

FI19104

Pengantar Fisika

Matematika

Materi Minggu ke-1

Dr. Bebeh Wahid Nuryadin, M.Si

UIN Sunan Gunung Djati Bandung

Ganjil 2020

Dr. Bebeh Wahid Nuryadin, M.Si

- S1, S2 dan S3 di Fisika ITB
- Bidang Keahlian Fisika Nanomaterial dan Pengembangan Laboratorium Fisika
- Email: bebehwahid102@uinsgd.ac.id
- No. WA 0852-9412-6412 (waktu kerja)
- Alamat rumah daerah Kec.Cileunyi Kab. Bandung
- Pesan buat Mahasiswa:
Kuliah di Fisika UIN Bandung itu menantang, jadi bersiaplah.

Silabus FI 1904

- Bilangan Real, Pertaksamaan, Fungsi
- Limit dan Kekontinuan
- Turunan
- Aplikasi Turunan
- Integral
- Aplikasi Integral
- Fungsi Transenden

Tujuan Pembelajaran

Dengan mengikuti kuliah ini, mahasiswa diharapkan memiliki:

- Keterampilan teknis baku yang didukung oleh konsep, rumus, metode, dan penalaran yang sesuai;
- Pola berpikir yang kritis, logis, dan sistematis, serta kreativitas dalam pemecahan masalah yang terkait dengan matematika, khususnya kalkulus;
- Kemampuan membaca dan menggunakan informasi secara mandiri dari sumber-sumber belajar, khususnya buku teks, untuk dapat menyelesaikan permasalahan terkait;
- Kemampuan mengkomunikasikan hasil pemikiran dan pekerjaannya baik secara lisan maupun tulisan.

Ujian, Kuis dan PR

- Ujian I dan II (Okt dan Des 2020), @45%
- PR/Tugas, Kuis, dan Keaktifan di Kelas, total 10%
- Nilai Akhir dinyatakan dalam huruf:

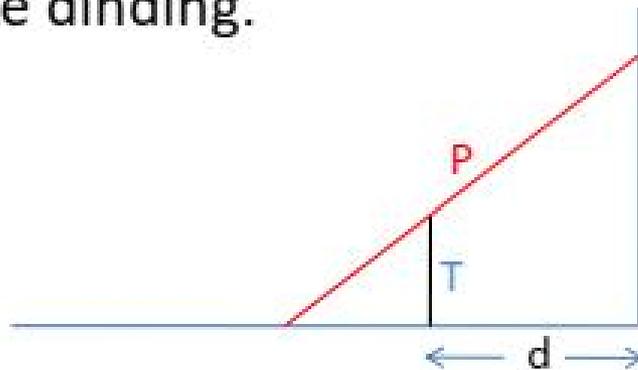
$$100 \geq A \geq 80 > B \geq 60 > C \geq 50$$

- Bila belum lulus (D atau E), ada:

Ujian Reevaluasi (Jan 2021)

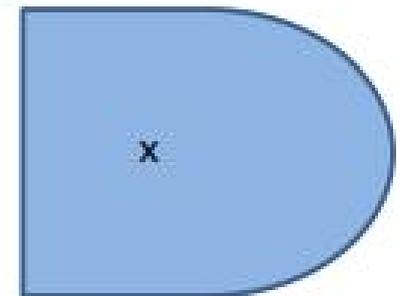
CONTOH PERMASALAHAN

Tentukan panjang tangga terpendek yang menghubungkan lantai ke dinding.



Bila tanki dialiri air garam dan pada saat yang sama larutan mengalir ke luar dari tanki tsb, berapakah kadar garam pada larutan tsb setelah sekian lama?

Bila keping berbentuk seperti di bawah ini akan digantung dengan menggunakan tali, di titik x manakah ia digantung supaya ia terjaga horisontal?



