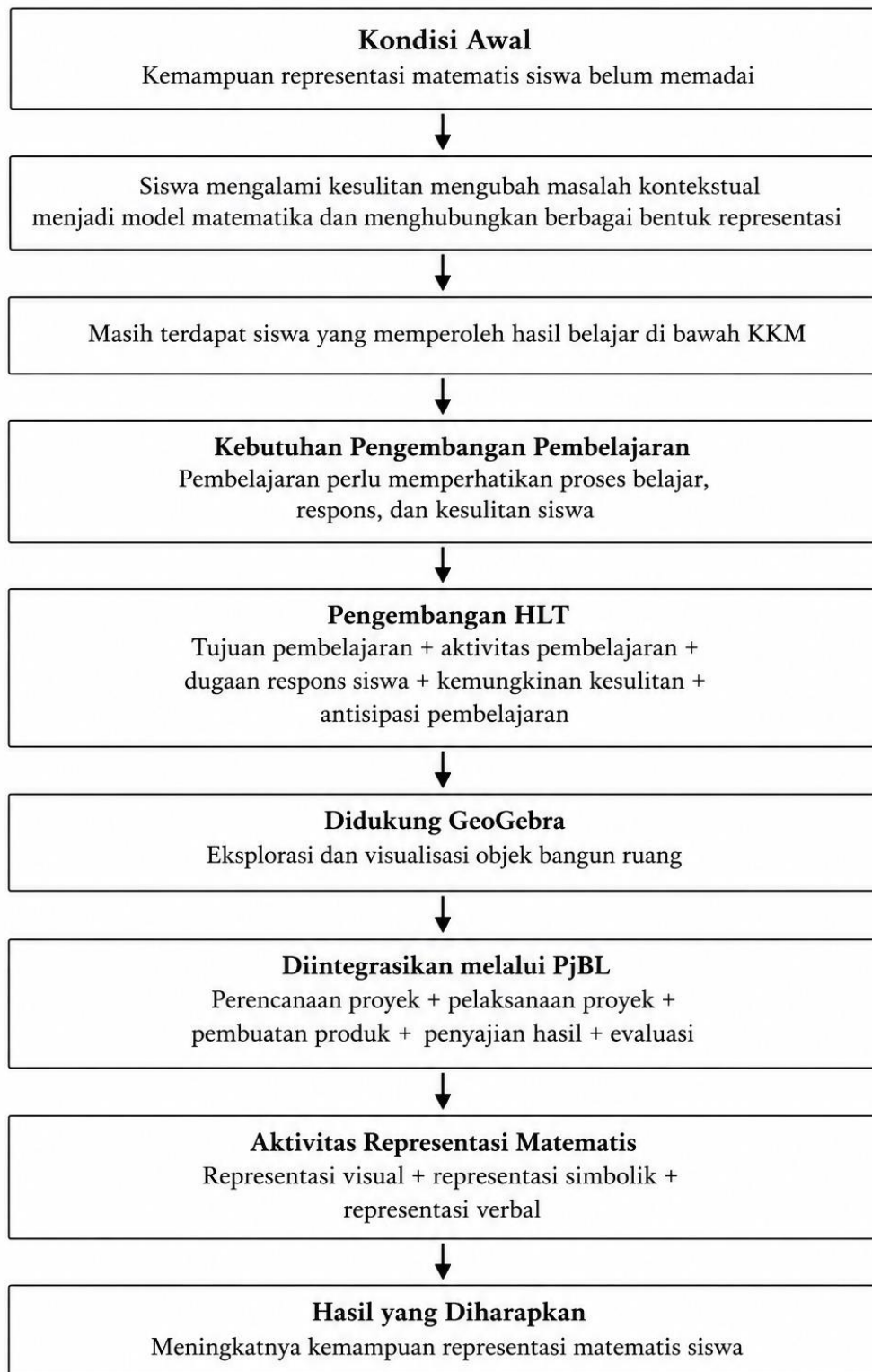
1. Penelitian difokuskan pada pengembangan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL).
2. Subjek penelitian adalah siswa kelas VIII MTs Kifayatul Achyar.
3. Materi yang digunakan dalam penelitian dibatasi pada materi bangun ruang yang dipelajari di kelas VIII MTs.
4. HLT yang dikembangkan memuat tujuan pembelajaran, rangkaian aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, kemungkinan kesulitan siswa, dan antisipasi pembelajaran.
5. Aktivitas pembelajaran dalam HLT disusun berdasarkan tahapan *Project-Based Learning* (PjBL) dan dilaksanakan melalui kegiatan berbasis proyek.
6. Penggunaan GeoGebra dibatasi sebagai alat bantu eksplorasi dan visualisasi objek bangun ruang dalam mendukung aktivitas pembelajaran.
7. Kemampuan matematis yang diteliti dibatasi pada kemampuan representasi matematis yang meliputi representasi visual, simbolik, dan verbal.
8. Penilaian terhadap HLT yang dikembangkan dibatasi pada aspek kelayakan produk sesuai dengan instrumen penilaian yang digunakan dalam penelitian.
9. Peningkatan kemampuan representasi matematis siswa ditinjau dari hasil tes yang diberikan sebelum dan setelah penerapan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL.

