

# BELAJAR DAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA



**Dr. Wati Susilawati, M.Pd**

**ISBN. 978-602-7755-10-9**  
**PENERBIT: CV INSAN MANDIRI**

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warohmatullohi Wabarokatuh*

Salah satu kebutuhan dasar manusia adalah membangun sistem berpikir untuk menyelesaikan masalah kehidupan. Kebutuhan tersebut diperoleh melalui berlatih mengembangkan strategi berpikir. Dengan demikian, pembelajaran matematika dapat dipandang sebagai salah satu wahana untuk memenuhi kebutuhan dasar manusia.

Pembelajaran matematika seseorang akan mengalami perkembangan, sesuai perkembangan IPTEKS. Perkembangan kebutuhan pembelajaran matematika tersebut dapat ditunjukkan dengan adanya peran serta semua insan akademik, baik dari lingkungan sekolah maupun perguruan tinggi, ikut memberi andil secara berarti dalam mengembangkan kualitas pembelajaran matematika. Produk yang dihasilkan dari para pakar pendidikan matematika dari berbagai kalangan, ikut memberi warna terhadap peningkatan kualitas pembelajaran matematika.

Sebuah buku berjudul “Belajar dan Pembelajaran Matematika” mengupas berbagai konsep pembelajaran matematika melalui model, srategi, pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran matematika serta menawarkan berbagai alternatif pembelajaran matematika yang bergeser dari pola lama menuju pembelajaran matematika pada era globalisasi.

Sebagai seorang muslim, saya meyakini bahwa ilmu yang bermanfaat yang kita peroleh hendaknya disebarluaskan, karena merupakan suatu amalan yang tidak terputus. Buku ini dapat dipergunakan sebagai bahan bacaan baik bagi guru maupun calon guru matematika.

Akhirul kata, semoga apa yang diberikan dalam buku ini mendapat ridlo-Nya dan mohon maaf segala kesalahan yang telah saya lakukan. *Wassalamu'alaikum Warohmatullohi Wabarokatuh.*

Penulis, Juli 2020

## DAFTAR ISI

A. KATA PENGANTAR.....	ii
B. DAFTAR ISI .....	.iii
C. PENDAHULUAN.....	.1
BAB I ANALISIS ARTIKEL MODEL PEMBELAJARAN ..	
MATEMATIKA BERBASIS Riset.....	4
BAB II GRAND TEORI PEMBELAJARAN MATEMATIKA.....	5
BAB III HAKIKAT MATEMATIKA.....	11
BAB IV IDEOLOGI –IDEOLOGI PENDIDIKAN MATEMATIKA.....	14
BAB V PERUBAHAN PARADIGMA MENGAJAR KE	
PEMBELAJARAN MATEMATIKA.....	16
BAB VI PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERLANDASKAN	
KONSTRUKTIVIS.....	21
BAB VII PEMBELAJARAN MEMBACA MATEMATIKA/	
LITERASI MATEMATIS.....	25
BAB VIII MENINGKATKAN AKTIFITAS BELAJAR .MATEMATIKA.....	29
BAB IX PEMBELAJARAN MATEMATIKA ABAD GLOBAL .....	34
BAB X MODEL, STRATEGI, PENDEKATAN, METODE DAN	
TEKNIK PEMBELAJARAN MATEMATIKA REFORMASI.....	40
BAB XI PROBLEM SOLVING.....	59
BAB XII APLIKASI ICT DALAM MODEL, STRATEGI,	
PENDEKATAN, METODE DAN TEKNIK PEMBELAJARAN	
MATEMATIKA.....	96
Daftar Pustaka.....	99

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Perkuliahan Belajar dan Pembelajaran Matematika sebagai bagian integral dari penerapan khusus kuliah belajar dan pembelajaran dalam bidang studi matematika di sekolah, yang harus disesuaikan dengan struktur Kurikulum 2019.

Pada pelaksanaan kegiatan belajar dalam perkuliahan ini, mahasiswa tidak lagi dibekali pengetahuan secara teoritik, melainkan diarahkan pada implementasi pembelajaran matematika sekolah. Strategi yang digunakan dalam perkuliahan ini lebih ditekankan pada upaya pemahaman secara mendalam tentang model pembelajaran berbasis riset, model –model pembelajaran inovatif, strategi belajar-mengajar, pendekatan pembelajaran, metode pembelajaran, serta teknik pembelajaran matematika. Selain itu mahasiswa diberi kesempatan untuk mengungkapkan pengalaman nyata dari sekolah untuk membuat artikel berdasarkan literatur.

Untuk mengintensifkan pemahaman dan kajian yang ditampilkan dalam buku ini, mahasiswa dituntut terlibat aktif dalam bentuk, diskusi kelompok, tanya jawab, penugasan, dan praktek dalam ruang kuliah berupa simulasi, hal yang penting adalah bahwa mahasiswa datang di ruang kuliah tidak hanya duduk manis, hadir fisik saja akan tetapi telah siap belajar dengan mental, pikiran dan berbekal problem sesuai dengan usahanya. Berdasarkan asumsi bahwa setiap mahasiswa adalah individu yang memiliki potensi sebagai pebelajar mandiri baik dari sumber lain, media masa, atau lingkungannya dan sebagai pemecah masalah sepanjang hidup.

Pernahkah anda sebagai pendidik mengalami kejenuhan saat pembelajaran karena siswanya tidak serius memperhatikan apa yang sedang anda jelaskan di depan kelas? Setelah anda menegur dengan suara keras atau membentak bahkan memarahi siswa tersebut, anda akan sedikit merasa lega, karena anda berfikir bahwa siswa tersebut mau mendengarkan apa yang anda jelaskan. Siswa tersebut dengan terpaksa mendengarkan atau bahkan melayang pikirannya entah kemana karena ia tidak menyukai atau bosan untuk mendengarkan apa yang anda jelaskan. Tapi pernahkah anda berpikir bahwa siswa-siswa tidak tertarik pada anda saat menjelaskan di depan kelas karena metoda yang anda pakai itu tidak menarik perhatian siswa? Pernahkah anda berpikir untuk merubah metoda mengajar dengan sesuatu model, strategi, pendekatan, metoda, dan teknik pembelajaran yang menarik perhatian siswa?

Dengan komitmen bahwa kalau respon siswa salah untuk tidak dimarahi karena tidak akan memperbaiki keadaan malahan akan timbul rasa cemas dan frustasi. Mudah-mudahan tidak terdengar lagi guru matematika di sekolah yang pemaarah, kurang toleransi, angker, sulit bersosialisasi, dan semacamnya. Sehingga akan memperbaiki citra pembelajaran matematika di sekolah menyenangkan (*enjoy*) tidak lagi menakutkan.

### B. Tujuan Perkuliahan

Perkuliahan Belajar dan Pembelajaran matematika bertujuan agar mahasiswa calon guru memiliki kemampuan untuk mengenal model-model desain pembelajaran matematika, konsep-konsep matematika yang berkaitan dengan realita kehidupan di masyarakat dan lingkungan, memiliki keterampilan dasar berpikir logis, kreatif dan kritis dalam memahami masalah, mengomunikasikan masalah, memberikan penalaran terhadap masalah, mengkoneksikan masalah, terampil memecahkan permasalahan

dalam kehidupan sehari-hari serta mampu mengaplikasikan model-model pembelajaran, strategi, pendekatan, metode dan teknik-teknik dalam pembelajaran matematika yang aktual sesuai tuntutan di sekolah.

### C. Peta Konsep

Ruang lingkup perkuliahan Belajar dan Pembelajaran Matematika yang terdiri atas berbagai topik sesuai dengan kompetensi inti yaitu memahami proses belajar dan pembelajaran matematika di sekolah, dan kompetensi dasarnya adalah mengimplementasikan berbagai desain, model, strategi, pendekatan, metode dan teknik-teknik pembelajaran matematika sekolah sesuai dengan Kurikulum Tematik Integratif.

Ruang lingkungannya meliputi: hakikat dan karakteristik matematika, teori-teori pembelajaran matematika, idiologi-idiologi pendidikan matematika, perubahan paradigma mengajar ke pembelajaran matematika, sistem belajar dan pembelajaran matematika, pembelajaran tematik, proses belajar-mengajar matematika yang efektif, meningkatkan aktifitas belajar matematika, pembelajaran matematika berlandaskan konstruktivistik, pembelajaran membaca matematika, pembelajaran matematika abad globalisasi, *problem solving*, pengelolaan kelas, pembelajaran dengan pendekatan scientific, penilaian autentik, kurikulum tematik integratif.

Aplikasi pembelajaran mata kuliah ini berlandaskan pembelajaran bermakna (*meaningful*), sesuai pendapat (Sumarmo 2010) bahwa empat pilar Pendidikan Universal (UNESCO).

- (1) Proses *learning to know*. Siswa belajar untuk mengetahui/memahami secara bermakna fakta, konsep, prinsip, hukum, teori, model dan ide matematika, hubungan antar ide tersebut dan alasan yang mendasarinya, serta menggunakan ide untuk menjelaskan dan memprediksi proses matematika.
- (2) Proses *learning to do*. Siswa belajar melakukan, didorong melaksanakan proses matematika *doing math* secara aktif untuk memacu peningkatan perkembangan intelektualnya. Pandangan yang mendukung penerapan "*learning to do*" adalah pembelajaran matematika yang berorientasi pada pendekatan konstruktivisme. Siswa membentuk pengetahuannya melalui interaksi dengan lingkungan dalam proses asimilasi dan akomodasi. Proses asimilasi yaitu proses pengintegrasian secara langsung stimulus kedalam skemata yang telah terbentuk, sehingga menghasilkan pertumbuhan skemata secara kuantitas. Sedangkan akomodasi adalah proses pengintegrasian stimulus baru ke dalam skema yang telah terbentuk secara tidak langsung, sehingga menghasilkan perubahan skemata secara kualitas. Contoh, seorang anak menyebut cecak besar pada buaya. Dasarnya ia mengasimilasi stimulus buaya ke dalam skema cecak.
- (3) Proses *learning to be*. Siswa belajar menjiwai, menghargai atau mempunyai apresiasi terhadap nilai-nilai dan keindahan akan proses dan produk matematika, yang ditunjukkan dengan sikap senang belajar, bekerja keras, ulet, sabar, disiplin, jujur, serta mempunyai motif berprestasi yang tinggi, dan rasa percaya diri. Aspek-aspek afektif di atas, mendukung usaha siswa untuk meningkatkan kecerdasan dan mengembangkan keterampilan intelektual dirinya secara berkelanjutan.
- (4) Proses *learning to live together in peace and harmony*. Siswa belajar bagaimana seharusnya belajar *learning to learn*, serta belajar bersosialisasi dan berkomunikasi dalam matematika, melalui bekerja/belajar bersama dalam kelompok kecil, secara klasikal, saling menghargai pendapat orang lain, menerima pendapat yang berbeda,

belajar mengemukakan pendapat dan bersedia “*sharing ideas*” dengan sesama teman dalam kegiatan matematika. Dengan pola belajar seperti di atas akan terjadi komunikasi multi arah. Mahasiswa bisa mengaitkan konsep yang dipelajari dengan konsep yang telah dimiliki berdasarkan pengalaman sehingga diharapkan situasi kelas yang kondusif, mahasiswa terlibat aktif fisik, mental, kognitif, afektif serta psikomotoriknya relevan dengan proses berfikir yang komprehensif.

Perubahan pandangan dalam pembelajaran matematika untuk mendukung berlangsungnya ke-empat pilar di atas (Sumarmo 2010) berpendapat:

- (a) Dari pandangan kelas sebagai kumpulan individu ke arah kelas sebagai komunitas (masyarakat belajar).
- (b) Dari pandangan pencapaian jawaban yang benar saja ke arah logika dan peristiwa matematika sebagai verifikasi.
- (c) Dari pandangan guru sebagai pengajar (instruktur) ke arah pendidik, motivator, fasilitator, dan manajer belajar.
- (d) Dari penekanan pada mengingat prosedur penyelesaian ke arah pemahaman, *problem solving*, komunikasi, koneksi dan penalaran matematika melalui *reinvention*.
- (e) Dari penekanan pada menemukan jawaban secara mekanistik ke arah menyusun konjektur, menemukan, dan pemecahan masalah.
- (f) Dari memandang dan memperlakukan matematika sebagai “kumpulan konsep dan prosedur yang terisolasi, ke arah hubungan antar konsep, idea matematika dan aplikasinya”.