Bab 0. Pendahuluan

0.1 Bilangan Real

0.2 Pertaksamaan dan Nilai Mutlak

0.3 Sistem Koordinat

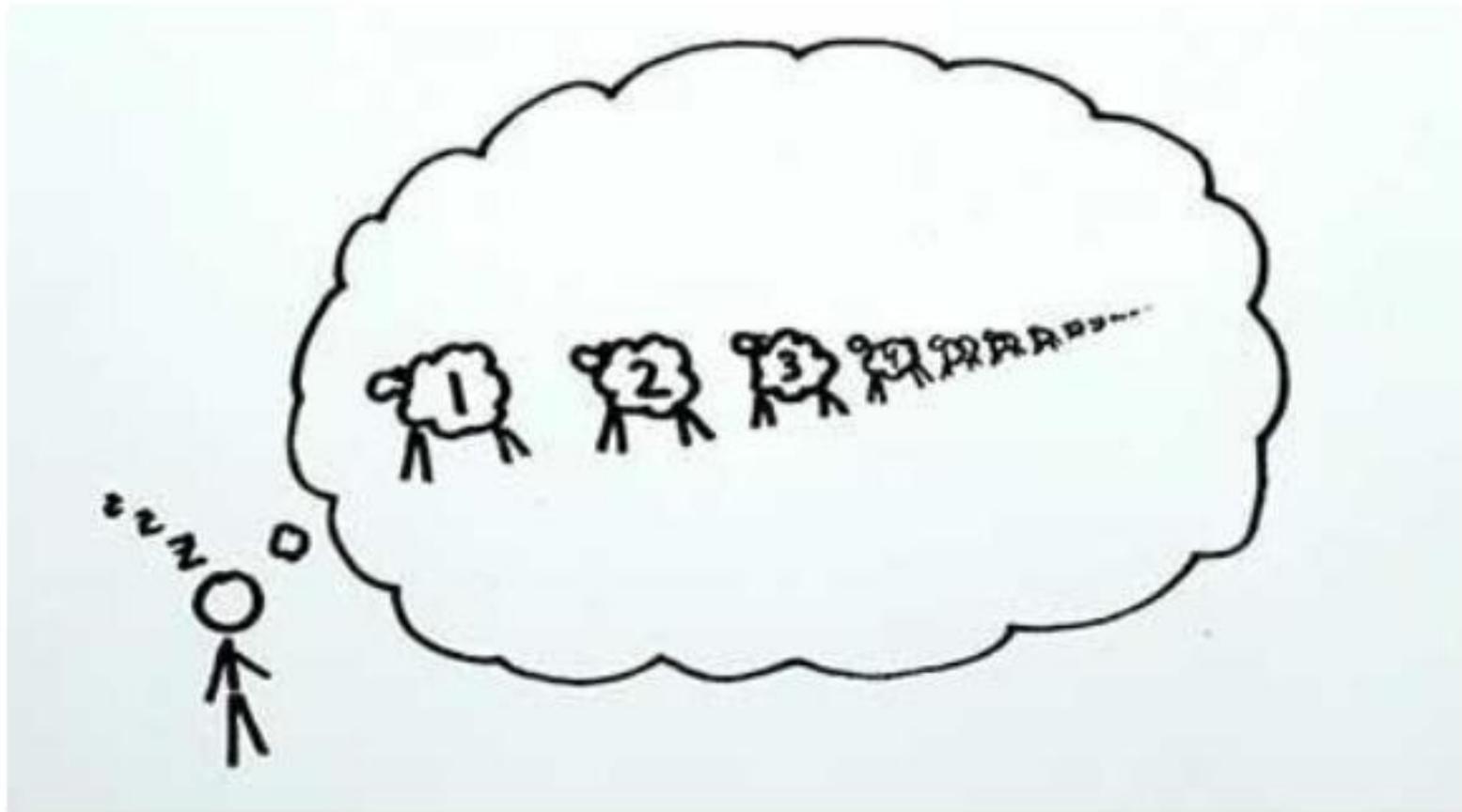
0.4 Grafik Persamaan

0.5 Fungsi dan Grafiknya

0.6 Operasi pada Fungsi

0.7 Beberapa Fungsi Khusus

BERMULA DARI BILANGAN



Sasaran Kuliah Hari Ini

0.1 Bilangan Real, Estimasi, dan Logika

Memahami bilangan real dan membuat pernyataan matematika (khususnya implikasi) yang benar

