

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### **A. Latar Belakang Masalah**

Salah satu kemampuan yang harus dikuasai seorang calon pendidik matematika adalah kemampuan pembuktian matematis. Sebagaimana telah dipaparkan oleh Hermanto, bahwa pembuktian dalam matematika khususnya geometri merupakan hal yang penting. Hal tersebut dapat dikatakan penting karena dalam matematika, pembuktian merupakan suatu hal yang perlu diperhatikan karena pembelajaran matematika tanpa disertai dengan pembuktian tidak mencerminkan teori dan praktek bermatematika. Dalam sebuah definisi yang dicetuskan oleh pemapar juga bahwa kemampuan pembuktian matematis merupakan kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema (Hermanto, 2019: 12).

Salah satu pentingnya suatu pembuktian dalam matematika, yakni karena fungsi-fungsinya yang pokok dalam bermatematika. Seperti halnya diungkapkan oleh Hana, bahwa fungsi bukti dan pembuktian adalah: verifikasi, penjelas, sistematisasi, penemuan, komunikasi, konstruksi, eksplorasi dan penggabungan. (Sundawan, 2018: 15).

Kemampuan pembuktian matematis dibagi menjadi dua, sebagaimana yang telah diungkapkan oleh Sumarmo bahwa kemampuan pembuktian matematis terbagi dua yaitu: kemampuan membaca bukti dan kemampuan mengkonstruksi bukti. Berkaitan dengan kemampuan membaca bukti, seorang pembaca dikatakan memahami teks matematika misalnya sajian bukti matematika, apabila ia dapat mengemukakan gagasan matematika yang termuat dalam teks tersebut secara lisan atau tulisan dengan bahasanya sendiri. Dengan demikian, ia tidak hanya sekedar melafalkan uraian suatu bukti, melainkan mengemukakan makna yang terkandung di dalam bukti matematik yang bersangkutan (Sundawan, 2018: 16).

Hal yang sering ditekankan pada kemampuan pembuktian matematis adalah konstruksi bukti, pada bagian ini memerlukan sistematisasi teori-teori yang digunakan serta mensyaratkan kemampuan mahasiswa dalam menyusun serta mengkonsep suatu teorema dalam alur yang berbeda. Hal tersebut merupakan indikasi bahwa kemampuan pembuktian memerlukan proses generatif dan kreatif di dalamnya serta memerlukan kreativitas dalam mengkonsep teorema yang dipakai dalam alur yang berbeda (Wheeler & Champion, 2013: 1108).

Maka dari itu pada proses mengkontruksi bukti, dapat dipantau pula bagaimana kemampuan berpikir kreatifnya. Kemampuan berpikir kreatif matematis adalah kemampuan dalam matematika yang meliputi empat kriteria, antara lain kelancaran, kelenturan (fleksibilitas), keaslian (orisinalitas) dan kerincian (elaborasi). Kelancaran menjawab adalah kemampuan peserta didik dalam mencetuskan penyelesaian masalah, atau pertanyaan matematika secara tepat. Kelenturan menjawab adalah kemampuan peserta didik dalam menghasilkan gagasan, jawaban, atau pertanyaan yang bervariasi namun harus tetap mengacu pada masalah yang diberikan. Keaslian adalah kemampuan menjawab masalah matematika menggunakan bahasa, cara atau idenya sendiri sehingga ide tersebut tidak pernah terpikirkan oleh orang lain. Elaborasi adalah kemampuan mengembangkan jawaban masalah, gagasan sendiri ataupun gagasan orang lain (Wallas, 2014: 20).

Berpikir kreatif berada pada tingkatan tertinggi bernalar, seperti yang dikemukakan oleh Krulik bahwa berpikir kreatif berada pada tingkatan tertinggi berpikir secara nalar yang tingkatnya di atas berpikir mengingat (*recall*). Dalam penalaran terdapat berpikir dasar (*basic*), berpikir kritis (*critical*), dan berpikir kreatif. Kreativitas erat kaitannya dengan proses berpikir kreatif, dan proses berpikir kreatif erat kaitannya dengan proses mencipta. Siswono menyatakan bahwa mencipta memiliki arti meletakkan elemen-elemen secara bersama-sama untuk membentuk suatu keseluruhan yang berkaitan dan fungsional atau mengatur kembali elemen-elemen ke dalam suatu pola-pola baru (Sari et al., 2017: 19).