G. Kerangka Berpikir

Kemampuan representasi matematis merupakan kemampuan penting dalam pembelajaran bangun ruang karena siswa perlu menyajikan dan menghubungkan ide matematika melalui representasi visual, simbolik, dan verbal. Berdasarkan hasil studi pendahuluan, kemampuan representasi matematis siswa masih belum memadai. Siswa mengalami kesulitan mengubah masalah kontekstual menjadi

model matematika serta menghubungkan berbagai bentuk representasi. Selain itu, masih terdapat siswa yang memperoleh hasil belajar di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM). Kondisi tersebut menunjukkan perlunya pengembangan pembelajaran yang memperhatikan proses belajar, respons, dan kesulitan siswa serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun berbagai bentuk representasi matematis.

Sebagai upaya untuk mengatasi permasalahan tersebut, penelitian ini mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbantuan GeoGebra melalui *Project-Based Learning* (PjBL). HLT digunakan untuk menyusun lintasan belajar yang memuat tujuan dan aktivitas pembelajaran, dugaan respons siswa, kemungkinan kesulitan, serta antisipasi pembelajaran. GeoGebra digunakan untuk mendukung eksplorasi dan visualisasi objek bangun ruang, sedangkan PjBL mengorganisasikan pembelajaran melalui kegiatan proyek. Integrasi ketiga komponen tersebut diharapkan memberikan kesempatan kepada siswa untuk membangun representasi visual melalui gambar atau model, representasi simbolik melalui simbol dan ekspresi matematis, serta representasi verbal melalui penjelasan ide dan proses penyelesaian. Dengan demikian, pengembangan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL diharapkan dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa pada materi bangun ruang.



Gambar 1. 1 Kerangka Berpikir

I. Penelitian Terdahulu

Penelitian terdahulu merupakan bagian penting dalam penelitian ini karena memberikan landasan empiris untuk mengidentifikasi perkembangan kajian, persamaan dan perbedaan penelitian, serta kesenjangan yang masih belum terjawab. Secara lebih rinci, hasil kajian terhadap penelitian terdahulu disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1. 1 Penelitian Terdahulu

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Dhilla Rahmania	2023	<i>Pengaruh Penerapan Model Pembelajaran Project Based Learning (PjBL) terhadap Kemampuan Representasi Matematis Berdasarkan Gaya Belajar Siswa</i>	Terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis antara siswa yang belajar menggunakan model PjBL dan siswa yang mengikuti pembelajaran konvensional. Selain itu, terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis berdasarkan gaya belajar visual, auditori, dan kinestetik, tetapi tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dan gaya belajar terhadap kemampuan representasi matematis siswa.
Desta Amelia Sari	2024	<i>Pengaruh Model Project Based Learning terhadap Kemampuan</i>	Kemampuan representasi matematis siswa yang mengikuti model PjBL mengalami peningkatan yang

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
		<i>Representasi Matematis Siswa</i>	lebih tinggi dibandingkan siswa yang mengikuti pembelajaran konvensional. Hasil uji Mann–Whitney U menunjukkan bahwa median gain kelompok PjBL lebih tinggi daripada kelompok konvensional. Dengan demikian, PjBL berpengaruh terhadap kemampuan representasi matematis siswa.
Kiki Ambar Sari, Achi Rinaldi, dan Siska Andriani	2021	<i>Model Pembelajaran Hypothetical Learning Trajectory: Dampak Kemampuan Representasi Matematis Berbasis Gender</i>	Model HLT berpengaruh terhadap kemampuan representasi matematis siswa. Tidak terdapat perbedaan kemampuan representasi matematis berdasarkan gender dan tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran dan gender terhadap kemampuan representasi matematis. Penelitian ini menegaskan bahwa HLT memiliki potensi dalam meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa.