0.2 Pertaksamaan dan Nilai Mutlak

Menyelesaikan pertaksamaan (satu peubah), termasuk yang melibatkan nilai mutlak

Bilangan Real

Bilangan **real** adalah semua bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk **desimal**

$$A_n \dots A_1 A_0, b_1 b_2 b_3 \dots$$

Bentuk desimal yang *berhenti* atau *berulang* menyatakan bilangan **rasional**, misalnya:

$$0,5 = \frac{1}{2}$$

$$0,333333 \dots = \frac{1}{3}.$$

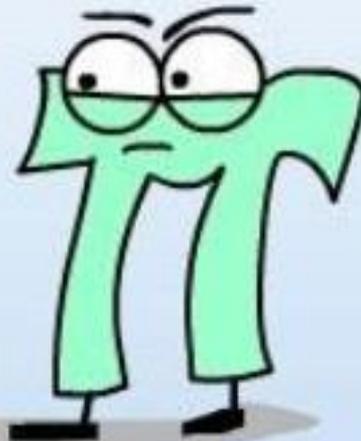
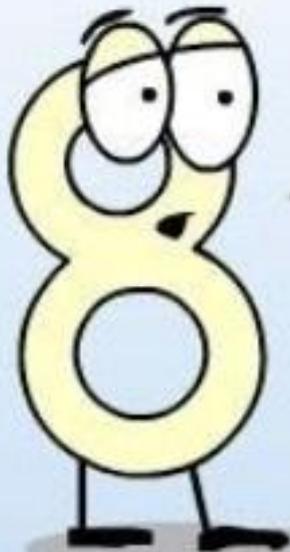
Bentuk desimal yang tak berhenti dan tak berulang menyatakan bilangan **irasional**, misalnya:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623 \dots$$

$$\pi = 3,1415926535 \dots$$

BILANGAN IRASIONAL $\sqrt{2}$ DAN π

DON'T YOU THINK YOU GUYS SHOULD STOP FIGHTING? YOU'RE BOTH BEING IRRATIONAL.



Bilangan Real

Himpunan bilangan real (**R**) memuat himpunan bilangan rasional (**Q**), yang memuat himpunan bilangan bulat (**Z**)

$$\mathbf{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

dan himpunan bilangan asli (**N**)

$$\mathbf{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}.$$

Dalam hal ini,

$$\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}.$$

Selanjutnya, **R** merupakan *himpunan semesta* kita.

Bilangan Real

Sistem bilangan real \mathbf{R} dengan operasi *penjumlahan* $+$ dan *perkalian* \times padanya memenuhi:

- **sifat aljabar** (komutatif, asosiatif, distributif, ...).
- **sifat urutan** (hukum trikotomi, transitif, ...)

yang melibatkan lambang $<$, $=$, $>$.

- **sifat kelengkapan**, yaitu bahwa \mathbf{R} ‘merupakan’ garis yang “tak berlubang”.

Garis Bilangan Real sebagai representasi \mathbf{R} :



Estimasi

Dalam perhitungan, estimasi sering dilakukan.

Sebagai contoh:

- $\pi \approx 3,14$
- $\sqrt{2} \approx 1,4$
- $2^{10} \approx 1000$

Logika

Dalam berargumentasi, kita akan sering menggunakan kalimat “*Jika ... , maka ...*”

Ingat **Tabel Kebenaran** “ $P \rightarrow Q$ ” (baca: “Jika P, maka Q”).

P	Q	$P \rightarrow Q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Latihan

1. Bilangan mana yang lebih besar?
 - a. $22/7$ atau $3,14$?
 - b. 2^{10} atau 1000 ?
2. Benar/Salah kalimat berikut?
 - a. Jika $x > 1$, maka $x^2 > 1$.
 - b. Jika $x^2 > 1$, maka $x > 1$.

0.2 Pertaksamaan dan Nilai Mutlak

Kalimat $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ merupakan suatu **ketaksamaan** yang benar.