Relevansinya semoga para guru bisa menciptakan kondisi proses pembelajaran matematika di sekolah yang menyenangkan sehingga menghasilkan siswa yang berkualitas mampu mandiri berkompetensi sesuai tuntutan abad globalisasi.

**BAB I**

**ANALISIS ARTIKEL**

**MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS RISET**

**A. Kompetensi Pembelajaran**

Dengan menyelesaikan teks ini, anda akan mampu:

1. Memperkaya bahan ajar menggunakan hasil penelitian pendidikan matematika.
2. Mendeskripsikan model-model pembelajaran matematika berbasis Riset.
3. Mendesain model pembelajaran matematika berbasis Riset .
4. Merelasikan kelebihan dan kekurangan dari artikel yang dibedah.

B. Baca dan Pahami artikel di bawah ini,

Contoh artikel 1:

Usman Mulbar, 2013, Pengembangan model pembelajaran matematika dengan memanfaatkan sistem sosial masyarakat. Jurnal Cakrawala Pendidikan, th. XXXII, No. 3. DOI: 10.21831/cp.v3i3.1629

C. Contoh artikel 2:

Heriyadi, Rully Charitas Indra Prahmana, 2020. Pengembangan lembar kegiatan siswa menggunakan pendekatan pendidikan matematika realistik AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika. Volume 9, No. 2, 2020, 395-412. DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i2.2782>.

**Contoh artikel 3.** Efuansyah, E., & Wahyuni, R. (2018). Pengembangan Bahan Ajar Matematika Berbasis PMRI pada Materi Kubus dan Balok Kelas VIII. Jurnal Derivat: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika, 5(2), 28-41.

Zulkardi & Putri, R. I. I. (2010).

**Contoh artikel 4.** Zulkardi & Putri, R. I. I. (2010). Pengembangan Blog Support untuk Membantu Siswa dan Guru Matematika Indonesia Belajar Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Jurnal Inovasi Perakayasa Pendidikan (JIPP), 2(1), 1-24.

## BAB II

### GRAND TEORI PEMBELAJARAN MATEMATIKA

#### A. Kompetensi Pembelajaran

Dengan menyelesaikan teks ini, anda akan mampu:

1. Mengembangkan teori-teori yang diperoleh dari pengalaman empiris dengan menggabungkan kajian teori dengan proses kegiatan pembelajaran.
2. Dapat menghasilkan landasan teori melalui kajian pendekatan kualitatif.
3. Menerapkan berbagai pendekatan, strategi, metode, dan teknik pembelajaran yang mendidik secara kreatif dalam mata pelajaran yang diampu.
4. Mengolah materi pelajaran yang diampu secara kreatif.
5. Berkomunikasi dengan teman sejawat dan komunitas ilmiah lainnya secara santun, empatik dan efektif.

Teori pembelajaran dibangun melalui sintesis dari teori yang berkembang sebelumnya yaitu teori behaviorisme, humanisme, kognitivisme, konstruktivisme (Farkhan, 2008; Prahmana, 2018)

1. Teori belajar behaviorisme menekankan pada peran aspek lingkungan di luar diri dalam pemerolehan kompetensi pada aspek kolaborasi antara mahasiswa dengan objek kajian, rekan sejawat, dosen dan lingkungannya dalam upaya mengonstruksi pengetahuannya, memandang belajar sebagai hasil dari pembentukan stimulus dan response. Tokoh teori behaviorisme dikenal sebagai ahli psikologi tingkah laku (behaviorist) diantaranya adalah Burrhus F. Skinner, Thorndike, dan Robert M. Gagne. Sebagian lagi dikenal sebagai ahli psikologi kognitif (cognitive science). Contohnya adalah Jean Piaget; Zoltan P. Dienes; Richard R. Skemp; David P. Ausubel; Jerome Bruner; maupun Lev. S. Vygotsky.
2. Teori humanisme adalah teori belajar yang memanusiakan manusia, bagaimana belajar yang bisa meningkatkan kreativitas dan memanfaatkan potensi yang ada pada seseorang, dengan para tokoh diantaranya Abraham Maslow proses belajar yang dilaluinya untuk mengaktualisasikan dirinya. Carl Ransom Rogers pembelajaran terjadi melalui fenomena hidup atau pengalaman yang dialami setiap orang. Arthur Combs dengan tidak memaksa seseorang untuk mempelajari hal yang tidak disukai, Kolb belajar merupakan pengalaman yang dialaminya, Honey dan Mumford belajar berkontribusi dalam kegiatan untuk menginginkan pengalaman baru. Habermas dengan teori belajar proses interaksi dengan lingkungannya, Bloom dan Krathwohl dengan teori kognitif afektif dan psikomotorik.
3. Teori kognitivisme menekankan keterlibatan aktif akal pikiran dan inisiatif seseorang dalam kegiatan pembelajaran. Kekuatan teori ini terletak pada upaya seseorang untuk menguasai suatu pengetahuan dan keterampilan berdasarkan keaktifannya dalam usaha memberikan makna terhadap berbagai informasi. Tokoh ahli psikologi kognitif (cognitive science) adalah Jean Piaget; Zoltan P. Dienes; Richard R. Skemp; David P. Ausubel; Jerome Bruner; maupun Lev. S. Vygotsky.
4. Teori konstruktivisme; lebih menekankan aspek proses konstruktif yang dilakukan individu. teori konstruktivisme memiliki empat ciri utama, yaitu mahasiswa merekonstruksi pemahamannya sendiri-sendiri, pengetahuan baru dibangun berdasarkan pemahaman dan pengetahuan sebelumnya, pemahaman diperoleh melalui interaksi sosial yang dilakukan individu, dan belajar melalui pengalaman untuk membangun pengetahuan yang bermakna. Tokoh teori konstruktivisme



diantaranya John Dewey dengan pembelajaran demokrasi, berbasis proyek, dan refleksi, Jean Piaget aktif terlibat membangun pengetahuan sendiri dan Lev Vygotski dengan teori interaksi sosial, **Bruner dan belajar penemuan**

## B. Teori-Teori Pembelajaran Matematika

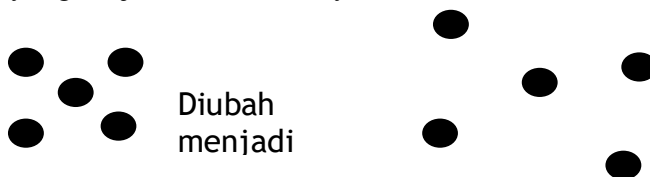
Teori belajar yang dijadikan landasan proses belajar-mengajar matematika menurut (Sumarmo 2010)

### 1. Teori Jean Piaget

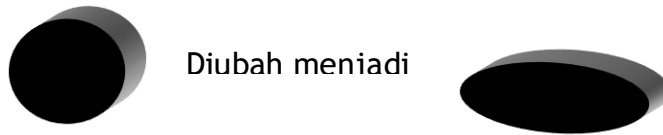
Jean Piaget menyebut bahwa struktur kognitif sebagai skemata. Perkembangan skemata berlangsung terus-menerus melalui adaptasi dengan lingkungannya. Adaptasi ini terdiri dari dua proses yang komplementer serta terjadi secara simultan, yaitu asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah proses pengintegrasian secara langsung stimulus ke dalam skemata yang telah terbentuk. Sedangkan akomodasi adalah proses pengintegrasian stimulus baru ke dalam skema yang telah terbentuk secara tidak langsung. Dalam struktur kognitif setiap individu mesti ada kesinambungan antara asimilasi dan akomodasi. Selain dari pada itu perkembangan kognitif seorang individu dipengaruhi pula oleh lingkungan dan transmisi sosial.

Berdasarkan hasil penelitiannya tahun 1950 di Negeri Swiss terhadap anak-anak dari golongan menengah, Piaget mengemukakan bahwa ada empat tahap perkembangan kognitif dari setiap individu yang berkembang secara kronologis yaitu:

- a. Tahap sensori motor, dari lahir sampai 2 tahun.
  - b. Tahap pra operasi, dari sekitar umur 2 tahun sampai dengan sekitar 7 tahun.
  - c. Tahap oprasi kongkrit, dari sekitar umur 7 tahun sampai sekitar umur 11 tahun.
  - d. Tahap oprasi formal, dari sekitar umur 11 tahun dan seterusnya.
- 1) Tahap sensori motor, anak yang berada pada tahap ini, pengalaman diperoleh melalui perbuatan fisik (gerakan anggota tubuh) dan sensori (koordinasi alat indra). Pada mulanya pengalaman bersatu dengan dirinya, berarti bahwa suatu objek ada pada penglihatan kemudian menghilang dari pandangan. Akhirnya ia mulai mencari objek yang hilang. Objek mulai terpisah dari dirinya dan konsep objek dalam struktur kognitifnya mulai matang. Ia mulai mampu melambungkan objek fisik ke dalam simbol misalnya mulai bisa berbicara meniru suara kendaraan.
  - 2) Tahap pra operasi, tahap persiapan untuk pengorganisasian operasi konkrit, berupa tindakan-tindakan kognitif. Seseorang mengklasifikasikan sekelompok objek, menata letak benda-benda, menurut urutan tertentu, dan membilang. Pada tahap ini pemikiran anak lebih banyak berdasarkan pada pengalaman konkrit dari pada pemikiram logis sehingga jika ia melihat obyek-obyek yang kelihatannya berbeda, maka ia mengatakannya berbeda. Contoh:
    - a) Perhatikan lima buah kelereng yang sama besar di atas meja, kemudian ubahlah kelereng itu menjadi agak berjauhan. Anak akan menjawab kelereng yang berjauhan lebih banyak.



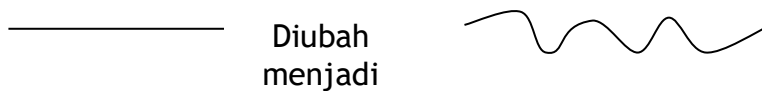
- b) Perlihatkan (lilin lunak/malam) berbentuk bola, kemudian dipipihkan sehingga tampak lebih besar. Mana yang lebih banyak? Anak akan menjawab yang bentuknya pipih.



- c) Perlihatkan dua bejana yang berbeda ukurannya, kemudian isi dengan cairan yang berwarna sama banyak. Anak akan menjawab bahwa cairan itu berbeda.



- d) Dua utas tali yang sama panjang direntangkan, anak akan mengatakan bahwa kedua tali itu berbeda panjangnya.



Pada tahap pra operasional anak belum memahami konsep kekekalan, yaitu kekekalan banyak, kekekalan materi, kekekalan volum, dan kekekalan panjang.

- 3) Tahap operasi konkrit, pada tahap ini anak sudah duduk di Sekolah Dasar. Umumnya anak pada tahap ini telah memahami operasi logis dengan bantuan benda-benda konkrit. Pada tahap ini baru mampu mengingat definisi dan mengungkapkannya kembali, akan tetapi belum mampu untuk merumuskan sendiri definisi-definisi tersebut secara tepat, belum mampu menguasai simbol verbal dan ide-ide abstrak. Misalnya jika anak diperlihatkan kubus, maka anak baru mengetahui bentuk kubus.
- 4) Tahap operasi formal, pada tahap ini anak sudah mampu melakukan penalaran dengan menggunakan hal-hal yang abstrak. Penggunaan benda konkrit tidak diperlukan lagi, tapi berhubungan dengan tipe berfikir. Misal anak mampu mengemukakan karakteristik bentuk kubus tanpa menghadirkan bentuk kubus.

