

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan skripsi yang berjudul Nilai Ketakteraturan Refleksif Titik pada Graf Petersen Diperumum $P(n, 2)$.

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan pokok bahasan yang memiliki banyak terapan sampai saat ini. Graf adalah pasangan himpunan titik dan himpunan sisi, secara berturut-turut dinotasikan dengan V dan E . Setiap elemen pada V direpresentasikan oleh lingkaran kecil dan setiap elemen pada E direpresentasikan oleh garis yang ditarik di antara dua elemen V yang sesuai. [1]

Pada tahun 1736, Leonhard Euler adalah seorang Matematikawan Swiss yang pertama kali memperkenalkan teori graf dalam permasalahan jembatan Konigsberg. Di kota Konigsberg, sekarang bernama kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Ada tujuh buah jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai tersebut. Dalam masalah ini, Euler berhasil menunjukkan kemungkinan ketujuh buah jembatan tersebut masing-masing dilalui tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat semula dengan menggunakan teori graf. [2]

Penelitian topik pada teori graf terus mengalami perkembangan, salah satunya adalah pelabelan graf. Topik ini dipandang menarik karena model-model yang ada pada pelabelan graf berguna untuk aplikasi yang luas. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sadláček (1964), Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Pelabelan graf adalah suatu pemetaan himpunan elemen graf ke himpunan bilangan bulat positif. Jika domainnya adalah himpunan titik, maka pelabelannya disebut pelabelan titik. Jika domainnya adalah himpunan sisi, maka pelabelannya disebut pelabelan sisi. Dan jika domainnya adalah $V \cup E$, maka disebut pelabelan total. [3]

Selama tiga dekade terakhir, lebih dari 1000 paper tentang metode pelabelan graf lahir. Pada tahun 1988, Gary Chartand, Michael S. Jacobson, Jenö Lehel, Ortrud R. Oellermann, Sergio Ruiz, dan Farrokh Saba membahas penetapan bilangan bulat positif ke sisi dari graf terhubung sederhana dengan orde minimal 3 sedemikian rupa sehingga graf menjadi tak teratur. Nilai k terkecil sehingga graf G memiliki pelabelan- k tak teratur disebut nilai ketakaturan pada suatu graf G , $s(G)$. [4][5]

Pada tahun 2007, Martin Bača, Stanislav Jendrol, Mirka Miller, dan Joseph Ryan membahas pelabelan- k tak teratur titik pada suatu graf G pada paper *On Irregular Total Labellings*. Pelabelan- k total disebut pelabelan- k tak teratur titik jika untuk setiap dua titik yang berbeda u dan v , keduanya memiliki bobot yang berbeda, yakni $wt(u) \neq wt(v)$. Nilai k terkecil sehingga graf G memiliki pelabelan- k tak teratur titik disebut nilai total ketakaturan titik pada suatu graf G , $tvs(G)$. [6]

Pada tahun 2017, Joseph Ryan, Bhagya Munasinghe, dan Dushyant Tanna menggabungkan pembahasan $s(G)$ dan $tvs(G)$ dengan mengidentifikasi label titik sebagai *loop* yang disebut sebagai pelabelan refleksif tak teratur. Hal ini memberi akibat pada label titiknya. Pertama, label titiknya adalah bilangan positif genap (karena setiap *loop* menambahkan 2 ke derajat titik). Kedua, label titik 0 diijinkan mewakili titik tanpa *loop*. [7]

Pada tahun 2018, Dushyant Tanna, Joe Ryan, Andrea Semaničova-Feřnovčikova, dan Martin Bača membahas pelabelan- k refleksif tak teratur titik pada suatu graf G pada paper *Vertex Irregular Reflexive Labeling of Prisms and Wheels*. Pelabelan- k total disebut pelabelan- k refleksif tak teratur titik jika untuk setiap dua titik yang berbeda u dan v , keduanya memiliki bobot yang berbeda, yakni $wt(u) \neq wt(v)$. Nilai k terkecil sehingga graf G memiliki pelabelan- k refleksif tak teratur titik disebut nilai ketakaturan refleksif titik pada suatu graf G , $rvs(G)$. [8]

Penelitian tentang nilai ketakaturan refleksif titik dapat dilakukan pada banyak jenis graf, namun penulis akan mencobanya pada graf Petersen diperumum $P(n, 2)$. Graf ini menarik untuk dikaji karena memiliki macam-macam graf di dalamnya, salah satunya adalah graf Petersen yang diambil dari nama seseorang yang telah membuktikan bahwa graf Petersen tidak terfaktor-1, yakni Peter Christian Julius Petersen. [9]

Karena masih sedikit penelitian yang membahas nilai ketakteraturan refleksif titik pada suatu graf G dan belum ada yang membahasnya pada graf Petersen diperumum $P(n, 2)$, penulis tertarik untuk meneliti nilai ketakteraturan refleksif titik pada graf Petersen diperumum $P(n, 2)$.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana pelabelan refleksif tak teratur titik pada suatu graf?
2. Bagaimana cara menentukan nilai ketakteraturan refeksif titik pada graf Petersen diperumum $P(n, 2)$?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Pelabelan yang dikaji adalah pelabelan refleksif tak teratur titik pada suatu graf.
2. Graf yang dikaji adalah graf Petersen diperumum $P(n, 2)$ dengan $n \geq 5$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dari skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui pelabelan refeksif tak teratur titik pada suatu graf.
2. Untuk mengetahui bagaimana nilai ketakteraturan refleksif titik pada graf Petersen diperumum $P(n, 2)$.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Studi literatur berupa pemahaman mendalam tentang suatu graf yaitu graf Petersen diperumum $P(n, 2)$ dengan $n \geq 5$.
2. Pendalaman kajian tentang nilai ketakteraturan refleksif titik dari suatu graf.
3. Beberapa teori yang berhubungan dengan pembahasan diperoleh dari berbagai buku dan jurnal, baik *online* maupun *offline*.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut.

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori yang mendasari pembahasan dalam skripsi ini.

BAB III NILAI KETAKTERATURAN REFLEKSIF TITIK PADA GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P(n, 2)$

Bab ini berisi pembahasan utama dari skripsi ini, meliputi nilai ketakteraturan refleksif titik dan teorema yang membuktikan nilai ketakteraturan refleksif titik pada graf Petersen diperumum $P(n, 2)$.

BAB IV PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji. Selain itu, terdapat saran untuk pengembangan lebih lanjut mengenai pembahasan tersebut. Kemudian diakhiri dengan daftar pustaka.