Berpikir kreatif memiliki tahap-tahap proses berpikir yang sistematis. Tahapan berpikir kreatif merupakan suatu tahapan yang mengkombinasikan berpikir logis dan berpikir divergen. Berpikir divergen digunakan untuk mencari ide-ide untuk menyelesaikan masalah sedangkan berpikir logis digunakan untuk memverifikasi ide-ide tersebut menjadi sebuah penyelesaian yang kreatif (Siswono, Rosyidi, & Haris, 2005: 2). Tahapan berpikir kreatif merupakan gambaran nyata dalam menjelaskan bagaimana sebuah kreativitas terjadi. Tahapan berpikir kreatif dapat dilihat dari perspektif yang dikembangkan oleh Wallas. Tahapan berpikir kreatif Wallas meliputi empat tahap yaitu tahap persiapan, tahap inkubasi, tahap iluminasi, dan tahap verifikasi (Munandar, 1999: 39).

Salah satu bidang dalam matematika yang diperlukan kreatifitas dalam mengkontuksi bukti matematis adalah geometri. Sebagaimana yang telah dipaparkan oleh Hvidsten, bahwa geometri merupakan satu bagian yang paling kaya dalam eksplorasi matematika. Aspek-aspek visual pada geometri menjadikan eksplorasi dan eksperimentasi alami dan intuitif. Di sisi lain, abtraksi-abstraksi yang dikembangkan untuk menjelaskan pola dan hubungan geometri menjadikan geometri sebagai subyek yang sangat penting dan dapat diterapkan pada bermacam-macam situasi (Noto, 2015: 23).

Geometri adalah penghubung berbagai bidang dalam matematika, sebagaimana menurut Schwartz bahwa geometri merupakan sebuah lem konsep yang menghubungkan berbagai bidang dalam matematika. Dari hal ini dapat dipahami dengan jelas bahwa geometri sangat penting. Sehubungan dengan itu, Walle memaparkan pentingnya geometri untuk dipelajari yaitu: (a) geometri membantu manusia memiliki apresiasi yang utuh tentang dunianya; (b) eksplorasi geometri dapat membantu mengembangkan keterampilan pemecahan masalah; (c) geometri memainkan peranan utama dalam bidang matematika lainnya; (d) geometri penuh dengan tantangan dan menarik (Paradesa, 2016: 57). Geometri berdasarkan sejarahnya pertama-tama muncul sebagai sistem deduktif pada geometri Euclid yang kemudian berkembang di era Felix Klien, dimana geometri didefinisikan sebagai suatu grup dari transformasi-transformasi. Sejak saat itulah istilah transformasi geometri atau geometri transformasi dikenal (Maifa, 2019: 9).

Perkembangan ilmu geometri ini kemudian melahirkan cabang geometri transformasi. Geometri transformasi adalah bagian dari geometri yang memberikan pembahasan tentang geometri dengan pendekatan transformasi. Geometri transformasi sebagai kajian geometri yang mendalami kekongruenan, kesebangunan, dan konsep dasar fungsi, khususnya fungsi satu-satu dari titik-titik pada bidang onto bidang. Pendekatan transformasional mengembangkan geometri dalam suatu alur pemahaman matematika dari aritmatika melalui aljabar menuju kalkulus.

Mata kuliah Geometri Transformasi merupakan salah satu mata kuliah wajib yang harus diambil oleh mahasiswa program studi pendidikan matematika di Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati Bandung pada semester V. Mata kuliah ini bertujuan membekali calon guru matematika dalam salah satu cabang ilmu geometri. Materi yang diberikan meliputi : transformasi, refleksi, isometri, hasil kali transformasi, transformasi balikan, setengah putaran, grup, ruas garis berarah, translasi, rotasi, refleksi geser, isometri lanjutan, transformasi kesebangunan, dan afinitas. Geometri transformasi mempunyai posisi yang strategis untuk menumbuh kembangkan kemampuan berpikir kreatif mahasiswa.

Untuk mengkaji geometri transformasi secara mendalam seperti yang diungkapkan Eccles, tidaklah terlepas dari kemampuan mahasiswa dalam melakukan proses pembuktian. Hal ini sesuai dengan tujuan mata kuliah geometri transformasi yang dimaksudkan untuk memberikan kemampuan pada mahasiswa tentang konsep-konsep dalam geometri melalui pendekatan deduktif. Sehingga memerlukan kreatifitas tertentu oleh mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti. Akan tetapi, perkembangan geometri transformasi saat ini kurang berkembang. Salah satu penyebabnya adalah kesulitan mahasiswa dalam membentuk konstruksi nyata secara teliti dan akurat, serta tidak jarang mahasiswa mengalami kesulitan dalam proses pembuktian.

