

ABSTRAK

Nama : Winda Indah Khoirunisa
NIM : 1227010077
Judul : Penentuan Harga Opsi Jual Amerika pada Model Heston dengan Volatilitas Stokastik dan Dividen Menggunakan Skema Beda Hingga Kompak Orde Empat

Penelitian ini mengembangkan metode numerik untuk menentukan harga opsi jual Amerika pada model Heston dengan dividen kontinu. Model diformulasikan sebagai PDP parabolik dua dimensi dengan batas bebas. Transformasi *Front-Fixing* $x = \ln(S/s_f(\tau))$ diterapkan untuk memetakan domain bergerak ke domain tetap, dengan suku konveksi tambahan $\alpha(\tau) = s'_f(\tau)/s_f(\tau)$ yang diintegrasikan secara simultan. Diskritisasi ruang menggunakan Skema Beda Hingga Kompak orde empat anisotropik berbasis stensil 9-titik ($\mathcal{O}(h_x^4 + h_v^4)$) untuk menangani difusi silang akibat korelasi ρ dan koefisien difusi tidak konstan, sedangkan integrasi waktu menggunakan RK4 ($\mathcal{O}(\Delta\tau^4)$). Analisis teoritis dan verifikasi empiris menunjukkan skema memenuhi konsistensi ($\tau_h = \mathcal{O}(h_x^4 + h_v^4 + \Delta\tau^4)$) dan stabilitas numerik dengan pemilihan langkah waktu yang memenuhi batas CFL, meskipun parameter ekstrem ($\rho = -0.9450$, $\sigma = 0.5831$) menghasilkan nilai eigen positif. Konvergensi diverifikasi melalui uji penghalusan grid hingga error $E_\infty = 0.00$. Simulasi menggunakan parameter dari data historis SPY menghasilkan solusi stabil dan konvergen, dengan nilai opsi menurun seiring kenaikan harga saham dan meningkat seiring tingginya volatilitas, serta batas eksekusi optimal yang menurun secara halus mendekati jatuh tempo. Penelitian ini menyediakan kerangka numerik berakurasi tinggi sekaligus mengidentifikasi tantangan numerik untuk pengembangan selanjutnya.

Kata Kunci: Opsi Jual Amerika, Model Heston, Volatilitas Stokastik, Batas Bebas, Skema Beda Hingga Kompak, RK4, Analisis Kestabilan.

ABSTRACT

Name : Winda Indah Khoirunisa
NIM : 1227010077
Title : Pricing American Put Options under a Stochastic Volatility
Model with Dividends Using a Fourth-Order Compact
Finite Difference Scheme

This study develops a numerical method for pricing American put options under the Heston model with continuous dividends. The model is formulated as a two-dimensional parabolic PDE with a free boundary. The *Front-Fixing* transformation $x = \ln(S/s_f(\tau))$ is applied to map the moving domain to a fixed domain, with an additional convective term $\alpha(\tau) = s'_f(\tau)/s_f(\tau)$ integrated simultaneously. Spatial discretization uses a fourth-order anisotropic 9-point compact finite difference scheme ($\mathcal{O}(h_x^4 + h_v^4)$) to handle cross-diffusion due to correlation ρ and non-constant diffusion coefficients, while time integration uses RK4 ($\mathcal{O}(\Delta\tau^4)$). Theoretical analysis and empirical verification show the scheme satisfies consistency ($\tau_h = \mathcal{O}(h_x^4 + h_v^4 + \Delta\tau^4)$) and numerical stability with CFL-satisfying time steps, despite extreme parameters ($\rho = -0.9450$, $\sigma = 0.5831$) yielding positive eigenvalues. Convergence is verified through grid refinement tests until error $E_\infty = 0.00$. Simulations using parameters from SPY historical data produce stable and convergent solutions, with option values decreasing as stock price increases and increasing with higher volatility, while the optimal exercise boundary decreases smoothly toward maturity. This research provides a high-accuracy numerical framework while identifying numerical challenges for future development.

Keywords: American Put Option, Heston Model, Stochastic Volatility, Free Boundary, Compact Finite Difference, RK4, Stability Analysis.