

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu topik yang telah banyak digunakan dalam berbagai aplikasi yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari seperti transportasi, kimia, rangkaian listrik, pengujian program, dan lain-lain. Teori graf mempelajari representasi suatu himpunan titik (*vertex*) yang dihubungkan ke beberapa himpunan sisi (*edge*).

Dalam kehidupan sehari – hari, banyak sekali dijumpai hal – hal yang dapat digambarkan sebagai pemisalan dari sebuah graf. Contohnya yaitu dalam sebuah hubungan antara satu dengan yang lainnya, di mana terdapat komunikasi yang menjadi penghubung di antara keduanya. Jika contoh tersebut direpresentasikan dalam sebuah graf maka orang – orang yang menjalin hubungan dapat dimisalkan sebagai titik, dan komunikasi antara keduanya dapat dimisalkan sebagai garis atau sisi yang menghubungkan dua titik tersebut.

Sejarah teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler seorang matematikawan asal Swiss pada tahun 1736. Dengan menggunakan teori graf, Euler berhasil menyelesaikan suatu masalah teka-teki terkenal mengenai jembatan *Konigsberg*. Teka-teki tersebut yaitu mengenai tujuh buah jembatan yang menghubungkan pulau kecil dengan daratan yang membelah oleh sungai. Euler memodelkan masalah ini ke dalam bentuk graf dan berpendapat bahwa tidak mungkin seseorang untuk melewati ketujuh jembatan itu masing - masing satu kali dan kembali lagi ke titik asal jika derajat setiap titik tidak genap[1].

Salah satu topik dalam teori graf adalah rekonstruksi graf, yaitu permasalahan menentukan kembali struktur suatu graf berdasarkan informasi parsial yang tersedia. Permasalahan ini bermula dari gagasan Stanisław Ulam sekitar tahun 1941 yang mempertanyakan apakah suatu graf sederhana dapat ditentukan kembali secara unik hanya berdasarkan kumpulan subgraf yang diperoleh dari penghapusan satu titik. Permasalahan tersebut dikenal sebagai *Reconstruction Conjecture* atau

Kelly–Ulam *Conjecture* dan diformalkan oleh Paul J. Kelly pada tahun 1957, dan hingga saat ini, konjektur tersebut masih menjadi salah satu masalah terbuka yang penting dalam teori graf dan telah mendorong berbagai penelitian lanjutan dalam memahami sifat – sifat rekonstruktibilitas suatu graf[2].

Dalam rekonstruksi graf, informasi yang digunakan umumnya berupa kumpulan subgraf hasil penghapusan satu titik beserta seluruh sisi yang bersisian dengannya, yang disebut sebagai kartu (*card*), sedangkan keseluruhan kumpulan kartu disebut sebagai *deck*. Jika graf memiliki n titik, maka *deck* lengkap terdiri atas n kartu. Sebagian besar hasil rekonstruksi graf mengasumsikan ketersediaan *deck* lengkap. Salah satu parameter yang banyak dikaji adalah barisan derajat graf, karena informasi tersebut merepresentasikan distribusi lokal struktur graf dan memiliki peranan penting dalam proses rekonstruksi[3].

Salah satu informasi yang menjadi perhatian dalam proses rekonstruksi adalah barisan derajat (*degree sequence*). Rekonstruksi barisan derajat memiliki peranan penting karena dapat menjadi langkah awal dalam memahami struktur suatu graf serta menjadi dasar bagi proses rekonstruksi karakteristik graf yang lebih kompleks. Salah satu arah perkembangan penelitian tersebut adalah mengkaji rekonstruksi ketika informasi yang tersedia tidak lagi lengkap, yaitu ketika sebagian kartu pada *deck* hilang sehingga hanya tersedia *deck* parsial. Dalam kondisi ini, muncul permasalahan mendasar, yaitu seberapa banyak informasi yang boleh hilang sehingga suatu parameter graf masih dapat direkonstruksi[4].

Penelitian terdahulu menunjukkan bahwa barisan derajat merupakan salah satu parameter graf yang bersifat *reconstructible* dalam kondisi tertentu. Misalnya, ditunjukkan bahwa barisan derajat suatu graf masih dapat direkonstruksi meskipun terdapat satu kartu yang hilang dari *deck* lengkap[5]. Untuk graf dengan rata – rata terbatas (graf jarang), terdapat batas tertentu terhadap jumlah kartu yang hilang sehingga barisan derajat masih dapat ditentukan secara unik[6]. Hasil ini menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang erat antara struktur graf dan batas toleransi kehilangan informasi dalam proses rekonstruksi.

Meskipun telah tersedia hasil teoritis mengenai batas jumlah kartu yang hilang, analisis terhadap makna batas tersebut serta penerapannya pada kelas graf tertentu masih memerlukan pembahasan lebih lanjut. Dalam penelitian ini,

pembahasan difokuskan pada analisis batas jumlah kartu yang hilang berdasarkan teorema yang telah ada, sedangkan beberapa kelas graf, termasuk graf pohon, hanya digunakan sebagai ilustrasi untuk memperjelas penerapan konsep dan hasil analisis. Penggunaan graf pohon sebagai contoh didasarkan pada strukturnya yang sederhana sehingga memudahkan proses visualisasi tanpa membatasi ruang lingkup penelitian pada kelas graf tersebut.