Bagian terpenting dalam materi geometri transformasi dan sekaligus bagian paling sulit dipahami oleh mahasiswa adalah ketika mahasiswa diminta untuk membuktikan sebuah pemetaan merupakan sebuah transformasi geometri yang selanjutnya cukup disebut transformasi. Subekti & Kusuma menyatakan

bahwa mahasiswa kesulitan untuk menyampaikan ide transformasi terhadap suatu fungsi. Bagian ini adalah bagian yang memerlukan alur berpikir mahasiswa dalam menganalisis secara visual dan analitik hingga mendapatkan model penyelesaian yang tepat. Sebuah pemetaan dapat dikatakan sebagai sebuah transformasi apabila pemetaan tersebut adalah sebuah fungsi bijektif. Kenyataannya mahasiswa masih mengalami kesulitan untuk membuktikan fungsi bijektif tersebut (Maifa, 2019: 9).

Tidak jauh berbeda dengan kesulitan yang ditemui mahasiswa ketika mempelajari materi geometri, Mentaruk dalam penelitiannya juga menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami materi geometri transformasi. Adapun kesulitan yang dialami mahasiswa adalah kesulitan dalam mengidentifikasi data-data yang diperlukan dalam pembuktian dan kesulitan memilih strategi yang diperlukan dalam pembuktian (Mentaruk, 2015 : 189).

Ada beberapa penyebab-penyebab kesulitan mahasiswa dalam membuktikan. Moore menemukan tujuh sumber utama kesulitan mahasiswa dalam menulis bukti yaitu: (1) Mahasiswa tidak mengetahui definisi, yaitu, mereka tidak dapat menyatakan definisi; (2) Mahasiswa memiliki sedikit pemahaman intuitif dari konsep; (3) Gambar konsep mahasiswa kurang memadai untuk melakukan pembuktian; (4) Mahasiswa tidak mampu, atau tidak mau, untuk menghasilkan dan menggunakan contoh sendiri; (5) Mahasiswa tidak tahu cara menggunakan definisi untuk mendapatkan struktur bukti secara menyeluruh; (6) Mahasiswa tidak mampu memahami dan menggunakan bahasa dan notasi matematika; (7) Mahasiswa tidak tahu bagaimana cara memulai bukti (Moore, 1994 : 251-252). Penelitian sebelumnya memperoleh hasil bahwa mahasiswa mengalami kesulitan yang berkaitan dengan pembuktian matematis antara lain: tidak tahu bagaimana memulai konstruksi bukti, tidak dapat menggunakan definisi (konsep) dan prinsip yang sudah diketahui, dan cenderung memulai konstruksi bukti dengan apa yang harus dibuktikan (Sundawan, 2018: 25).

Kesulitan yang dialami mahasiswa perlu adanya analisis lebih lanjut, agar mendapatkan gambaran yang jelas dan rinci atas kelemahan-kelemahan mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi. Berdasarkan paparan yang telah dikemukakan diatas peneliti tertarik untuk mengetahui lebih lanjut kesulitan

mahasiswa membuktikan suatu transformasi ditinjau dari tahapan berpikir kreatif. Oleh karena itu penelitian ini diberi judul **"ANALISIS KESULITAN MAHASISWA DALAM MEMBUKTIKAN SUATU TRANSFORMASI DITINJAU DARI TAHAPAN BERPIKIR KREATIF WALLAS"**

#### **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dipaparkan, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut:

1. Apa saja letak kesulitan yang dialami oleh mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi?
2. Faktor-faktor apa sajakah yang menyebabkan mahasiswa kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian suatu transformasi ditinjau dari tahapan berpikir kreatif Wallas?

#### **C. Tujuan Penelitian**

Adapun tujuan penelitian ini sesuai dengan rumusan masalah yang telah dijabarkan, yaitu:

1. Untuk mengetahui letak-letak kesulitan yang dialami oleh mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi ditinjau dari tahapan berpikir kreatif Wallas.
2. Untuk mengetahui faktor-faktor penyebab mahasiswa kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian suatu transformasi ditinjau dari tahapan berpikir kreatif Wallas.

#### **D. Manfaat Penelitian**

Peneliti berharap penelitian ini memberikan manfaat secara teoritis dan secara praktis, yaitu:

1. Secara Teoritis

Penelitian ini diharapkan memberikan gambaran tentang kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi.