## 2. Teori Bruner

Jerome Bruner dalam teorinya menyatakan bahwa belajar matematika akan lebih berhasil, jika proses pembelajarannya dilengkapi dengan alat peraga, objek-objek untuk dimanipulasi anak. Bruner mengungkapkan bahwa dalam proses belajar, anak akan melewati tiga tahap yaitu:

- a. Tahap inaktif, dalam tahap ini anak secara langsung terlihat dalam memanipulasi (mengotak-atik) objek. Dari tahap ini muncul dalil penyusunan *construction theorem*. Contoh anak diberi bentuk-bentuk kubus enam buah. Anak diberi kebebasan untuk mengeksplor bentuk-bentuk kubus tersebut menjadi bentuk balok, siswa bisa menentukan luas balok, volume balok dengan cara menyusun kubus-kubus tersebut sesuai dengan konsep yang disampaikan guru. Contoh lain, anak yang mempelajari konsep perkalian yang didasarkan pada prinsip penjumlahan berulang, akan lebih memahami konsep tersebut. Jika anak tersebut mencoba sendiri

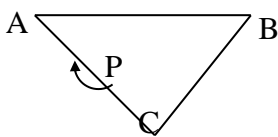
menggunakan garis bilangan untuk memperlihatkan proses perkalian  $3 \times 5$ , ini berarti pada garis bilangan meloncat 3 kali dengan loncatan sejauh 5 satuan, hasil loncatan ternyata 15. Dengan mengulangi percobaan tersebut, anak akan memahami benar, bahwa perkalian pada dasarnya merupakan penjumlahan berulang.

- b. Tahap ikonik, dalam tahap ini kegiatan yang dilakukan anak berhubungan dengan perkembangan mental, yang merupakan gambaran dari objek-objek yang dimanipulasinya. Dari tahap ini muncul dalil notasi *notation theorem*, yang mengungkapkan bahwa dalam penyajian konsep, notasi memegang peranan penting. Misal untuk menyatakan sebuah rumus, maka notasi harus dapat dipahami oleh anak dan mudah dimengerti. Untuk menyatakan fungsi  $f(x) = 3x - z$  Kita menggunakan notasi lamda  $\nabla = (3 \times \nabla) - z$
- c. Tahap simbolis, pada tahap ini anak memanipulasi simbol-simbol atau lambang-lambang objek tertentu. Siswa pada tahap ini sudah mampu menggunakan notasi tanpa ketergantungan objek riil. Pada tahap ini muncul dalil pengkontrasan dan keaneka ragaman. Siswa melakukan pengubahan konsep dengan contoh-contoh yang banyak, sehingga mampu mengetahui karakteristik konsep tersebut. Contoh. Untuk menjelaskan pengertian persegi panjang, anak harus diberi contoh bujur sangkar, belah ketupat, jajar genjang, dan segi empat lainnya. Dengan demikian anak dapat membedakan bentuk tersebut. Dari tahap-tahap tersebut muncul pula dalil pengaitan *konektivitas*. Dalam matematika antara konsep yang satu dengan konsep yang lainnya terdapat hubungan yang erat. Materi yang satu mungkin merupakan prasyarat bagi materi yang lainnya. Misalnya konsep dalil Pythagoras diperlukan untuk menentukan pembuktian rumus kuadrat trigonometri.

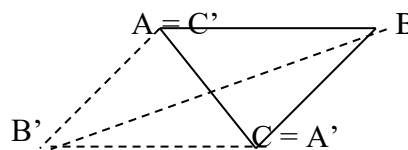
### Contoh: Penerapan Tahapan J. Bruner pada Geometri

- a) Tahap inaktif

Setiap siswa (atau kelompok) menjiplak segitiga masing-masing pada kertas. Segitiga jiplakan itu diberi nama ABC. Segitiga itu kemudian diputar 180 derajat, arah jarum jam dengan pusat titik O yaitu tengah-tengah sisi AC. Akibatnya titik A sampai di titik C (tanda  $A'$ ), titik B sampai di  $B'$  dan titik C sampai di A (tanda dengan  $C'$ ). Siswa diminta menjiplak segitiga hasil putaran itu sehingga terjadi segiempat seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar -1



Gambar-2

Segiempat  $ABCB'$  atau  $(ABA'B')$  adalah suatu jajargenjang.

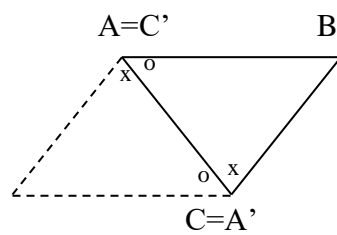
Siswa diminta untuk memperbaiki gambarnya supaya jelas. (siswa telah mengkonstruksi secara fisik jajargenjang dengan cara memutar segitiga).

Catatan: Guru membuat jajargenjang dengan proses yang sama di papan tulis, sehingga siswa dapat mencocokkan hasilnya.

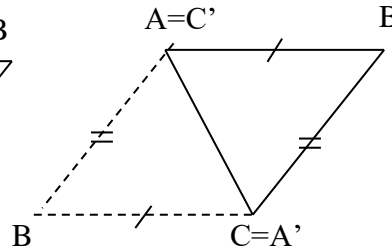
- b) Tahap ikonik

Siswa diminta untuk menyisihkan segitiga pada kartonnya dan mencurahkan perhartian kepada gambar jajargenjang yang diperoleh dari kegiatan memutar

tersebut. Siswa diminta mencermati panjang sisi, besar sudut yang terlihat dalam gambar itu.



Gambar-3



Gambar-

$BAC$  setelah diputar menjadi  $B'A'C'$  atau  $B'CA$ , jadi  $BAC = B'CA$ . ...1 akibatnya  $AB$  sejajar  $B'C$  (siswa diminta mengemukakan alasannya).

$ACB$  setelah diputar menjadi  $A'C'B'$  atau  $CAB'$ , jadi  $ACB = CAB'$  ...2 Akibatnya  $AB'$  sejajar  $BC$  (siswa diminta mengemukakan alasannya).

$ABC$  setelah diputar menjadi  $A'B'C$  atau  $CB'A$ , jadi  $ABC = AB'C$ . dari 1 dan 2 Siswa diminta menyimpulkan menyimpulkan bagaimanakah besar sudut  $BAB'$  dan sudut  $BC'B$ .

Selanjutnya perhatian siswa diminta diarahkan pada panjang sisi-sisi jajar genjang  $ABCB'$ .

$AB$  setelah diputar menjadi  $A'B'$  atau  $CB'$ , jadi  $AB = CB'$ .

$BC$  setelah diputar menjadi  $B'C'$  atau  $B'A$ , jadi  $BC = B'A$ .

Kesejajaran sisi dan kesamaan panjang sisi ditandai sehingga diperoleh gambar-4.

Catatan: guru melengkapi gambarnya di papan tulis, siswa memeriksa kebenaran gambar masing-masing.

### c) Tahap Simbolik

Berdasar hasil tahap ikonik, siswa diminta untuk menyimpulkan tentang ciri-ciri yang dimiliki sebuah jajar genjang. Diharapkan dapat diperoleh:

- Jajar genjang memiliki dua pasang sisi sejajar.
- Jajar genjang memiliki sudut-sudut berhadapan sama besar.
- Jajar genjang memiliki sudut-sudut yang berdekatan berjumlah 180 derajat.
- Jajar genjang memiliki dua pasang sisi yang sama panjang.

Siswa diminta menggambar sebarang jajar genjang dan menandai sudut yang sama besar, sisi yang sejajar dan sisi yang sama panjang.

Catatan: Guru juga menggambar sebarang jajar genjang di papan tulis.

Guru mengembangkan kebebasan dengan memberi kesempatan kepada siswa untuk menyusun definisi jajar genjang dengan bahasanya sendiri.

3. **Teori Hebb:** Kecerdasan manusia tergantung dari lingkungan dan bakat. Bakat susah di ubah tetapi kalo lingkungan bisa diubah.
4. **Teori Cattell:** Otak manusia ada yang kristal ada yang cair, maka agar otak mencair harus dipakai untuk berpikir dan memecahkan masalah.
5. **Teori Hoffer:** Geometri menyeimbangkan otak kiri dan otak kanan, yang sebelah kiri analisis yang sebelah kanan hapalan.
6. **Teori Thurstone:** Orang yang bisa menguasai matematika lebih cerdas dari pada orang yang tidak bisa matematika.
7. **Teori Gestalt, John Dewey:** Pelaksanaan kegiatan belajar-mengajar harus memperhatikan kesiapan intelektual siswa, suasana kelas harus di tata dan diataur agar siswa siap belajar, penyajian konsep harus lebih mengutamakan pemahaman.

8. **Teori Brownell:** Belajar matematika harus bermakna, harus paham konsep dulu, baru di hapalkan atau di drill.
9. **Teori Dienes (Zoltan P. Dienes):** Belajar diusahakan menggunakan alat peraga agar lebih konkrit, belajar melalui permainan sangat berperan bila dimanipulasi.
- 10 **Teorema Van Hiele:** Menguraikan tahap-tahap perkembangan mental dalam geometri. Terdapat 5 tahap:
  - a. Tahap pengenalan, contoh bangun kubus. Anak belum mengetahui sifat-sifat kubus.
  - b. Tahap analisis, anak sudah mampu mengenal sifat-sifat kubus.
  - c. Tahap pengurutan, anak sudah bisa menarik kesimpulan, bahwa kubus adalah balok istimewa.
  - d. Tahap deduksi, anak sudah bisa menyimpulkan secara deduktif.
  - e. Tahap akurasi, anak sudah mulai menyadari betapa pentingnya *ketepatan dari prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian.*
11. **Teori Thorndike:** Belajar bisa berhasil jika diikuti rasa senang. Rasa senang timbul jika anak mendapat pujian.
12. **Teori Skinner:** Penguatan berupa pujian positif akan memotivasi anak untuk rajin belajar. Misal anak mampu menjawab pertanyaan guru.
13. **Teori Ausubel** terkenal dengan belajar bermakna, sebelum pelaksanaan pembelajaran dimulai hendaknya siswa membaca bahkan mengulangi hingga paham materi yang akan diajarkan oleh guru.
14. **Teori Gagne:** terkenal dengan pemecahan masalah yang terdiri dari 5 tahap:
  - a. Menyajikan masalah dalam bentuk yang lebih jelas.
  - b. Menyatakan masalah dalam bentuk yang lebih operasional.
  - c. Menyusun hipotesis-hipotesis alternatif dan prosedur kerja.
  - d. Mengetes hipotesis dan melakukan kerja untuk memperoleh hasilnya.
  - e. Mengecek kembali hasil yang sudah diperoleh.
15. **Teori Pavlov** adalah teori pembiasaan, agar siswa belajar dengan baik maka harus dibiasakan.
16. **Teori Baruda** adalah teori belajar dengan cara meniru. Jika tulisan guru baik, maka murid akan menirunya.

### **BAB III HAKIKAT MATEMATIKA**

#### **A. Kompetensi Pembelajaran**

Dengan menyelesaikan teks ini, anda akan mampu:

5. Mendeskripsikan suatu program matematika sekolah.
6. Membedakan karakteristik program matematika masa kini dari program-program tradisional.
7. Merelasikan kelebihan dan kekurangan program matematika masa kini.

#### **B. Hakikat Matematika**

Ungkapan pengertian matematika pada bagian ini hanya dikemukakan terutama berfokus pada tinjauan pembuat definisi agar pembaca dapat dengan mudah menangkap keseluruhan pandangan para ahli matematika. Ada tokoh yang tertarik terhadap bilangan, ia melihat matematika dari sudut pandang bilangan itu. Tokoh lain mencurahkan perhatiannya pada struktur-struktur, ia melihat matematika dari sudut pandang struktur-struktur itu. Tokoh lain lagi lebih tertarik pada pola pikir ataupun sistematika, ia melihat matematika dari sudut pandang sistematika itu. Demikian sehingga muncul definisi-definisi matematika yang beraneka ragam. Atau dengan kata lain tidak terdapat satu definisi tentang matematika yang tunggal dan disepakati oleh semua tokoh atau pakar matematika.

Beberapa definisi tentang matematika (Hudoyo 2005) mengungkap bahwa:

- (1) Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.
- (2) Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
- (3) Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logis dan berhubungan dengan bilangan.
- (4) Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- (5) Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logika.
- (6) Matematika adalah pengetahuan tentang aturan –aturan yang ketat.

Johnson dan Rising (1972) dalam bukunya mengatakan bahwa matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logis, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat representasinya dengan simbol, berupa bahasa simbol.

Kemudian Kline (1973) dalam bukunya mengatakan pula, bahwa matematika itu bukanlah pengetahuan yang menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi dan alam.

Begitu pula dengan matematika, dikatakan bahasa atau sarana berpikir ada benarnya apakah pengertian matematika hanya sampai disitu? Tentunya tidak!. Matematika menyangkut bahasa yaitu khusus yang disebut bahasa matematika. Dengan matematika kita dapat berlatih berpikir secara logis, dengan matematika ilmu pengetahuan yang lainnya bisa berkembang dengan cepat.