Kalimat $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ merupakan **pertaksamaan** atau ketaksamaan yang kebenarannya masih “terbuka”: ia bisa benar, bisa juga salah; tergantung pada nilai x yang dipilih.

Menyelesaikan suatu pertaksamaan dalam x berarti menentukan himpunan *semua* nilai x yang “memenuhi” pertaksamaan tsb.

Notasi Selang

$$(a,b) := \{ x \mid a < x < b \}$$

$$[a,b] := \{ x \mid a \leq x \leq b \}$$

$$[a,b) := \{ x \mid a \leq x < b \}$$

$$(a,b] := \{ x \mid a < x \leq b \}$$

$$(-\infty, b) := \{ x \mid x < b \}$$

$$(-\infty, b] := \{ x \mid x \leq b \}$$

$$(a, \infty) := \{ x \mid a < x \}$$

$$[a, \infty) := \{ x \mid a \leq x \}$$

$$(-\infty, \infty) := \mathbf{R}$$



Menyelesaikan Pertaksamaan

SOAL: Selesaikan pertaksamaan $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$.

JAWAB: $\frac{1}{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2} < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x}{2x} < 0$$

$$\Leftrightarrow (2-x)(2x) < 0$$

$$\Leftrightarrow x < 0 \text{ atau } x > 2$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah

$$\text{HP} = (-\infty, 0) \cup (2, \infty).$$

Nilai Mutlak

Nilai mutlak $|x|$ menyatakan “jarak” dari 0 ke x pada garis bilangan real.

$$\begin{aligned}|x| &:= x, \text{ jika } x > 0 \\ &:= 0, \text{ jika } x = 0 \\ &:= -x, \text{ jika } x < 0.\end{aligned}$$

Sifat: $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
 $|a+b| \leq |a| + |b|$

$$\begin{aligned}|x| < a &\iff -a < x < a \\ |x|^2 &= x^2\end{aligned}$$

Latihan

Selesaikan pertaksamaan berikut:

1. $x + 1 < \frac{2}{x}$.

2. $|x - 3| < |x + 1|$.

3. $|x - 1| \leq x$.

4. $|x - 2| \leq x^2$.

Bab 0. Pendahuluan

0.1 Bilangan Real

0.2 Pertaksamaan dan Nilai Mutlak

0.3 Sistem Koordinat

0.4 Grafik Persamaan

0.5 Fungsi dan Grafiknya

0.6 Operasi pada Fungsi

0.7 Beberapa Fungsi Khusus

Sasaran Kuliah Hari Ini

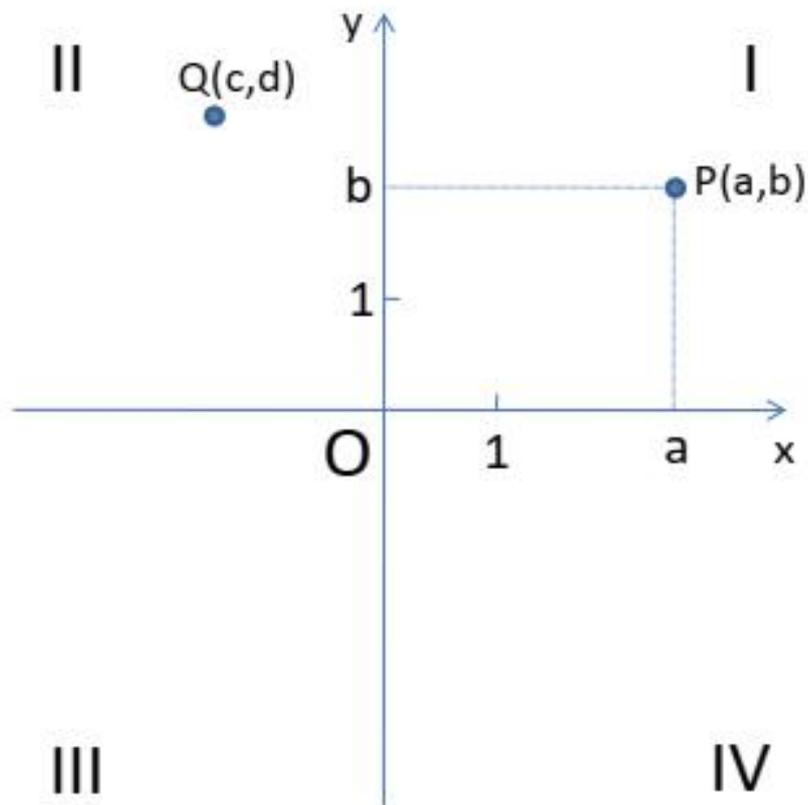
0.3-0.4 Sistem Koordinat Cartesius dan Grafik Persamaan