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Y. Yunita, D. Juandi, Y. S. Kusumah, dan Suhendra	2021	<i>The Effectiveness of the Project-Based Learning (PjBL) Model in Students' Mathematical Ability: A Systematic Literature Review</i>	Berdasarkan telaah sistematis terhadap 26 penelitian, PjBL efektif dalam mengembangkan berbagai kemampuan matematis apabila siswa terlibat langsung dalam proses pembelajaran dengan arahan yang jelas, pengelolaan aktivitas yang tepat, dan penggunaan waktu yang optimal. Kajian juga menunjukkan bahwa penelitian PjBL lebih banyak berfokus pada pemecahan masalah dan berpikir kreatif sehingga kajian yang secara khusus mengintegrasikan PjBL dengan kemampuan representasi matematis masih terbuka untuk dikembangkan.
Rika Mulyati Mustika Sari dan H. Sopiany	2023	<i>The Effect of STEM-Based Project-Based Learning in Improving High School Students'</i>	Penerapan PjBL berbasis STEM dapat meningkatkan kemampuan visual matematis siswa. Peningkatan kemampuan visual matematis siswa yang memperoleh PjBL-STEM

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
		<i>Visual Mathematical Ability</i>	secara signifikan lebih baik daripada siswa yang mengikuti pembelajaran konvensional. Temuan ini memperkuat relevansi PjBL dalam mengembangkan aspek visual yang berkaitan erat dengan representasi matematis.
Wahid Yunianto, Guillermo Bautista, Bungkus Dias Prasetyo, dan Zsolt Lavicza	2024	<i>A HLT for Integrated CT and Mathematics Lessons: Supporting Students' Possible Struggles when Debugging in GeoGebra Environment</i>	HLT yang dikembangkan dalam lingkungan GeoGebra membantu guru memprediksi respons, kesulitan, dan kemungkinan kesalahan siswa selama pembelajaran. Perbandingan antara respons hipotetis dan respons aktual siswa digunakan untuk memperbaiki lintasan pembelajaran. Penelitian menunjukkan bahwa integrasi HLT dan GeoGebra efektif sebagai kerangka untuk mengantisipasi serta memfasilitasi proses belajar siswa.
Nuraini, Hasratuddin, E.	2024	<i>Designing a Hypothetical</i>	Penelitian menghasilkan rancangan awal HLT

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
Napitupulu, Sahat Saragih, Nur Azmi, dan Rahmi Ramadhani		<i>Learning Trajectory Using Prezi Presentation and GeoGebra Application on Flat- Shaped Triangle Geometry Materials</i>	berbantuan Prezi dan GeoGebra pada materi jenis-jenis segitiga. GeoGebra digunakan sebagai teknologi dinamis untuk membantu visualisasi konsep abstrak dan memfasilitasi siswa dalam membangun pemahaman secara mandiri. HLT dikembangkan melalui pendekatan <i>design research</i> sebagai dasar pengembangan lintasan pembelajaran yang sesuai dengan karakteristik siswa.
Armando Morales Carballo, Angie Damián Mojica, dan José Efrén Marmolejo Vega	2022	<i>Hypothetical Learning Trajectory for Assimilating the Articulated Concepts of Quadratic Function and Equation Through Variational Ideas and the Use of GeoGebra in Pre-University Students</i>	HLT berbantuan GeoGebra dikembangkan untuk membantu siswa memahami keterkaitan konsep fungsi dan persamaan kuadrat. Penggunaan representasi dinamis melalui GeoGebra mendukung pemahaman konsep dan proses representasi matematis. Proposal pembelajaran yang dikembangkan dinilai dapat mengatasi pola pembelajaran

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
			klasik melalui eksplorasi dinamis berbasis teknologi.
Dayana Sabila Husain, Rafika Meiliati, Nuralda, Aswin, dan Achmad Salido	2025	<i>Application of Project-Based Learning Assisted by Microsoft Mathematics to Improve Students' Mathematical Representation Ability</i>	Siswa yang mengikuti PjBL berbantuan teknologi memperoleh rata-rata kemampuan representasi matematis sebesar 81,17, lebih tinggi daripada kelompok konvensional sebesar 60,19, dengan perbedaan yang signifikan. Siswa juga memberikan respons sangat positif terhadap pembelajaran. Temuan ini menunjukkan bahwa integrasi PjBL dan teknologi efektif dalam memperkuat kemampuan representasi matematis.
Thesa Kandaga, Idha Novianti, dan Mazlini Adnan	2025	<i>Abstraction Level of van Hiele's Theory: Occurrence of Side Effects in GeoGebra Integration</i>	HLT berbantuan GeoGebra membantu mengatasi hambatan epistemologis dan mendukung visualisasi serta pemahaman transformasi geometri. Namun, penelitian juga menemukan efek samping berupa kecenderungan

Penulis	Tahun	Judul	Hasil Penelitian
			ketergantungan siswa pada GeoGebra. Temuan ini menunjukkan bahwa penggunaan GeoGebra dalam HLT perlu dirancang secara terstruktur agar teknologi mendukung, bukan menggantikan, proses berpikir matematis siswa.