Dengan uraian di atas mudah-mudahan cakrawala pengertian kita tentang matematika makin bertambah luas, menurut Courant dan Robbin bahwa untuk dapat

memahami matematika itu, yaitu dengan mempelajari, mengkaji, dan mengerjakannya. Termasuk pengkajian sejauh timbulnya matematika dan perkembangannya.

### C. Karakteristik Matematika

Setelah sedikit-sedikit mendalami masing-masing definisi yang saling berbeda, dapat terlihat adanya ciri-ciri khusus atau karakteristik yang dapat merangkum pengertian matematika secara umum. Menurut (Hudoyo 2005) Beberapa karakteristik itu adalah:

- (1) Memiliki objek kajian abstrak. Meliputi (a) fakta berupa konvensi-konvensi yang diungkap dengan simbol contoh  $3 \times 5 = 5 + 5 + 5$ . (b) konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasi sekumpulan objek. Contoh segitiga: Ada segitiga sama kaki, segi tiga siku-siku, segitiga sama sisi, segi tiga sembarang. (c) operasi hitung dan (d) prinsip (abstrak). Prinsip dapat terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. prinsip dapat berupa (aksioma atau postulat yaitu pernyataan pangkal yang tidak perlu dibuktikan).
- (2) Bertumpu pada kesepakatan. Kesepakatan adalah penting dalam matematika dan keseharian, contoh tanda  $<$  dan  $>$ .
- (3) Berpola pikir deduktif. Berpikir matematika tidak hanya melalui pengamatan (induktif) akan tetapi harus melalui pembuktian-pembuktian (deduktif).
- (4) Memiliki simbol yang kosong dari arti dapat dimanfaatkan oleh yang memerlukan matematika sebagai alat menempatkan matematika sebagai bahasa simbol. Contoh:  $x + y = z$  operasi tersebut belum tentu operasi tambah tergantung permasalahan.
- (5) Konsisten dalam sistemnya. Misal dikenal sistem geometri; ada geometri Euclides dan non Euclides. Geometri Euclides memiliki teorema yang berbunyi: Jumlah besar sudut-sudut sebuah segitiga adalah seratus delapan puluh derajat. Sedangkan Geometri Non Euclides memiliki teorema yang berbunyi: Jumlah besar sudut-sudut sebuah segitiga lebih besar dari seratus delapan puluh derajat.

### D. Matematika Sekolah

Matematika yang diajarkan di jenjang persekolahan yaitu Sekolah Dasar, Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama, Sekolah Lanjutan Tingkat Atas disebut Matematika Sekolah. Matematika Sekolah berorientasi kepada kepentingan kependidikan dan perkembangan IPTEKS. Hal tersebut menunjukkan bahwa matematika sekolah tidaklah sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu. Karena memiliki perbedaan antara lain dalam hal (1) penyajiannya, (2) pola pikirnya, (3) keterbatasan semestanya, (4) tingkat keabstrakannya

#### 1. Penyajian Matematika Sekolah

Sajian matematika dalam buku sekolah tidak selalu diawali dengan teorema ataupun definisi. Melainkan disesuaikan antara lain dengan perkembangan intelektual peserta didik, dengan mengaitkan butir-butir matematika yang akan disampaikan dengan realitas disekitar siswa. Hal tersebut akan lebih terasa pada matematika informal yang biasanya diterapkan dijenjang Taman Kanak-kanak dengan bentuk permainan ataupun nyanyian. Misal bermain tangga, bisa ditanamkan pengertian “lebih tinggi dan lebih rendah”. Permainan jungkat jungkit dapat ditanamkan pengertian “lebih berat dan lebih ringan”.

Contoh di SD, pengertian perkalian didahului dengan penjumlahan berulang menggunakan peraga misal kelereng, dengan mengelompokkan kelereng menjadi 4 kelompok yang setiap kelompok berisi 3 kelereng bahwa  $4 \times 3 = 12$ . Dengan mengubah cara pengelompokan, guru menunjukkan bahwa  $3 \times 4$  juga 12. Sama hasilnya tetapi beda makna perkaliannya. Setelah memahami makna perkalian dengan baik barulah siswa diminta menghafalkan perkalian-perkalian dasar. Ingat bahwa menghafalkan dalam matematika tidaklah dilarang tetapi hendaknya dilakukan setelah memahaminya.

## **2. Pola pikir Matematika Sekolah**

Pola pikir dalam matematika sebagai ilmu adalah deduktif. Sifat atau teorema yang ditemukan secara induktif ataupun empirik harus kemudian dibuktikan kebenarannya dengan langkah-langkah deduktif sesuai dengan strukturnya. Tidaklah demikian, dalam matematika Sekolah Dasar menggunakan pola pikir induktif, meskipun siswa pada akhirnya tetap diharapkan mampu berpikir deduktif, namun dalam proses pembelajarannya dapat digunakan pola pikir induktif. Pola pikir induktif digunakan untuk menyesuaikan dengan tahap perkembangan intelektual siswa. Sedangkan di SLTP dan SLTA pola pikir matematikanya sudah deduktif.

## **3. Keterbatasan Semesta**

Dalam matematika di Sekolah Dasar terlihat secara bertahap diperkenalkan bilangan bulat positif, demikian pula pecahan dan bilangan negatif semestanya menyempit dan kemudian meluas.

## **4. Tingkat Keabstrakan Matematika Sekolah**

Seorang guru matematika harus berusaha untuk mengurangi sifat abstrak dari objek matematika itu sehingga memudahkan siswa menangkap pelajaran matematika di sekolah. Sesuai dengan perkembangan penalaran siswanya, harus mengusahakan agar fakta, konsep, operasi, ataupun prinsip dalam matematika itu terlihat konkret



## BAB IV IDEOLOGI –IDEOLOGI PENDIDIKAN MATEMATIKA

Secara ideologi pendidikan matematika terdiri atas dua kubu yaitu kubu tradisional dan kubu reformasi, berisiko dapat memicu tanggapan-tanggapan emosional oleh para pendukung atau para penentangannya. Deskripsi-deskripsi tentang dua set ide tersebut berada pada tataran ideal.

1. Pandangan-pandangan kubu tradisional, meliputi:
  - a. Matematikawan terkenal adalah orang yang mempelajari, mendalami dan mengembangkan, matematika baik aspek teori atau aspek terapannya.
  - b. Mendukung standar-standar kurikulum yang menekankan skil-skil matematis yang khusus dan teridentifikasi dengan baik di masing-masing tingkat kelas.
  - c. Matematika distruktur secara hierarkis yang menekankan pada penguasaan konsep dan teknik-teknik yang lebih dasar.
  - d. Metode-metode pembelajaran ceramah, tanya jawab, ekspositori drill dan latihan individual.
  - e. Pendekatan matematika formal (deduktif/struktural).
  - f. Operasi hitung berbasis kalkulator tidak boleh ditekankan sampai skil-skil berhitung telah dibangun sampai kokoh.
  - g. Adanya evaluasi.
  
2. Pandangan–Pandangan Kubu Repormasi, meliputi:
  - a. Pendidik matematika (*mathematics educator*) adalah orang yang menggunakan matematika sebagai wahana untuk mengembangkan kecerdasan, kemampuan, keterampilan serta membentuk kepribadian peserta didik.
  - b. Mendukung standar-standar kurikulum dengan proses-proses penalaran matematis adalah sentral yang diharapkan secara universal.
  - c. Menghargai siswa dalam menemukan pola-pola, membuat koneksi matematika, komunikasi matematik, dan *problem solving* yang berakar pada kehidupan nyata, yang konstekstual, dan open-ended dan mengurangi pada penekanan pada berhitung aritmetik yang rutin.
  - d. Pendekatan konstekstual untuk mengurangi abstraksi matematika.
  - e. Penggunaan kalkulator dan komputer sedari dini dipandang menguntungkan.
  - f. Adanya *Assessment* otentik.

Sebagian besar ide yang dinyatakan tadi sama sekali tidak saling kontradiksi, tetapi saling melengkapi, khususnya skil-skil dan penalaran tidaklah bertolak belakang. Epistemologi dalam pendidikan matematika yang tidak peduli adanya **matematika abstrak VS matematika dalam konteks**. Hal ini mempengaruhi strategi pembelajaran.

### a) Matematika abstrak meliputi:

- Definisi.
- Contoh dan non contoh.
- Soal-soal latihan bisa saja ada *problem solving*.
- Assessment (evaluasi untuk mengases apakah pemahaman matematika siswa sudah benar).

### b) Matematika dalam konteks meliputi:

- Masalah berupa soal cerita.

- Pemahaman konsep.
- Kesimpulan-kesimpulan.
- Soal-soal kontekstual (soal harus *open ended, problem solving*).

## G. Rangkuman

Proses pembelajaran matematika akan lebih bermakna meaningful dengan empat pilar pendidikan universal UNESCO yaitu proses learning to know, learning to do, learning to be, learning to live together in peace and harmony.

Hakikat matematika memunculkan beraneka ragam definisi-definisi matematika tergantung sudut pandang orang yang memandangnya. Dengan kata lain tidak terdapat satu definisi tentang matematika yang tunggal dan disepakati oleh semua tokoh atau pakar. Secara epistemologi dalam pendidikan matematika tidak peduli adanya matematika abstrak VS matematika dalam konteks. Yang utama bagaimana seorang guru terampil mengemas konsep matematika yang menarik dan menyenangkan siswa.

## Soal Latihan

1. Selama ini apa yang anda ketahui tentang matematika sebagai suatu ilmu?
2. Berikan penjelasan bahwa matematika sebagai suatu ilmu deduktif?
3. Berikan suatu contoh bagaimana membuktikan aturan matematika menggunakan aturan deduktif?
4. Selain faktor penguasaan materi matematika, mengapa pengembangan daya matematika (*mathematical power*) memegang peranan yang sangat penting dalam pembelajaran matematika?
5. Dari hasil-hasil belajar yang diharapkan oleh anda, melalui pola-pola strategi instruksional, bagaimanakah anda menyikapi hal itu? Adakah diantaranya yang membuat anda resah? Kenapa?
6. Guru dituntut harus mampu meningkatkan motivasi belajar siswa. Bagaimanakah menurut anda meningkatkan motivasi seorang guru dalam aktivitasnya sebagai pembelajar?
7. Bagaimana anda akan meningkatkan pemahaman lewat hubungan-hubungan dengan matematika-matematika yang lain atau dengan bidang-bidang studi yang lain?

## BAB V

### PERUBAHAN PARADIGMA MENGAJAR KE PEMBELAJARAN MATEMATIKA

#### Kompetensi Mengajar

Dengan menyelesaikan teks ini anda akan mampu:

1. Mendeskripsikan proses pembelajaran matematika.
2. Membedakan proses mengajar dengan proses pembelajaran matematika.
3. Merealisasikan kelebihan dan kekurangan proses pembelajaran matematika.
4. Mendeskripsikan secara umum proses pembelajaran matematika yang berlandaskan masalah.

#### A. Paradigma Mengajar

Kecenderungan perubahan dari paradigma mengajar menjadi pembelajaran matematika dirasakan sangat perlu terjadi karena paradigma mengajar sering diartikan sebagai proses penyampaian informasi atau pengetahuan dari guru kepada siswa (proses mentransfer ilmu). Kita analogikan mentransfer uang, maka jumlah uang yang dimiliki oleh seseorang akan berkurang bahkan hilang setelah ditransfer pada orang lain. Apakah mengajar juga demikian? Apakah ilmu yang dimiliki oleh guru akan hilang? Tidak bukan? Bahkan mungkin saja ilmu yang dimiliki guru akan bertambah. Nah sebagai proses menyampaikan pengetahuan akan lebih tepat jika diartikan dengan menanamkan ilmu pengetahuan atau keterampilan (*teaching is imparting knowledge or skill*) (Smith 1987), Mengajar memiliki karakteristik sebagai berikut:

- (1) Proses pengajaran berorientasi pada guru (*teacher centered*). Proses pengajaran biasanya hanya berlangsung manakala ada guru.
- (2) Siswa sebagai objek belajar. Siswa sebagai objek harus menguasai pelajaran. Mereka dianggap sebagai organisme yang pasif yang belum memahami apa yang harus dipahami. Siswa tidak diberi kesempatan untuk mengembangkan potensi dirinya.
- (3) Kegiatan pengajaran terjadi pada tempat dan waktu tertentu.
- (4) Tujuan utama pengajaran adalah penguasaan materi pelajaran.