Memahami sistem koordinat Cartesius dan menggambar grafik persamaan

0.5 Fungsi dan Grafiknya

Menentukan daerah asal dan daerah hasil fungsi dan menggambar grafik fungsi serta menjelaskan karakteristiknya

Sistem Koordinat Cartesius



Sistem koordinat Cartesius (untuk bidang) terdiri dari dua sumbu, **sumbu-x** dan **sumbu-y**, yang saling tegak lurus dan berpotongan di titik $O(0,0)$, yang disebut **titik asal**.

Bidang terbagi atas *empat kuadran*. Setiap titik P pada bidang dapat dinyatakan sebagai (a,b) , dengan a = jarak titik P ke sumbu-y dan b = jarak titik ke sumbu-x.

Sistem Koordinat Cartesius

Jarak antara dua titik $P(a,b)$ dan $Q(c,d)$ pada bidang ditentukan oleh rumus

$$d(P,Q) = [(c - a)^2 + (d - b)^2]^{\frac{1}{2}}.$$

Persamaan **lingkaran** yang berpusat di $P(a,b)$ dan berjari-jari r diberikan oleh

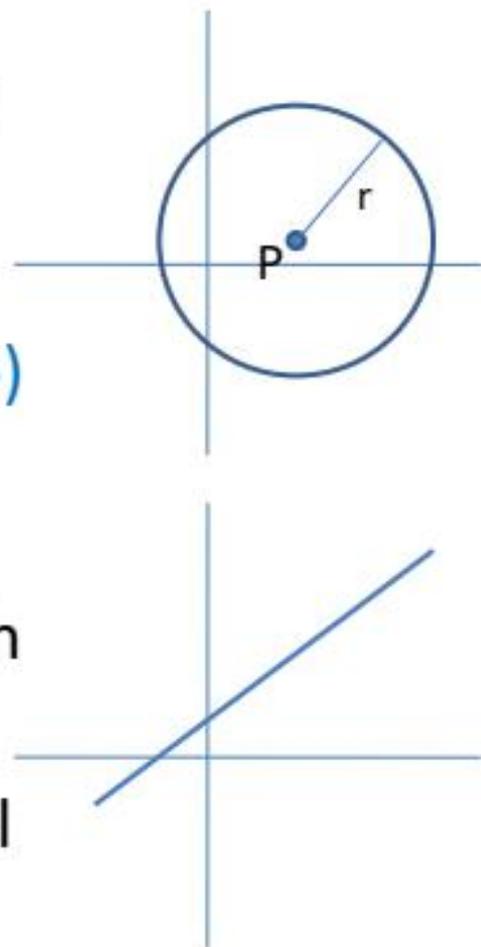
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

Persamaan umum **garis lurus** pd bidang adlh

$$Ax + By + C = 0,$$

dengan A dan B tak keduanya nol. Dalam hal $B \neq 0$, persamaan garis dapat dituliskan sbg