2. Secara Praktis

Adapun manfaat secara praktis untuk beberapa subjek, diantaranya:

- a. Bagi mahasiswa diharapkan dapat mengetahui karakteristik kesulitan yang dialami dalam membuktikan suatu transformasi.
- b. Bagi dosen penelitian ini dapat dijadikan sebagai referensi untuk mengetahui kesulitan-kesulitan mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi dan mengetahui solusi dalam mengatasi kesulitan-kesulitan tersebut.
- c. Bagi peneliti sebagai pemberi informasi kepada pembaca tentang analisis kesulitan mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi berdasarkan ditinjau dari tahapan berpikir kreatif Wallas.

#### **E. Kerangka Pemikiran**

Geometri transformasi merupakan bagian yang tak terpisahkan dalam pembelajaran matematika. Akan tetapi perkembangan transformasi pada pembelajaran geometri transformasi kurang berkembang. Salah satu penyebabnya adalah kesulitan mahasiswa dalam proses membuktikan suatu transformasi. Kesulitan dalam menganalisis sifat-sifat transformasi yang diwujudkan dalam bentuk teorema-teorema sehingga tercipta sebuah konsep banyak dialami mahasiswa. Pembuktian merupakan suatu hal yang perlu diperhatikan karena pembelajaran matematika tanpa disertai dengan pembuktian tidak mencerminkan teori dan praktek bermatematika. Moore menemukan tujuh sumber utama kesulitan siswa dalam menulis bukti yaitu: (1) Mahasiswa tidak mengetahui definisi, yaitu, mereka tidak dapat menyatakan definisi; (2) Mahasiswa memiliki sedikit pemahaman intuitif dari konsep; (3) Gambar konsep mahasiswa kurang memadai untuk melakukan pembuktian; (4) Mahasiswa tidak mampu, atau tidak mau, untuk menghasilkan dan menggunakan contoh sendiri; (5) Mahasiswa tidak tahu cara menggunakan definisi untuk mendapatkan struktur bukti secara menyeluruh; (6) Mahasiswa tidak mampu memahami dan menggunakan bahasa dan notasi matematika; (7) Mahasiswa tidak tahu bagaimana cara memulai bukti (Moore, 1994 : 251-252).

Pada penelitian ini, yang menjadi fokus penelitian adalah pembuktian suatu transformasi pada dua ujian, yaitu Ujian Tengah Semester (UTS) dan Ujian

Akhir Semester (UAS). Pada aspek-aspek yang diukur pada kemampuan pembuktian matematis mahasiswa, akan dideteksi dan dianalisis apa saja kesulitan-kesulitan mahasiswa pada proses membuktikan tersebut. Adapun kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika (kemampuan membaca bukti) serta menyusun bukti (kemampuan mengkonstruksi bukti) kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema. Kemampuan pembuktian matematis dibagi menjadi dua, yaitu: kemampuan membaca bukti dan kemampuan mengkonstruksi bukti.

Berdasarkan aspek-aspek yang diukur dalam kemampuan pembuktian matematis, peneliti hanya akan meninjau aspek mengkonstruksi bukti dari tahapan berpikir kreatif Wallas yang meliputi pada tahap persiapan, terdiri atas perbuatan menelaah, mempertanyakan, mengalami dan menyerap informasi yang akan mengisi kekosongan-kekosongan yang diamati oleh mahasiswa. Persiapan ini membutuhkan kombinasi baru, hubungan-hubungan baru, pengerjaan baru secara teliti, dan penerapan baru. Pada tahap ini mahasiswa mempersiapkan diri untuk membuktikan suatu transformasi dengan cara mengumpulkan data yang relevan dari pengalaman sebelumnya maupun pengetahuan yang baru. Pada tahap inkubasi meliputi (a) waktu untuk beristirahat dan menghilangkan ketegangan-ketegangan, (b) waktu untuk mengasimilasi ide-ide ke dalam proses berpikir, (c) waktu untuk menyusun kembali informasi ke dalam urutan-urutan pembuktian, dan (d) waktu untuk masuknya berbagai ide ke dalam pusat pikiran. Pada tahap ini mahasiswa seakan-akan melepaskan diri secara sementara dari masalah pembuktian tersebut tetapi “mengeramnya” dalam pra-sadar. Pada tahap iluminasi, yaitu tahap dimana waktu dipusatkan untuk penelitian, studi, dan inkubasi sehingga terjadi konsepsi yang jelas untuk membuktikan suatu transformasi. Pada tahap ini dicapai insight (pemahaman) yang jelas tentang masalah pembuktian yang dihadapi, timbul inspirasi, dan ide-ide yang mengawali dan mengikuti munculnya inspirasi dan gagasan baru. Pada tahap terakhir yakni tahap verifikasi, pemikiran mahasiswa kembali untuk memperbaiki pembuktian



yang telah dilakukan. Pada tahap ini seseorang menguji dan memeriksa hasil pembuktian tersebut terhadap realitas.