Pandangan mengajar yang hanya sebatas menyampaikan ilmu pengetahuan itu, dianggap sudah tidak relevan lagi dengan keadaan sekarang. Mengapa demikian? Minimal ada 3 alasan penting yang menuntut perlu terjadinya perubahan paradigma mengajar.

*Pertama.* Siswa bukan orang dewasa mini, akan tetapi mereka adalah organisme yang sedang berkembang. Agar mereka dapat melaksanakan tugas-tugas perkembangannya, dibutuhkan orang dewasa yang dapat mengarahkan mereka agar tumbuh dan berkembang secara optimal.

*Kedua.* Ledakan ilmu pengetahuan mengakibatkan kecenderungan setiap orang tidak mungkin dapat menguasai setiap cabang keilmuan. Abad pengetahuan itulah yang seharusnya menjadi dasar perubahan. Bahwa belajar bukan hanya sekedar menghafal informasi, menghafal rumus-rumus akan tetapi bagaimana menggunakan informasi dan pengetahuan itu untuk mengasah kemampuan berfikir.

*Ketiga.* Penemuan-penemuan baru dalam bidang psikologi, mengakibatkan pemahaman baru terhadap konsep perubahan tingkah laku. Dewasa ini anggapan manusia sebagai organisme yang pasif yang prilakunya dapat ditentukan oleh

lingkungan seperti yang dijelaskan aliran *behavioristik*, telah banyak ditinggalkan orang. Orang sekarang lebih percaya bahwa manusia adalah organisme yang memiliki potensi seperti yang dikembangkan oleh aliran kognitif *holistik konstruktivis*. Oleh karena itu proses pendidikan bukan lagi memberikan stimulus, akan tetapi usaha mengembangkan potensi yang dimiliki. Disini siswa tidak lagi dijadikan sebagai objek melainkan subjek belajar yang harus mencari dan mengkonstruksi pengetahuannya (Wina Sanjaya, 2007).

Kecenderungan perubahan paradigma mengajar matematika bergeser pada pembelajaran matematika dirasakan sangat perlu terjadi karena paradigma mengajar matematika yang bercirikan: informasi (teorema/definisi) diikuti contoh-contoh soal dan kemudian diberi latihan soal-soal yang pada umumnya mirip dengan contoh soal (drill/latihan). Evaluasi hasil belajar tertuju pada pencapaian tujuan yang dirumuskan yang tidak dapat mencapai tujuan mengajar untuk meningkatkan keberhasilan belajar siswa. Mengajar seringkali mendapatkan posisi tanpa produk. Padahal yang dibutuhkan adalah adanya pengoptimalan peningkatan belajar sebagai suatu hasil aplikasi yang lebih besar dari apa yang tidak diketahui tentang proses belajar. Dengan demikian secara tidak sadar mengabaikan proses belajar.

Dari fakta menunjukkan, tahun demi tahun hasil Ujian Nasional bidang studi matematika selalu rendah, tidak sesuai dengan tujuan yang diharapkan. Secara implicit berarti gagal dalam memahami topik-topik matematika. Kegagalan memahami topik-topik matematika bisa jadi karena guru mengajar terlalu cepat karena mengejar target kurikulum sehingga pemahaman siswa tidak cukup waktu untuk mengembangkan potensi yang dimilikinya.

Terlalu cepat untuk mengintroduksi konsep formal (belajar diawali oleh suatu definisi atau teorema) sepertinya menunda kemajuan daripada menguatkan konsep. Dari situasi dan kondisi seperti yang diungkapkan di atas, perlu adanya perubahan orientasi dari mengajar, agar matematika dipahami siswa, menjadi pembelajaran agar siswa terbiasa belajar matematika.

## **B. Paradigma Pembelajaran**

Istilah mengajar bergeser pada istilah pembelajaran, yang diartikan sebagai proses pengaturan lingkungan yang diarahkan untuk merubah perilaku siswa ke arah positif dan lebih baik sesuai dengan potensi dan perbedaan yang dimiliki siswa. Menurut Gagne (1992) dalam pembelajaran, peran guru lebih ditekankan kepada bagaimana merancang atau mengaransemen berbagai sumber dan fasilitas yang tersedia untuk digunakan atau dimanfaatkan siswa dalam mempelajari sesuatu.

Bruce Weil, (1980) mengemukakan tiga prinsip penting dalam proses pembelajaran.

- (1) Proses pembelajaran adalah membentuk kreasi lingkungan yang dapat membentuk atau merubah struktur kognitif siswa melalui pengalaman belajar. Oleh karena itu proses pembelajaran menuntut aktivitas siswa secara penuh untuk mencari dan menemukan sendiri.
- (2) Berhubungan dengan tipe-tipe pengetahuan yang harus dipelajari, fisis, sosial, dan logika.
- (3) Proses pembelajaran harus melibatkan peran lingkungan sosial. Anak lebih baik belajar dari temannya sendiri (*cooperative learning*).

Dari uraian di atas, proses pembelajaran memiliki karakteristik:

1. Siswa memiliki peran sebagai subjek belajar. Siswa diposisikan sebagai pemegang peranan utama, sehingga siswa dituntut beraktivitas secara penuh bahkan secara individual mempelajari bahan pelajaran sendiri. Pembelajaran perlu memberdayakan semua potensi siswa untuk menguasai kompetensi supaya setiap individu mampu menjadi pembelajar mandiri dan mewujudkan masyarakat belajar. Peran guru kolaborasi dengan siswa, membelajarkan siswa, manage sumber dan fasilitas untuk dipelajari siswa.
2. Pembelajaran adalah proses berpikir. Belajar berpikir menekankan kepada proses mencari dan menemukan pengetahuannya sendiri (*Self regulated*).
3. Proses pembelajaran adalah memanfaatkan potensi otak. Keseimbangan otak kiri yang bersifat logis, rasional dan otak kanan yang bersifat non verbal seperti perasaan, emosi, musik, kreativitas.
4. Pembelajaran berlangsung sepanjang hayat. Siswa akan dapat belajar memecahkan setiap masalah yang dihadapi sampai akhir hayat.

Bagaimana guru membelajarkan siswa sekaligus menyadari bagaimana belajar matematika itu. Ini hanya bisa terjadi bila ada keterlibatan siswa dalam belajar, siswa dibangkitkan minatnya untuk mengkonstruksi sendiri konsep dan prinsip matematika. Proses pembelajaran semestinya diawali dari suatu permasalahan yang sesuai dengan perkembangan kognitif siswa.

Paradigma pembelajaran bercirikan adanya aktivitas siswa agar siswa belajar bagaimana belajar itu, bahkan merasakan munculnya *habit learning* bagaimana belajar itu. Bagaimana guru membelajarkan siswa. Hal ini bisa terlaksana bila proses pembelajaran dapat mengajak siswa terlibat mengkonstruksi konsep/prinsip matematika, sejalan dengan pandangan konstruktivis, untuk mengerti merupakan proses adaptif dengan mengorganisasikan pengalaman siswa.

Bahwa siswa aktif dalam belajar dalam membentuk pengetahuan baru harus menggunakan beberapa objek konkret yang dapat diutak-atik. Pembentukan pengetahuan baru dikaitkan dengan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya, menyatakan pemecahan pengetahuan baru harus secara tertulis dengan arahan terbimbing (*scaffolding*). Dengan demikian belajar adalah membangun pemahaman.

Menurut pandangan konstruktivis yang diungkapkan Nickson (Grouws, 1992: 106) bahwa belajar adalah membantu siswa untuk membangun konsep-konsep/prinsip-prinsip dengan kemampuan sendiri melalui proses internalisasi *scaffolding* sehingga konsep itu terbangun kembali, transformasi informasi yang diperoleh menjadi konsep baru, transformasi informasi mudah terjadi bila pemahaman terjadi karena terbentuknya skema dalam benak siswa dengan demikian belajar adalah membangun pemahaman.

Pembelajaran terdiri dari semua aktivitas bertujuan dari guru yang diarahkan untuk mempermudah belajar oleh siswa. Guru boleh mendirikan panggung untuk belajar, tetapi dia berbagi panggung dengan siswa, dan segera setelah pembelajaran dimulai maka para siswa lah yang menempati pusat panggung itu. Pembelajaran menurut ungkapan Wahyudin, (2004: 1) adalah suatu proses aktif dan menuntut supaya para siswa ikut serta dalam aktivitas yang tidak mesti bersifat lahir dan fisik, dapat saja berupa menyimak, membaca, dan berfikir.

Kondisi lingkungan belajar konstruktif penting, namun tidak secara otomatis menghasilkan belajar konstruktif. Siswa perlu mengembangkan keyakinannya, kebiasaannya dengan gayanya dalam belajar sehingga kemampuan keterampilan kognitif siswa berkembang. Guru harus mencoba merancang tugas-tugas, aktivitas-

aktivitas, dan lingkungan-lingkungan pembelajaran yang akan melibatkan para siswa dalam jenis-jenis pemrosesan, pemikiran, atau aktivitas mental yang tepat. Lingkungan-lingkungan belajar yang efektif menurut Wahyudin (2004: 2) meliputi hal-hal berikut ini:

- (1) Tujuan-tujuan (*goals*). Tujuan itu untuk mencapai suatu tingkat kecakapan tertentu atau untuk membangun pemahaman topik tertentu.
- (2) Umpan balik (*feedback*) berarti perolehan informasi mengenai kemajuan kearah tujuan seseorang, umpan balik membantu siswa dalam memonitor kemajuan sendiri.
- (3) Motivasi (*motivation*). Banyak faktor berkontribusi pada motivasi siswa. Beberapa faktor adalah minat, keingintahuan, kompetisi, alasan-alasan sosial, tekanan dari orang tua, kebutuhan untuk berprestasi, kesehatan, uang, kekuasaan, dan ketakutan.
- (4) Pengetahuan prasyarat (*prior knowledge*). Belajar bermakna berlangsung bila pengetahuan yang baru dan yang telah ada berkoneksi.

### C. Rangkuman

**Tabel Paradigma Mengajar dan Pembelajaran Matematika**

No	Paradigma Mengajar	Paradigma Pembelajaran
1	Asas: stimulus–respon, penguatan	Asas: Siswa mengkonstruksi ide matematika
2	Pengajaran: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diawali dari informasi.</li> <li>- menjelaskan definisi, teorema, contoh-contoh soal.</li> <li>- latihan soal-soal (Drill).</li> </ul>	Pembelajaran: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diawali dari masalah,</li> <li>- Guru mengungkap matematika yang dimiliki siswa.</li> <li>- Siswa mengkaji, mengajukan pertanyaan, memperluas, memecahkan masalah, menjelaskan, dan mengevaluasi.</li> <li>- Kolaborasi antara siswa-siswa-guru</li> </ul>
3	Evaluasi: Hasil belajar diukur dengan ketercapaian tujuan	Evaluasi: Hasil belajar dari penilaian secara komprehensif proses dan hasil tes belajar.
4	Pelaksanaan: Ekspositori, Tanya jawab mungkin juga diskusi. Evaluasi terpisah dengan pembelajaran.	Pelaksanaan: Siswa mengkonstruksi masalah matematika, kolaborasi siswa dengan siswa, siswa dengan guru. Evaluasi terpadu dengan pembelajaran.

**Rekonstruksi Pembelajaran Diawali Masalah Matematika**

1. Guru menggali pengetahuan objektif matematika siswa, diawali dari suatu masalah/situasi masalah, dengan tes tulis atau lisan secara tanya jawab.
2. Dari pemahaman masalah/situasi masalah, masing-masing siswa diajak merekonstruksi masalah. Siswa mengkaji, menyelidiki, mengajukan pertanyaan, memperluas, menyelesaikan pertanyaan, menjelaskan, mengevaluasi.
3. Dari kegiatan di atas guru dapat mengetahui konsep awal siswa yang merupakan pengetahuan subjektif matematika mereka.
4. Dari pengetahuan subjektif, guru berkolaborasi mengajak siswa untuk merekonstruksi pengetahuan subjektif mereka dengan scaffolding dan probing untuk menyambung matematika formal dengan matematika yang dimiliki siswa.
5. Dengan kegiatan tersebut guru memahami dan mengalami bagaimana siswa mengkonstruksi pemahaman matematika. Kegiatan ini akan memberikan pengalaman mengajar guru bagaimana berfikir agar siswa belajar matematika sekaligus berfikir bagaimana mengajarkan matematika.
6. Bentuk soal yang disusun guru sebanyak lima item mengacu ke konstruktivis.