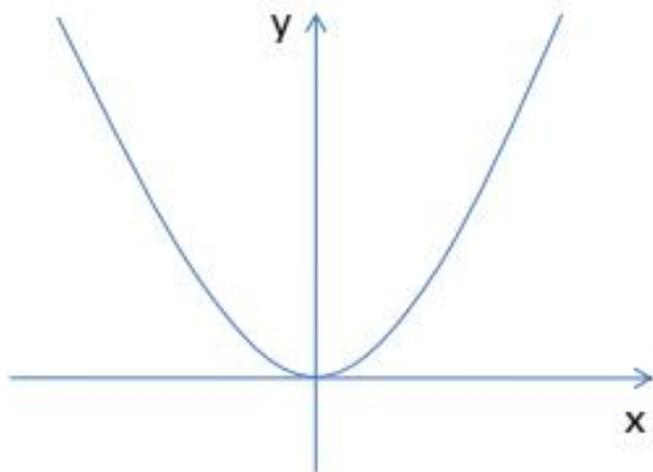
$$y = mx + n.$$



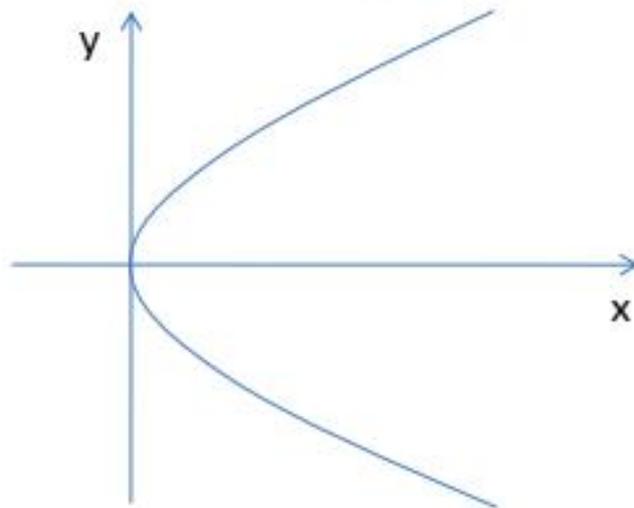
Grafik Persamaan

Diberikan suatu persamaan dalam x dan y , kita dapat (tapi belum tentu mudah) menggambar grafiknya pada sistem koordinat Cartesius.

Contoh 1. $y = x^2$.



Contoh 2. $x = y^2$.



Bantuan dalam Menggambar Grafik

Kadang kita buat tabel nilai sebelum menggambar grafik suatu persamaan. Sebagai contoh, untuk persamaan $y = x^2$, tabelnya adalah:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Jadi, setidaknya, kita punya 5 titik. Grafik $y = x^2$ dapat diperoleh dengan menghubungkan kelima titik tersebut secara kontinu (sebagai perkiraan).

Latihan

Gambar grafik persamaan berikut:

1. (a) $xy = 1$ (hati-hati!) (b) $|xy| = 1$.

2. $|x| + |y| = 1$.

3. $x^4 + y^4 = 1$. (PR, dikumpulkan Rabu 28/8)