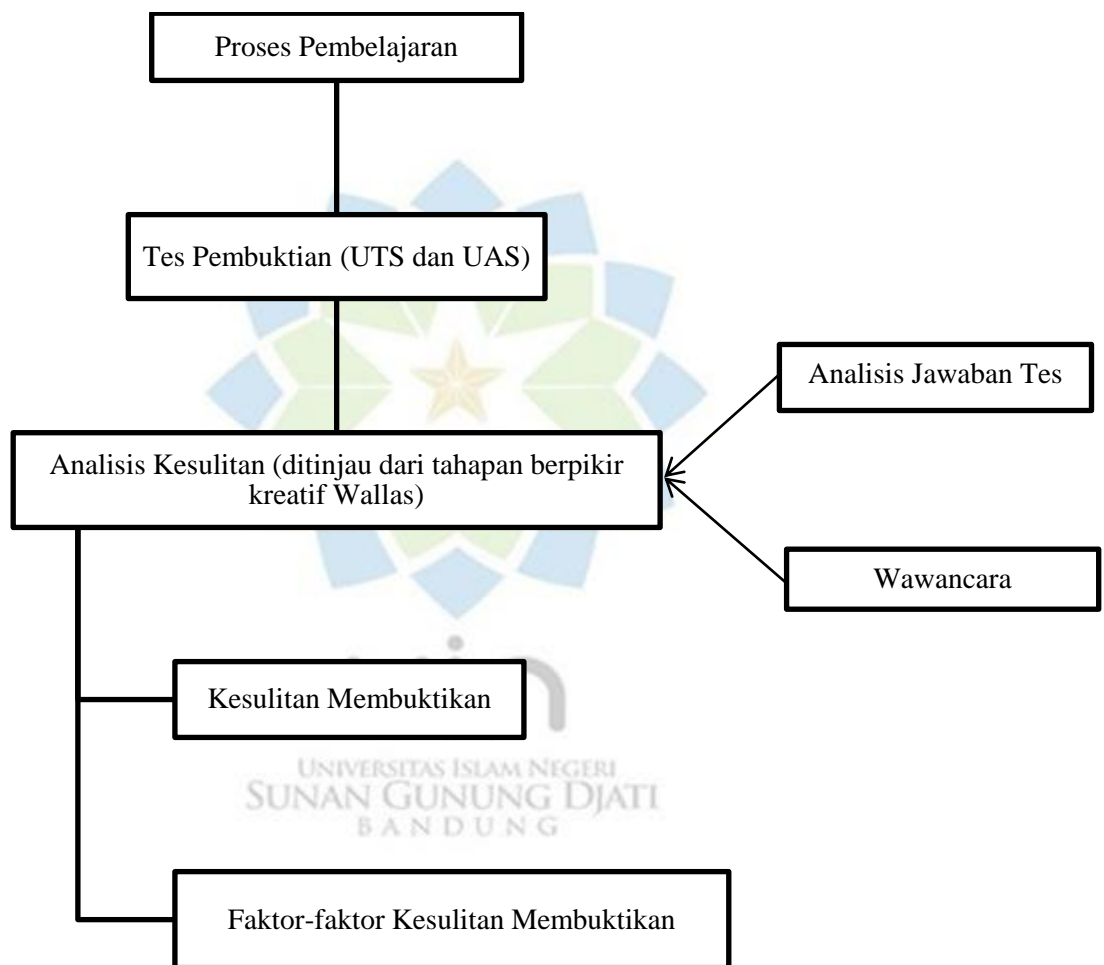
Terdapat kriteria-kriteria pada berpikir kreatif, antara lain keterampilan berpikir lancar, keterampilan berpikir luwes (fleksibilitas), keterampilan berpikir orisinal/keaslian (orisinalitas) dan keterampilan berpikir rinci (elaborasi). Adapun indikator tahapan berpikir kreatif Wallas berdasarkan kriteria berpikir kreatif pada kemampuan pembuktian matematis dapat dilihat pada tabel berikut:

**Tabel 1.1 Indikator Berpikir Kreatif Berdasarkan Tahapan Wallas pada Kemampuan Pembuktian Matematis**

Tahap Wallas	Kriteria berpikir kreatif	Indikator Tahapan Berpikir Kreatif Wallas
Preparasi	Kelancaran	Mahasiswa membaca soal pembuktian, kemudian mencetuskan banyak pernyataan pada soal dengan menuliskan apa yang diketahui dan ditanya dengan lancar.
	Kelenturan (fleksibilitas)	Mahasiswa menggunakan bahasa sendiri.
	Keaslian (orisinalitas)	Mahasiswa membuat konsep pembuktian yang unik.
	Kerincian (elaborasi)	Mahasiswa memperinci secara detail apa yang diketahui.
Inkubasi	Kelancaran	Mahasiswa memikirkan lebih dari satu ide yang dituangkan
	Kelenturan (fleksibilitas)	Mahasiswa mencari strategi yang sesuai untuk mengkontruksi bukti.
	Keaslian (orisinalitas)	Mahasiswa memikirkan cara yang unik dalam mengkontruksi bukti
	Kerincian (elaborasi)	Mahasiswa memikirkan kontruksi yang lebih runtut
Iluminasi	Kelancaran	Mahasiswa mendapatkan ide untuk mengkontruksi bukti secara tepat.
	Kelenturan (fleksibilitas)	Mahasiswa mampu menunjukkan ide kontruksi bukti yang bervariasi.
	Keaslian (orisinalitas)	Mahasiswa mampu menunjukkan pemahaman yang lebih dengan mencetuskan ide kontruksi bukti yang unik.
	Kerincian (elaborasi)	Mahasiswa mampu mengembangkan ide kontruksi bukti secara runtut.
Verifikasi	Kelancaran	Mahasiswa mengkontruksi bukti secara tepat.
	Kelenturan (fleksibilitas)	Mahasiswa mengkontruksi bukti secara bervariasi.
	Keaslian (orisinalitas)	Mahasiswa mengkontruksi bukti dengan cara yang unik.
	Kerincian (elaborasi)	Mahasiswa menguraikan dan memeriksa ulang hasil pembuktian secara runtut.

Uraian indikator berpikir kreatif berdasarkan tahapan wallas pada kemampuan pembuktian Matematis tersebut, tidak dapat semua terlihat dari jawaban tes mahasiswa. Sehingga, diperlukan pengambilan data lain berupa

wawancara dan observasi untuk memperoleh informasi lebih mengenai kesulitan mahasiswa dalam membuktikan suatu transformasi yang ditinjau dari tahapan berpikir kreatif Wallas. Wawancara dilakukan secara mendalam untuk mengetahui kondisi, dan proses pada saat mengerjakan mahasiswa tes. Kemudian, data yang diperoleh dideskripsikan dan dianalisis. Berdasarkan uraian diatas bila disajikan dalam skema, kerangka pemikiran dapat dilihat pada gambar berikut:



**Gambar 1.1** Kerangka Pemikiran

## F. Hasil Penelitian Terdahulu

Penelitian terdahulu dijadikan penulis sebagai bahan rujukan, penelitian melakukan pencarian yang sesuai atau berkaitan dengan apa yang akan diteliti oleh penulis, yang nantinya akan membantu penulis dalam melakukan penelitian ini. Dalam mencari rujukan penulis mencari beberapa penelitian terdahulu yang berkaitan dengan analisis kesulitan pembuktian.

Penelitian sebelumnya (Any Trisetyorini, 2014) menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan yang berkaitan dengan pembuktian yaitu diantaranya, mahasiswa dengan kemampuan awal tinggi tidak mengalami kesulitan dalam membuktikan berdasarkan definisi. Mahasiswa dengan pengetahuan awal sedang mengalami kesulitan dalam memahami definisi dan menuliskan bukti secara lengkap. Pada mahasiswa dengan kemampuan awal rendah mengalami kesulitan dalam memahami definisi, menuliskan bukti secara lengkap dan menggunakan symbol dan kalimat matematis dalam pembuktian.

Pada penelitian (Mentaruk, 2015), ia menemukan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami materi geometri transformasi. Adapun kesulitan yang dialami mahasiswa adalah kesulitan dalam mengidentifikasi data-data yang diperlukan dalam pembuktian dan kesulitan memilih strategi yang diperlukan dalam pembuktian.