**D. Soal Latihan**

1. Buatlah soal matematika MI/MTs sebanyak lima item Soal boleh berupa situasi masalah maupun soal pemecahan masalah yang tidak mudah ditebak, tidak langsung menerapkan rumus, atau procedural, belum pernah dibaca siswa, banyak cara penyelesaian, realita kehidupan sehari-hari siswa!
2. Simulasikan di depan kelas dengan mengaplikasikan rekonstruksi pembelajaran matematika

## BAB VI PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERLANDASKAN KONSTRUKTIVISTIK

### Kompetensi pembelajaran

Dengan menuntaskan teks ini anda hendaknya mampu:

1. Mengimplikasikan pembelajaran konstruktivisme.
2. Membedakan peran guru matematika konstruktivisme.
3. Menganjurkan pengorganisasian pelajaran yang tepat untuk topik tertentu.

### A. Pendahuluan

Belajar matematika merupakan proses membangun atau mengkonstruksi konsep-konsep dan prinsip-prinsip yang tidak terkesan pasif dan statis namun belajar itu harus aktif dan dinamis. Siswa perlu mengembangkan keyakinannya, kebiasaannya dan gayanya dalam belajar sehingga kemampuan keterampilan kognitif siswa berkembang.

Pembelajaran matematika menurut pandangan konstruktivistik pendapat Nickson (Grouws 1992: 106) adalah membantu siswa untuk membangun konsep-konsep/prinsip-prinsip matematika dengan kemampuannya sendiri melalui proses internalisasi sehingga konsep/prinsip itu terbangun kembali, transformasi informasi yang diperoleh menjadi konsep/prinsip baru. Transformasi tersebut mudah terjadi bila pemahaman terjadi karena terbentuknya skemata dalam benak siswa. Dengan demikian, pembelajaran matematika adalah membangun pemahaman. Proses membangun pemahaman lebih penting dari pada hasil belajar sebab pemahaman akan bermakna kepada materi yang dipelajari

Proses pembelajaran merupakan pengelolaan pemrosesan ide dalam benak siswa sehingga dalam interaksi belajar-mengajar matematika tidak semata-mata pengelolaan siswa, lingkungan dan fasilitas belajarnya. Pengetahuan harus dibangun oleh siswa sendiri berdasarkan pengalaman/pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya. Agar lebih spesifik (Skemp, 1977) mengemukakan pembelajaran matematika dalam pandangan konstruktivistik antara lain sebagai berikut:

- (1) Siswa terlibat aktif dalam belajarnya. Siswa belajar materi matematika secara bermakna dengan bekerja dan berfikir. Siswa belajar bagaimana belajar.
- (2) Informasi baru harus dikaitkan dengan informasi lain sehingga menyatu dengan skemata yang dimiliki siswa agar pemahaman terhadap informasi (materi) kompleks terjadi.
- (3) Orientasi pembelajaran adalah investigasi dan penemuan yang pada dasarnya adalah pemecahan masalah.

### B. Implikasi Pembelajaran Konstruktivistik

Implikasi dari ciri-ciri pembelajaran dalam pandangan konstruktivistik terhadap pembelajaran matematika, maka lingkungan belajar perlu diupayakan sebagai berikut:

1. Menyediakan pengalaman belajar dengan mengaitkan pengetahuan yang telah dimiliki siswa sedemikian rupa sehingga belajar melalui proses pembentukan pengetahuan.



2. Menyediakan berbagai alternatif pengalaman belajar, tidak semua mengerjakan tugas yang sama, misalnya suatu masalah dapat diselesaikan dengan berbagai cara penyelesaian.
3. Mengintegrasikan pembelajaran dengan situasi yang realistik dan relevan dengan melibatkan pengalaman konkret, misalnya untuk memahami suatu konsep matematika melalui kenyataan dalam kehidupan sehari-hari.
4. Mengintegrasikan pembelajaran sehingga memungkinkan terjadinya transmisi sosial yaitu terjadinya interaksi dan kerjasama seseorang dengan orang lain atau dengan lingkungannya, misalnya interaksi dan kerjasama seseorang dengan orang lain atau dengan lingkungannya, misalnya interaksi dan kerjasama antara siswa, guru, dan antara siswa-siswa.
5. Memanfaatkan berbagai media termasuk komunikasi lisan dan tertulis sehingga pembelajaran menjadi lebih efektif.
6. Melibatkan siswa secara emosional dan sosial sehingga matematika menjadi menarik dan siswa mau belajar.

### **C. Peran Guru Matematika Konstruktivistik**

Kelas dikembangkan melalui hubungan antara siswa dan guru menjadi sistem komunikasi yang interaktif. Dengan demikian peran guru matematika konstruktivistik adalah sebagai berikut:

1. Peran guru sebagai pembimbing dan memberi sugesti, memfasilitasi lingkungan agar siswa menemukan, memberikan penilaian berkelanjutan terhadap perkembangan belajar siswa, mengklasifikasikan konflik kognitif untuk membangkitkan berfikir matematika yang interaksional. Ini mengindikasikan perhatian guru terhadap faktor pengembangan berfikir matematika siswa.
2. Agar interaksi guru dan siswa efektif, kolaborasi antara guru dengan siswa akan lebih meningkatkan keterampilan siswa dari pada bekerja sendiri. Oleh karena itu, siswa akan memperoleh perkembangan kompetensi keterampilan, siswa mendapat bantuan dan supervisi dari guru yang berpengetahuan. Dalam mengacu scaffolding guru perlu memahami siswanya sehingga guru dapat membimbing siswa dalam tingkat bimbingan yang tepat dan akhirnya secara gradual melepaskan bimbingan dan siswa dapat memahami dan mengerjakan sendiri. Jadi tidak mungkin guru membiarkan siswa untuk menemukan sendiri. Siswa memerlukan pertukaran ide dengan orang lain agar siswa belajar, sedang guru perlu memahami perilaku siswa, atensi yang kuat terhadap kerja siswa dan tetap mengembangkan proses yang relevan dan kesimpulan yang bermakna.
3. Guru perlu berkesempatan untuk mengobservasi siswa sehingga guru dapat melihat bagaimana menyelesaikan bantuannya ketingkat pemahaman siswa. Dengan maksud

mendapatkan intersubjektivitas, guru harus mampu melihat dari sudut pandang siswa dan mencoba memahami makna budaya atau keluarga siswa. Ini mengindikasikan bahwa pembelajaran berpusat agar siswa berpikir dan membangkitkan siswa untuk merepresentasikan matematika yang dipikirkannya.

4. Dalam kerja kolaborasi di SD, guru perlu berpartisipasi aktif dengan siswa secara berkelanjutan, terutama pada awal penanaman konsep matematika. Tetapi tidak begitu penting keterlibatan guru bagi siswa yang dewasa dalam kelompok yang lebih berpengetahuan. Di dalam kelas pembelajaran matematika konstruktivis. Siswa mau dan berani mengemukakan ide kepada siswa lainnya dan gurunya. Implikasi siswa berani mengemukakan model matematika dalam menyelesaikan masalah matematika. Hal ini mengindikasikan bahwa proses mengkonstruksi konsep matematika terjadi interaksi aktif antara siswa-siswa dan guru sehingga proses belajar siswa diutamakan, tidak sekedar hasil belajar.
5. Dalam pendekatan konstruktivistik, peran guru dalam menilai keberhasilan belajar siswa, tidak cukup hanya sekedar dari hasil tes saja melainkan juga monitoring secara berkelanjutan dan komprehensif dari semua kegiatan yang dilakukan siswa selama proses pembelajaran berlangsung.

#### E. Rangkuman

Pembelajaran matematika konstruktivis adalah membangun pemahaman. Proses membangun pemahaman lebih penting dari pada hasil belajar sebab pemahaman akan bermakna kepada materi yang dipelajari. Guru berkolaborasi dengan siswa membentuk pemahaman konsep awal, agar membangkitkan minat siswa senang dalam pembelajaran matematika. Penilaian yang dilakukan guru secara berkelanjutan. Penilaian yang berkelanjutan tersebut merupakan gabungan dan modifikasi dari pandangan para ahli pendidikan; Hiebert dan Lefreve (1986), Sawada (1997), dan Kilpatrick (2001) sebagai berikut:

- a. Kelancaran siswa dalam berfikir matematika untuk menyelesaikan masalah. Berapa banyak solusi atau berapa cara menyelesaikan masalah yang dapat dihasilkan oleh setiap siswa.
- b. Siswa fleksibel dalam menentukan ide-ide matematika.
- c. Keaslian respon siswa yang ditunjukkan oleh ketinggian derajat ide-ide yang dikemukakan siswa.
- d. Elegansi ide yang dikemukakan siswa yang ditunjukkan derajat keunggulan ide yang dikemukakan siswa. Ide yang ambigu tentu berbeda dengan ide yang sederhana, tetapi jelas dan tepat.
- e. Pemahaman konseptual yang ditunjukkan dengan kejelasan hubungan-hubungan konsep/prinsip matematika yang dikuasai siswa.

- f. Pemahaman prosedural yang ditunjukkan tersusunnya bahasa formal atau sistem representasi simbol matematika termasuk didalamnya algoritma atau aturan untuk menyelesaikan masalah.
- g. Kompeten dalam strategi yang ditunjukkan dengan kemampuan memformulasikan, menyatakan dan menyelesaikan masalah-masalah dari masalah yang dihadapi.
- h. Penalaran yang adaptif yang menunjukkan kapasitas berpikir logika, refleksi, penjelasan dan justifikasi.
- i. Disposisi produktif yang menunjukkan kecenderungan kebiasaan dalam melihat matematika sebagai kegunaan, kebermanfaatannya, percaya dan yakin akan pilihannya sendiri.

#### **D. Soal Latihan**

1. Apa yang anda ketahui tentang pembelajaran matematika konstruktivistik. Diskusikan!
2. Simulasikan di depan kelas tentang pembelajaran konstruktivistik dengan mengaplikasikan konsep matematika!

## BAB VII

### PEMBELAJARAN MEMBACA MATEMATIKA/ LITERASI MATEMATIS

#### **Kompetensi pembelajaran**

Dengan menuntaskan teks ini, Anda diharapkan mampu:

1. Menyatakan antisipasi tentang pengetahuan matematika yang dimiliki siswa saat mereka membaca matematika.
2. Membedakan karakteristik membaca matematika tingkat rendah dan yang tingkat tinggi.

#### **A. Pendahuluan**

Seorang guru menyampaikan gagasan matematika ke siswanya memerlukan komunikasi sedemikian hingga dipahami siswanya. Komunikasi tersebut bergantung kepada bagaimana guru memahami matematika dan bagaimana pula siswa memahami matematika yang disampaikan guru. Jika diperluas, dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Ahli menginterpretasikan matematika dan kemudian menyusun buku matematika.
2. Guru menginterpretasikan buku matematika tersebut yang kemudian disampaikan kepada siswanya dengan lisan atau tertulis saling bergantian.
3. Siswa memahami matematika yang disampaikan guru dan kemudian siswa memproduksinya.

Apa yang dibaca seseorang dalam matematika antara lain adalah gagasan (konsep dan prinsip) dari objek-objek matematika yang terdiri dari fakta, konsep, oprasi dan prinsip. Disini akan diringkas konsep dan prinsip (teorema, dalil, rumus, aturan, dan sebagainya), problem solving, yang termasuk didalamnya penalaran dan komunikasi matematika.