Berdasarkan penelitian terdahulu pada tabel tersebut, terdapat beberapa persamaan dengan penelitian yang akan dilakukan. Pertama, penelitian Dhillia Rahmania, Desta Amelia Sari, serta Husain dkk. sama-sama menempatkan PjBL sebagai pendekatan pembelajaran yang digunakan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Persamaan tersebut menunjukkan bahwa PjBL memiliki landasan empiris yang relevan untuk digunakan dalam pengembangan kemampuan representasi matematis. Kedua, penelitian Kiki Ambar Sari dkk. memiliki persamaan pada penggunaan HLT dan kemampuan representasi matematis sebagai kemampuan yang dikembangkan. Ketiga, penelitian Yunianto dkk., Nuraini dkk., Morales Carballo dkk., serta Kandaga dkk. memiliki persamaan dalam penggunaan HLT dan GeoGebra untuk merancang proses pembelajaran matematika yang memperhatikan dugaan respons, kesulitan, dan perkembangan pemikiran siswa. Dengan demikian, penelitian terdahulu secara parsial telah memberikan landasan empiris bagi setiap komponen utama penelitian ini.

Meskipun memiliki sejumlah persamaan, terdapat perbedaan mendasar antara penelitian terdahulu dan penelitian yang akan dilakukan. Penelitian Dhillia Rahmania dan Desta Amelia Sari berfokus pada pengujian pengaruh PjBL terhadap kemampuan representasi matematis melalui pendekatan kuasi-eksperimen, tetapi belum mengembangkan HLT dan belum memanfaatkan GeoGebra sebagai media

pendukung pembelajaran. Penelitian Kiki Ambar Sari dkk. telah menghubungkan HLT dengan kemampuan representasi matematis, tetapi belum mengintegrasikan HLT dengan GeoGebra dan PjBL. Sementara itu, penelitian Yunianto dkk., Nuraini dkk., Morales Carballo dkk., dan Kandaga dkk. telah mengintegrasikan HLT dengan GeoGebra, tetapi belum menempatkan PjBL sebagai kerangka pembelajaran dan belum secara khusus berorientasi pada peningkatan kemampuan representasi matematis. Penelitian Husain dkk. juga telah mengintegrasikan PjBL, teknologi, dan kemampuan representasi matematis, tetapi teknologi yang digunakan adalah Microsoft Mathematics dan penelitian tersebut tidak mengembangkan HLT.

Perbedaan lainnya terletak pada orientasi metodologis penelitian. Sebagian penelitian terdahulu berorientasi pada pengujian pengaruh atau efektivitas model pembelajaran, sedangkan penelitian yang akan dilakukan berorientasi pada pengembangan HLT. Oleh karena itu, penelitian ini tidak hanya menguji hasil akhir pembelajaran, tetapi juga merancang lintasan belajar hipotetis yang memuat tujuan pembelajaran, urutan aktivitas pembelajaran, serta dugaan respons dan perkembangan berpikir siswa. HLT tersebut selanjutnya didukung oleh penggunaan GeoGebra sebagai media visual dan dinamis serta diimplementasikan melalui tahapan PjBL untuk memfasilitasi keterlibatan aktif siswa dalam menghasilkan dan mengomunikasikan berbagai bentuk representasi matematis.

Berdasarkan persamaan dan perbedaan tersebut, dapat disimpulkan bahwa penelitian terdahulu telah memberikan bukti mengenai potensi PjBL dalam meningkatkan kemampuan matematis, kontribusi HLT dalam mengarahkan proses belajar siswa, serta manfaat GeoGebra dalam memvisualisasikan konsep matematika. Namun, penelitian terdahulu pada umumnya masih mengkaji komponen-komponen tersebut secara parsial. Belum ditemukan penelitian yang secara terpadu mengembangkan HLT berbantuan GeoGebra melalui PjBL yang secara khusus diarahkan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa. Oleh karena itu, posisi penelitian ini terletak pada integrasi HLT, GeoGebra, PjBL, dan kemampuan representasi matematis dalam satu rancangan pembelajaran yang utuh.