Berdasarkan uraian tersebut, muncul pertanyaan penelitian mengenai berapa batas maksimum jumlah kartu yang masih dapat hilang sehingga barisan derajat suatu graf tetap dapat direkonstruksi dari *deck* parsial sesuai dengan kondisi yang ditetapkan dalam teorema yang digunakan. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul "Analisis Batas Jumlah Kartu Hilang dalam Rekonstruksi Barisan Derajat Graf dari *Deck* Parsial."

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disampaikan di atas, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah

1. Bagaimana algoritma merekonstruksi barisan derajat dari *deck* parsial?
2. Bagaimana batas jumlah kartu yang hilang sehingga barisan derajat suatu graf masih dapat direkonstruksi dari *deck* parsial?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini, yaitu:

1. Graf yang dikaji adalah graf sederhana, tak berarah, dan terhubung.
2. Objek yang direkonstruksi adalah barisan derajat (*degree sequence*), bukan keseluruhan struktur graf.
3. Rekonstruksi dilakukan berdasarkan *deck* parsial, yaitu *deck* yang kehilangan sejumlah kartu (*vertex-deleted subgraphs*).
4. Penelitian ini tidak membahas pembuktian atau penyelesaian *Reconstruction Conjecture* secara umum, melainkan hanya menganalisis batas jumlah kartu hilang yang masih memungkinkan barisan derajat direkonstruksi berdasarkan teorema yang digunakan sebagai landasan penelitian.

5. Contoh graf yang digunakan dalam pembahasan, termasuk graf pohon, hanya berfungsi sebagai ilustrasi untuk memperjelas konsep dan hasil analisis, bukan sebagai objek utama penelitian.
6. Penelitian mengacu pada asumsi dan kondisi yang terdapat dalam teorema yang digunakan sebagai dasar analisis.

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, maka tujuan penelitian ini adalah

1. Menentukan algoritma rekonstruksi barisan derajat dari *deck* parsial.
2. Menganalisis batas jumlah kartu yang hilang sehingga barisan derajat suatu graf masih dapat direkonstruksi dari *deck* parsial.

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memberikan kontribusi dalam pengembangan teori rekonstruksi graf, serta menambah kajian mengenai batas (*bound*) dalam rekonstruksi barisan derajat dari *deck* parsial.
2. Membantu memperjelas hubungan antara struktur graf dan karakteristik barisan derajatnya dalam konteks rekonstruksi.
3. Menjadi referensi dan bahan kajian bagi penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan rekonstruksi graf pada kelas graf khusus lainnya.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Studi Literatur

Pada tahap Studi Literatur, dilakukan identifikasi permasalahan dengan tahap pengumpulan referensi pendukung untuk mendapatkan teori yang berkaitan dengan graf, barisan derajat dan rekonstruksi yang akan dikaji sebagai penunjang penelitian melalui buku maupun jurnal.

2. Analisis

Pada tahap penelitian skripsi, dilakukan analisis terhadap batas jumlah kartu yang hilang dalam rekonstruksi barisan derajat graf dari *deck* parsial. Analisis diawali dengan mengkaji konsep-konsep dasar teori graf, rekonstruksi graf, *deck* parsial, serta teorema yang berkaitan dengan batas jumlah kartu yang hilang. Selanjutnya, dilakukan analisis matematis terhadap syarat-syarat yang memungkinkan barisan derajat suatu graf tetap dapat direkonstruksi meskipun sebagian kartu pada *deck* tidak tersedia. Analisis dilakukan berdasarkan teorema yang menjadi landasan penelitian untuk memperoleh pemahaman mengenai batas jumlah kartu yang masih memungkinkan proses rekonstruksi dilakukan. Untuk memperjelas penerapan konsep dan hasil analisis, digunakan beberapa contoh ilustratif, termasuk graf pohon, tanpa menjadikannya sebagai objek utama penelitian. Hasil analisis kemudian disusun secara sistematis sebagai dasar dalam penarikan kesimpulan penelitian.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini terbagi menjadi beberapa bagian, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini, berisi tentang teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan yang dikaji dalam skripsi ini. Pembahasan meliputi konsep dasar teori graf, barisan derajat, rekonstruksi graf, *deck* dan *deck* parsial, serta teorema-teorema yang berkaitan dengan batas jumlah kartu yang hilang dalam rekonstruksi barisan derajat.

BAB III ANALISIS BATAS JUMLAH KARTU YANG HILANG DALAM REKONSTRUKSI BARISAN DERAJAT GRAF DARI *DECK* PARSIAL

Pada bab ini, membahas analisis batas jumlah kartu yang hilang sehingga barisan derajat suatu graf masih dapat direkonstruksi dari *deck* parsial. Analisis dilakukan berdasarkan teori dan teorema yang telah dipaparkan. Selain itu, disajikan beberapa contoh ilustrasi, termasuk graf pohon, untuk memperjelas penerapan konsep rekonstruksi barisan derajat serta analisis batas jumlah kartu yang hilang. Pembahasan dilakukan secara matematis sehingga diperoleh hasil yang sistematis dan sesuai dengan tujuan penelitian.

BAB IV PENUTUP

Pada bab penutup, yang merupakan bagian akhir dari skripsi ini. Berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji pada bab sebelumnya. Pada bab ini juga terdapat saran dari penulis untuk pembahasan yang lebih baik dan berkembang.