1. Konsep matematika adalah suatu gagasan abstrak sehingga seseorang dapat mengklasifikasikan objek/peristiwa dan menspesifikasikan apakah objek/peristiwa adalah contoh atau bukan contoh dari gagasan tersebut. Misalnya segitiga, kesamaan, kubus, himpunan. Konsep dapat dipelajari dengan definisi atau dengan observasi langsung. Terdapat 3 macam konsep yang dapat dinyatakan dengan definisi:
  - a. Definisi analitik yang menyatakan adanya genus proksimum (kelompok) dan diferensiasi spesifik contoh segitiga sama sisi. Genus proksimumnya adalah segitiga. Dan diferensiasi spesifiknya adalah segitiga sama sisi.
  - b. Definisi genetik yaitu definisi yang menyebutkan bagaimana konsep itu terbentuk atau terjadi. Contoh; fungsi adalah relasi yang terjadi jika setiap unsur didomain mempunyai kawan tunggal unsur dikodomain.
  - c. Definisi dalam bentuk rumus dinyatakan dalam bentuk simbol.  
Definisi dapat dinyatakan secara eksplisit atau implisit. Definisi secara eksplisit biasanya menggunakan kata "adalah" atau "jika maka". Definisi implisit biasanya dengan menunjukkan ciri-cirinya saja, tidak perlu dalam kalimat definisi.
2. Prinsip dalam matematika adalah rangkaian dari konsep-konsep yang secara bersama menunjukkan keterkaitan antara konsep tersebut. Prinsip bisa berbentuk: teorema, dalil, rumus, aturan, dan lain-lain. Contoh dua segitiga kongruen jika dua sisi dan sudut yang diapit kongruen. Prinsip bisa dipelajari dengan proses inkuiri, penemuan terbimbing, diskusi kelompok, pemecahan masalah dan demonstrasi.

3. Pemecahan masalah dalam matematika adalah aktivitas untuk menyelesaikan masalah yang cara penyelesaiannya belum mempunyai prinsip (aturan, rumus, dalil) tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban terhadap masalah tersebut. Masalah dalam matematika biasanya berbentuk menemukan dan membuktikan. Bagian masalah untuk menemukan adalah
  - (a). apa yang dicari, (b). bagaimana data yang diketahui, (c). bagaimana syaratnya. Bagian utama dari masalah membuktikan adalah (a) hipotesis. (b) simpulan..
4. Keterkaitan antara konsep dan prinsip untuk menyelesaikan masalah. Penyelesaian masalah diperlukan prosedur algoritma misal menghitung atau langkah-langkah untuk membuktikan termasuk penggunaan rumus/dalil.

Setelah membaca matematika, seseorang akan memahaminya. Pemahaman diperkuat dengan menuliskan apa yang dipahami tersebut. Dengan pemahaman anda dapat menyelesaikan masalah yang sekaligus tidak hanya kerja matematika tapi juga penalaran matematika dan komunikasi matematika.

Membaca matematik digolongkan kedalam dua jenis yaitu tingkat rendah (*low order mathematical reading*) dan yang tingkat tinggi (*high order mathematical reading*). Membaca matematika rutin atau tingkat rendah sebagai contoh, membaca teks yang memuat operasi hitung sederhana, menerapkan rumus matematika secara langsung, mengikuti prosedur (algoritma) yang baku. Sedangkan membaca matematika tingkat tinggi contoh, membaca matematika yang memuat kemampuan memahami idea idea matematika secara lebih mendalam, mengamati data, dan menggali idea yang tersirat, menyusun konjektur, analogi, dan generalisasi, menalar secara logik, menyelesaikan masalah, berkomunikasi secara matematik, dan mengaitkan ide matematik dengan kegiatan intelektual lainnya yang tergolong pada berfikir matematik tingkat tinggi.

Pengembangan keterampilan membaca matematik akan mendukung pengembangan kemampuan berfikir matematik, daya matematik (pemahaman, pemecahan masalah, komunikasi, penalaran, dan koneksi matematika), dan disposisi matematik (keinginan, kesadaran yang kuat pada diri siswa untuk belajar matematik). Keterampilan membaca matematik yang tinggi pada siswa memberi peluang untuk mengembangkan rasa percaya diri, motif berprestasi, menghargai keindahan keteraturan matematik, dan menghargai pendapat yang berbeda sepanjang disertai dengan alasan rasional. (Utari: 2006).

Keterampilan membaca teks matematik siswa dapat diestimasi melalui kemampuan mereka menyampaikan secara lisan atau menuliskan kembali idea matematik dengan bahasanya sendiri. Beberapa pendekatan pembelajaran yang mengembangkan keterampilan membaca matematika diantaranya adalah: *transactional reading strategy*, esai dalam topik matematika, strategi SQ3R (*survey, question, read, recite, review*), *think talk write, open ended task, dan performance-assessment task* (Elliot and Kenney, Eds. 1996).

Karena proses membaca matematika merupakan proses yang aktif, dinamik, dan generatif, serta memuat aktifitas yang kompleks yang melibatkan respos fisikal (sensasi dan persepsi), mental (simbol abstrak dan makna), intelektual (*critical thinking*), dan emosi, maka guru hendaknya menggunakan beragam pendekatan atau memilih jenis pendekatan yang sesuai dengan kesiapan siswa (Utari: 2006).

Indikator literasi berdasar pisa yaitu komunikasi, representasi, penalaran dan argumentasi, merancang strategi untuk menyelesaikan masalah, penggunaan simbol, bahasa formal dan teknis, penggunaan operasi matematika. Literasi matematika adalah

salah satu keterampilan yang perlu dikuasai siswa pada abad 21 karena merupakan perimbangan antara matematika dengan dan tanpa angka. Literasi matematika dapat membantu siswa untuk membaca informasi, mengidentifikasi, memahami masalah dan membuat suatu keputusan dengan metode penyelesaian yang tepat (Salsabila, Rahayu, Kharis, & Putri, 2019).

## **B. Penanganan Membaca Matematika**

Faktor membaca matematika dapat menimbulkan beraneka ragam masalah bagi para siswa, jika tidak diperhatikan khusus, sangat menghambat potensi pembelajaran. Beberapa perkara penting tentang membaca bahan matematika menurut Wahyudin (2007:7) sebagai berikut:

1. Bahan matematika memiliki kosa kata teknisnya sendiri. Keberhasilan pembelajaran matematika menuntut para siswa memahami dengan jelas berbagai simbol dan kata teknis yang digunakan untuk mengekspresikan konsep-konsep matematis. Oleh karena itu, para guru hendaknya memberikan instruksi langsung dengan kata dan frasa yang bermakna sfesifik dalam matematika misalnya, pembilang dan penyebut. Ada kata-kata lain, misalnya, akar dan pangkat yang melibatkan interpretasi matematis yang berbeda dari makna penggunaan bahasa sehari-hari. Permainan kata-kata dan teka-teki silang adalah contoh kegiatan-kegiatan pembelajaran yang dapat digunakan untuk membantu siswa membangun kosa kata matematika.
2. Perkara kedua timbul dari fakta bahwa dalam pelajaran matematika para siswa harus belajar memahami makna dari simbol-simbol pendek (misalnya, +, -, x, :) dan belajar menangkap makna dari rumus, grafik, dan diagram. Dalam kasus pembelajaran simbol dan rumus, para guru dapat menerapkan taktik-taktik seperti yang digunakan untuk pemerolehan kosakata. Pembelajaran interpretasi grafik dan diagram sebaiknya diselenggarakan dengan memberi para siswa contoh-contoh tampilan data informasi yang bermakna secara personal bagi mereka, dan juga dengan memberi mereka kesempatan membuat grafik dan diagram mereka sendiri.
3. Yang patut diperhatikan yaitu bahwa membaca materi matematika seringkali menuntut para siswa untuk mengingat banyak konsep dan keterampilan yang telah dipelajari waktu sebelumnya. Jika siswa tak dapat mengingat informasi yang diperlukan, maka dia tak akan dapat memahami materi baru. Dengan demikian, para siswa harus diberi arahan untuk membedakan mana yang pantas diingat untuk jangka waktu pendek dan mana yang merupakan informasi mendasar dan seringkali diperlukan, serta mana ide-ide yang hendaknya selalu diingat.
4. Kecepatan membaca. Banyak siswa yang berusaha membaca wacana matematis dengan kecepatan seperti ketika membaca jenis materi lain yang lebih mudah. Sayangnya banyak guru mendukung prosedur tersebut dengan menekankan penerapan membaca cepat. Mereka telah keliru menganggap bahwa pembaca yang baik adalah pembaca yang dapat menyesuaikan tindakan membacanya dengan kesukaran materi dan tujuan dari kegiatan membaca itu sendiri. Ini berarti bahwa kegiatan membaca materi matematika yang berhasil seringkali memerlukan tindakan membaca secara seksama dan pembacaan ulang untuk memahami dan menginterpretasi berbagai kata dan frasa teknis serta hubungan antara konsep-konsep yang dihadapkannya.

### C. Rangkuman

Membaca matematika tidak hanya melafalkan kata demi kata atau kalimat demi kalimat tanpa arti, namun lebih dari itu membaca harus memahami makna yang dibacanya. Membaca matematika berkaitan dengan pemahaman terhadap simbol, gambar, dan atau pola matematika, pemahaman terhadap konsep matematika dan keterkaitannya, pemahaman terhadap sifat keteraturan susunan unsur-unsurnya, pemahaman terhadap sifat berfikir matematika yang induktif dan deduktif. Keberhasilan pembelajaran matematika menuntut para siswa memahami dengan jelas berbagai simbol dan kata teknis yang digunakan untuk mengekspresikan konsep-konsep matematis.

Kegiatan membaca materi matematika yang berhasil seringkali memerlukan tindakan membaca secara seksama dan pembacaan ulang untuk memahami dan menginterpretasi berbagai kata dan frasa teknis serta hubungan antara konsep-konsep yang dihadapkannya.

### D. Latihan

1. Pilih 2 konsep dan 2 prinsip matematika MI/MTs. Klarifikasi konsep dan prinsip yang anda kemukakan sehingga anda mengetahui bagaimana pemahaman siswa terhadap konsep dan prinsip tersebut.!
2. Bacalah dua artikel dari buku teks terlampir. Klarifikasi pemahaman anda terhadap masalah tersebut. kemudian selesaikan masalah tersebut yang kemudian klarifikasikan mana yang kerja matematik (*doing math*) dan mana penalaran dan komunikasi matematik!

## **BAB VIII**

### **MENINGKATKAN AKTIFITAS BELAJAR MATEMATIKA**

#### **Kompetensi pembelajaran**

Dengan menuntaskan teks ini Anda hendaknya mampu:

1. Mendeskripsikan hubungan antara pengalaman-pengalaman dunia nyata dan konsep-konsep matematika.
2. Mengkonseptualisasi dan menyatakan pengalaman-pengalaman belajar yang sesuai untuk para siswa dalam memulai suatu pemahaman konsep matematika.
3. Mengajukan aktivitas-aktivitas untuk para siswa, dengan menggunakan materi-materi konkrit untuk membangun konsep awal matematika.

#### **A. Pendahuluan**

Dalam belajar konsep dan ide matematika, siswa dibawa dari dunia nyata yang kemudian dimatematisasikan. Dari pengalaman konkrit, diobservasi dan direfleksikan untuk pembentukan konsep abstrak dan generalisasi. Pernyataan ini menunjukkan penekanan kepada proses yang berlawanan dengan konten (hasil). Pengetahuan merupakan proses transformasi yang secara kontinu dikreasikan dan dikreasikan kembali bukan merupakan entitas yang saling bebas.

Membelajarkan siswa memahami matematika dengan kerangka kerja aktifitas proses yang diaplikasikan kedalam bentuk diskusi kelompok kecil, akan terjadi belajar kooperatif yang akan terlaksana bila masalah yang disajikan realistik, sehingga siswa akan lebih mudah memahami matematika melalui kehidupan nyata.

Berkembangnya teknologi informasi membuat semakin dapat dinilainya aplikasi yang realistik dengan alat matematika, dan dapat mengembangkan lebih banyak alat-alat, yang pada gilirannya membuka aplikasi baru. Perubahan sikap ini mempengaruhi kurikulum matematika yang menjadi semakin lebih aplikatif, bahwa masalah motivasi siswa menjadi lebih mudah bila aplikasi digunakan sebagai salah satu kemungkinan motivasi yang pada akhirnya masalahnya semakin realistik ditinjau dari tingkat pemahaman siswa, menjadi lebih sesuai digunakan dalam pendidikan.