Fungsi

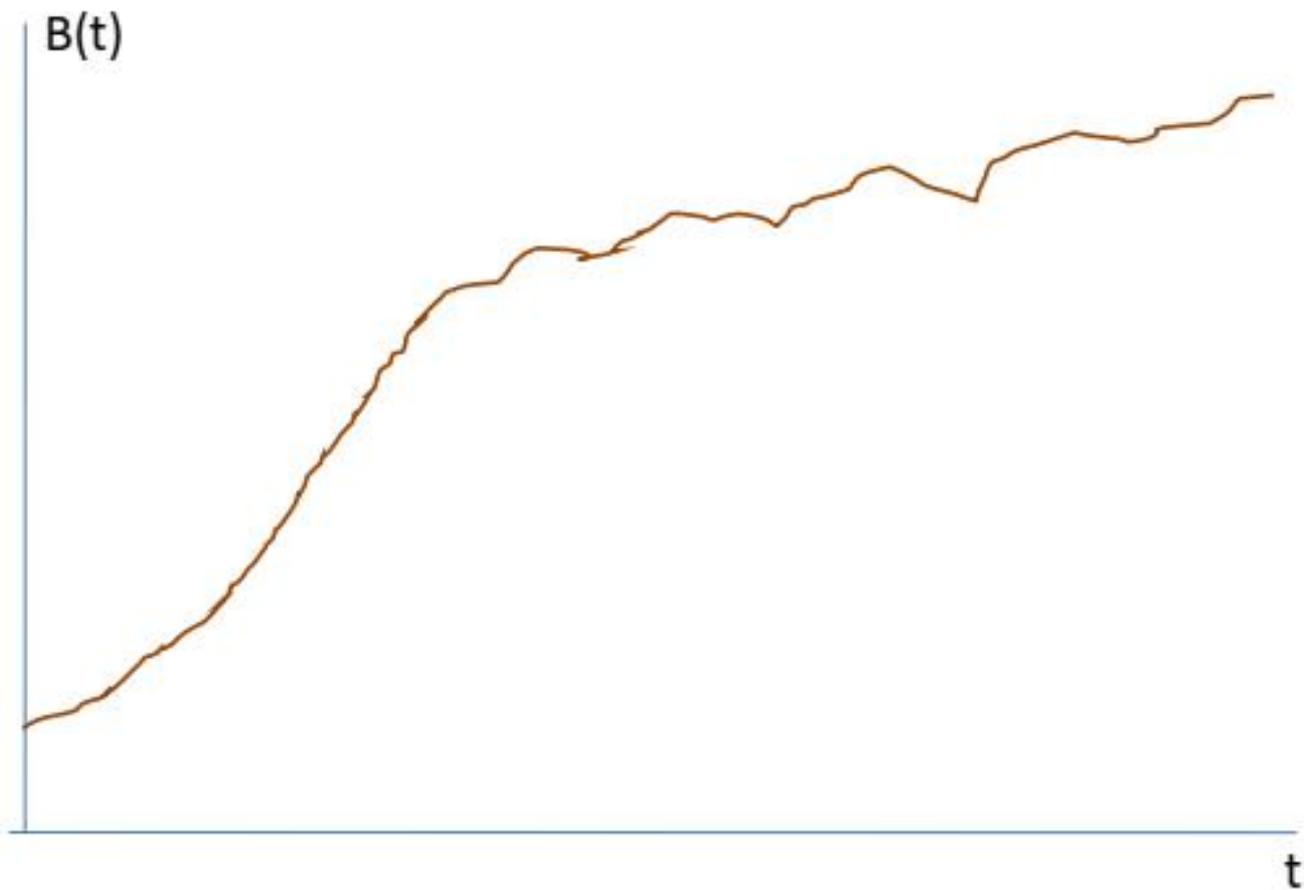
Dalam kehidupan sehari-hari banyak besaran atau nilai yang bergantung pada nilai yang lain.

Sebagai contoh, **berat badan saya** bergantung pada waktu. Dalam hal ini, berat badan saya dikatakan sebagai “fungsi dari waktu”.

Pada saat $t = t_1$, berat badan saya $B_1 = B(t_1)$; pada saat $t = t_2$, berat badan saya $B_2 = B(t_2)$; dst.

Secara umum: pada saat t , berat badan saya $B(t)$.

Fungsi: Berat Badan Saya



Fungsi

Fungsi f (dari \mathbf{R} ke \mathbf{R}) adalah suatu aturan yang *memetakan* setiap bilangan x di suatu himpunan $D \subset \mathbf{R}$, yang disebut **daerah asal**, dengan sebuah nilai *tunggal* $f(x) \in \mathbf{R}$, yakni

$$f : x \rightarrow f(x), x \in D.$$

Himpunan semua nilai $y = f(x)$, $x \in D$, yakni

$$\{ y = f(x) \mid x \in D \},$$

disebut **daerah hasil** fungsi f .

Contoh Fungsi

1. $f(x) = x^2$ mengaitkan setiap bilangan real x dengan kuadratnya, yakni x^2 .

Daerah asal fungsi ini adalah \mathbf{R} , sedangkan daerah hasilnya adalah $[0, \infty)$.

2. $g(x) = 1/x$ mengaitkan setiap bilangan real $x \neq 0$ dengan kebalikannya, yaitu $1/x$.

Daerah asal fungsi ini adalah $\mathbf{R} - \{0\}$, dan daerah hasilnya adalah $\mathbf{R} - \{0\}$ juga.

Catatan

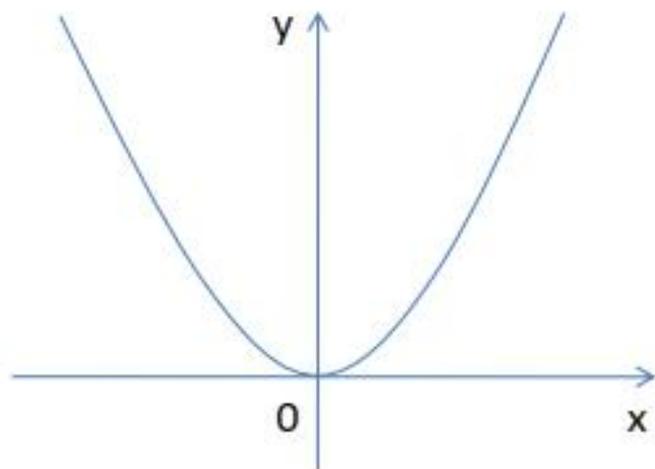
Bila daerah asal suatu fungsi tidak disebutkan secara spesifik, maka kita sepakati bahwa daerah asalnya adalah himpunan bagian *terbesar* dari \mathbf{R} yang membuat fungsi tersebut terdefinisi.

Contoh: Daerah asal fungsi $f(x) = \sqrt{1-x}$ adalah $(-\infty, 1]$.

Grafik Fungsi

Grafik fungsi f adalah grafik persamaan $y = f(x)$ pada sistem koordinat Cartesius.

Sebagai contoh, jika $f(x) = x^2$, maka grafiknya adalah grafik persamaan $y = x^2$.



Ctt. Perhatikan bahwa grafiknya berada di atas sumbu-x, 'berpotongan' dgn sumbu-x di (0,0), dan simetris thd sumbu-y.

Grafik Fungsi Nilai Mutlak

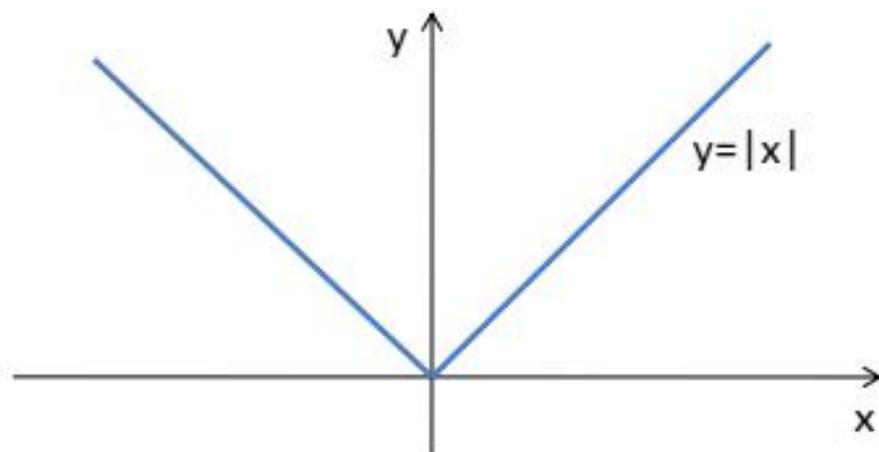
Grafik fungsi $f(x) = |x|$ adalah seperti ini:

Ingat pertaksamaan

$$|x - 3| < |x + 1|.$$

Solusi pertaksamaan ini dapat diperoleh dengan menggambar grafik fungsi $y = |x - 3|$ dan $y = |x + 1|$ pada satu sistem koordinat.

Cobalah!



Latihan

1. Tentukan daerah asal dan daerah nilai fungsi $f(x) = \sqrt{x - x^2}$. (PR #2 utk Rabu 28/8)
2. Gambar grafik fungsi berikut dan tuliskan beberapa karakteristiknya.
 - a. $y = x^3$.
 - b. $y = x^4$.
 - c. $y = 1 - x^4$.
 - d. $y = \sqrt{x - x^2}$.

Sekian dan Terima Kasih

- Seluruh materi presentasi di dapatkan dari website perkuliahan Prof. Hendra Gunawan