#### **B. Bagaimana Menanamkan Konsep Matematika**

Telah lama menjadi perbincangan bahkan pro dan kontra antara pendidik matematika, dan matematikawan dan pemerhati matematika dalam menanamkan konsep matematika kepada siswa. Namun yang muncul kepermukaan adalah terlaksananya di depan kelas adalah dominasi guru. Siswa mendengarkan dan mencatat termasuk didalamnya tanya jawab antara guru dan siswa. Contoh soal diberikan dan kemudian dikerjakan siswa. Guru mengajarkan isi buku tes lembar demi lembar. siswa dijejali dengan soal-soal. Pencapaian tujuan pengajaran untuk mengcover isi/materi pelajaran menjadi sasarannya. Keberhasilan pengajaran matematika sebatas nilai yang diperoleh siswa. Karena nilai matematika menjadi acuan utama baik oleh siswa maupun oleh guru, maka tidaklah heran bila siswa memandang pengajaran matematika hanyalah sekedar mata pelajaran matematika untuk diingat agar hasil tesnya baik yang kemudian



untuk dilupakan. Pengalaman menunjukkan kita selalu kecewa dengan pencapaian siswa, kesalahan dilemparkan kepada siswa bahwa siswa tidak serius, kemauan belajar minim atau malas dan bahkan bodoh. Oleh sebab itu bagaimana usaha kita agar matematika dipelajari secara bermakna.

Nampaknya untuk menanamkan konsep matematika diperlukan teori belajar yang mendasari bagaimana menanamkan konsep awal matematika. Sebagai alternatif antara lain bahwa siswa itu belajar bila siswa itu belajar mengkonstruksi konsep/prinsip matematika. Belajar adalah aktivitas mental, untuk itu kita asumsikan bahwa pembelajaran matematika kita orientasikan ke pandangan yang berfokus kepada kemampuan siswa, untuk siswa dan tidak untuk guru. Kerangka aktifitas siswa dapat mengkonstruksi konsep/prinsip matematika yang diwujudkan dalam bentuk investigasi, penemuan, atau pemecahan masalah melalui diskusi kelompok (kooperatif learning). Belajar kooperatif lebih mudah dilaksanakan dengan menyajikan masalah-masalah realistik.

Pendekatan pengkonstruksian sosial yang ditunjukkan dengan belajar kooperatif dimotivasi dengan keinginan memahami belajar matematika dari siswa yang kondisi realnya terjadi di situasi sosial atau dalam ruangan kelas. Matematika merupakan aktifitas manusia kreatif dan belajar matematika terjadi karena siswa mengembangkan cara yang efektif untuk menyelesaikan masalah. Misalnya melalui soal cerita yang realistik yang penyelesaiannya mungkin saja open ended (banyak cara). sangat cocok dengan situasi lingkungan nyata siswa karena soal uraian lebih mengklasifikasi kemampuan siswa..

Bagaimana kita dapat membelajarkan siswa sehingga siswa dapat memahami matematika. Tentu saja alternatif yang dikemukakan adalah mengajak siswa berpartisipasi dalam belajar matematika. Jadi yang diutamakan adalah proses bukan hasil belajar, sebab proses belajar yang baik dapat diharapkan hasil belajar yang lebih baik pula. Secara garis besar bagaimana kita menanamkan matematika kepada siswa, penekannya adalah memperbaiki proses belajar yang terlaksana selama ini.

Agar kemampuan belajar sepanjang hayat tercapai, maka guru matematika harus memfasilitasi kegiatan belajar-mengajarnya sehingga siswa dapat terlibat aktif dalam belajar baik fisik, mental, maupun sosial. Karena itu, belajar mesti merupakan proses yang terjadi secara internal dalam diri siswa untuk mengkonstruksi informasi yang dipelajari. Dalam mengkonstruksi informasi (konsep, masalah atau lainnya) yang diperoleh tersebut akan terjadi negosiasi antara pengetahuan/pengalaman siswa sendiri dan lingkungannya (bisa teman sebaya, guru atau lainnya) sehingga terjadi skema baru konflik kognitif dalam benak siswa. Bagaimana seseorang siswa memproses informasi yang diperoleh untuk dikonstruksi sehingga menjadi pengetahuan yang dimiliki siswa tersebut. Untuk mensinergikan strategi transformasi, siswa perlu dilatih dengan penyajian berupa tugas atau masalah yang menantang, menyenangkan dan selaras dengan perkembangan mental siswa.

### **C. PROSES BELAJAR – MENGAJAR MATEMATIKA EFEKTIF DAN EFISIEN**

Pembelajaran matematika merupakan suatu disiplin ilmu yang membantu pelajar berpikir, dan mempertanggung jawabkan berpikirnya dalam memecahkan masalah. Pelajar berkeyakinan bila penyelesaian pemecahan masalah benar karena penalarannya sangat jelas membenarkannya.

Seseorang dikatakan belajar, bila orang itu dapat mengerjakan sesuatu yang sebelumnya orang itu tidak dapat mengerjakannya. Konsep-konsep matematika yang disampaikan kepada pelajar lebih diarahkan kepada penyelesaian masalah sehingga pelajar mempunyai kemampuan dan keterampilan untuk menyelesaikan masalah. Cara belajar pelajar dalam menyelesaikan masalah menurut Hudoyo (2005: 9) antara lain sebagai berikut:

1. Bahan disusun oleh pengajar secara bermakna dan diajarkan secara rinci dengan melibatkan pelajar belajar, misal diskusi.
2. Pengajar cukup menyediakan bahan-bahan yang akan dipelajari oleh pelajar dengan petunjuk-petunjuk seperlunya dan pelajar sendirilah yang menentukan bahan tersebut untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi.

#### **D. Interaksi Guru Dengan Siswa**

Keberhasilan belajar matematika bergantung kepada proses belajar matematika. Dalam proses pembelajaran matematika tidak hanya berorientasi pada aspek kognitif saja, akan tetapi hubungan emosional dan sosial antara pengajar dan pelajar. Kemauan dan kemampuan pelajar dalam belajar matematika yang terkait dengan tugas (matematika) yang dipelajari akan menentukan baik atau jeleknya hasil belajar pelajar. Guru hendaknya mampu membangkitkan kemauan pelajar dalam belajar. Interaksi guru dengan pelajar yang tinggi belum tentu memperoleh hasil yang baik. Begitu pula Interaksi guru dengan pelajar yang rendah belum tentu memperoleh hasil yang jelek.

Pola perilaku pengajar dan pelajar dalam proses pembelajaran matematika akan efektif dan efisien menurut Hudoyo (2005: 12)

1. Bila kemauan dan kemampuan belajar pelajar rendah, maka pengajar haruslah aktif menyusun program lengkap dengan memberikan instruksi rinci yang disertai kontrol ketat, oleh karena itu derajat tugas menjadi tinggi. Karena kemauan pelajar rendah perlu interaksi yang tinggi.
2. Bila kemauan belajar matematika tinggi sedang kemampuan belajarnya rendah, maka tidak perlu interaksi yang tinggi sebab pelajar sudah dengan senang hati mau belajar. Jadi disini cukup interaksi rendah. Namun karena kemampuannya rendah pengajar harus aktif menyusun program lengkap dengan memberikan instruksi rinci yang disertai dengan kontrol ketat. Oleh karena itu derajat tugas tinggi.
3. Bila kemauan dan kemampuan belajar matematika tinggi, maka pengajar harus menyerahkan kepada keinginan belajar pelajar. Pengajar menyediakan bahan yang dikehendaki pelajar dan fasilitasnya. Pelajar diberi kesempatan mencari sendiri bahan-bahan matematika yang diperlukan. Nampak adanya pembagian tugas merata antara pengajar dan pelajar. Dengan demikian tugas yang diberikan kepada pelajar sangat longgar, karena pelajar sudah mempunyai intensitas belajar yang tinggi. Oleh karena itu derajat interaksi dan tugas rendah.

4. Bila kemauan belajar matematika rendah sedang kemampuan belajarnya tinggi, maka pengajar harus banyak memberikan motivasi dan merencanakan program bersama dan melaksanakan kegiatan belajar. Keterkaitan emosional dan sosial antara pengajar dan pelajar harus tinggi. Ini berarti derajat interaksi tinggi. Tugas tidak perlu terlalu banyak sebab dikhawatirkan pelajar malah tidak bersedia belajar. Yang penting pengajar “mengemong” pelajar.

Seseorang dikatakan aktif dalam proses belajar matematika ialah bila orang tersebut mengerjakan karena ia merasa perlu dan harus mengerjakan sesuatu bukan karena ia terpaksa mengerjakan sesuatu. Ini berarti;

1. Pelajar dikatakan aktif belajar, bila pelajar berkemauan belajar dan belajar dilakukan bukan karena diinstruksikan untuk belajar.
2. Pengajar dikatakan aktif melaksanakan pembelajaran, bila pengajar melaksanakan bimbingan dan memberikan arahan belajar kepada pelajar dengan kualitas dan kuantitas yang tinggi, karena pengajar merasa perlu untuk melakukannya.

Dari uraian di atas tercipta definisi belajar aktif bila permasalahan matematika diperoleh pelajar dan kemudian pelajar mencoba menyelesaikannya dengan kesadaran/keinginan sendiri, maka barulah itu dikatakan belajar aktif.

Pada usia pelajar SD perkembangan intelektualnya adalah operasi konkrit. Kemampuan abstraksi/generalisasi dan berpikir matematika formal masih belum dimiliki pelajar. Karena matematika itu bersifat abstrak dan formal maka klasifikasi kemampuan pelajar dalam matematika masih tergolong tidak mampu. Kemauan belajar matematika pun belum ada, kecuali bila belajar matematika disertai contoh-contoh konkret sesuai dengan perkembangan intelektualnya. Oleh karena kemauan dan kemampuan belajar pelajar rendah. Murid-murid SD kelas VI dan SMP kelas I seyogyanya diajar oleh guru-guru berpengalaman sebab saat itu merupakan masa transisi dari tahap masa berpikir operasi konkrit ke operasi formal.

Dengan demikian pengajar dalam mengembangkan kemampuan keterampilan kognitif pelajar, haruslah melibatkan diri secara emosional dan sosial sehingga matematika menjadi menarik dan pelajar menjadi mau belajar. Bahkan yang disusunpun harus bermakna. Agar konsep yang dipelajari pelajar bermakna diperlukan suatu penanaman konsep matematika berupa rangkaian terpadu antara bahasa dan kata serta kalimat, benda konkrit, simbol dan gambar. Jenis intensitas tugas yang diberikan kepada pelajar tinggi.

## **E. Kesimpulan**

Gagasan yang dikemukakan tentunya merupakan suatu alternatif penyampaian matematika dalam menjawab permasalahan “besar” bagaimana kita dapat membelajarkan anak sehingga anak tidak merasa takut, frustrasi dan sebagainya bila mereka menghadapi pelajaran matematika. Tentu saja mengajak anak berpartisipasi dalam belajar matematika. Jadi yang diutamakan adalah proses belajarnya atau memperbaiki proses belajar yang terlaksana selama ini. Agar belajar matematika tidak

statik, melainkan dinamik dan bahkan berkembang sehingga meningkatkan kemampuan siswa dalam problem solving.

Matematika SD menjadi dasar belajar matematika selanjutnya, maka saran-saran diarahkan pada pendidikan matematika SD, antara lain sebagai berikut:

1. Aspek interaksi pengajar dan pelajar harus tinggi:
  - b. Menghindarkan pelajar menghapalkan secara mekanistik konsep-konsep matematika. Pengajar memberikan motivasi sedemikian hingga pelajar mampu bertanya dan menjawab.
  - c. Pengajar membantu pelajar untuk berfikir tentang apa yang dipelajari pelajar sehingga kemajuan pelajar dapat dikontrol.
  - d. Pengajar memberikan waktu yang cukup untuk berpikir kepada pelajar agar dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan.
  - e. Pengajar perlu seringkali memberikan pengalaman sukses kepada pelajar pada tingkat kemampuannya.
  - f. Pengajar membantu pelajar agar dapat merasa bahwa kesalahan yang dibuat bukanlah hal yang jelek, tetapi sebagai pengalaman belajar yang baik.
2. Aspek kualitas dan kuantitas tugas harus tinggi:
  - a. Menghindarkan belajar konsep matematika terisolasi agar pelajar mampu mengaitkan konsep yang sedang dipelajari dengan konsep yang telah dipelajari.
  - b. Memberikan suatu konsep matematika dengan mengkonstruksi, menyusun notasi, perbedaan dan variasi dan menghubungkan suatu konsep dengan konsep lain.
2. Proses pembelajaran harus aktif dengan menggunakan pertanyaan yang memungkinkan dapat menggiring pelajar untuk belajar. Pertanyaan yang digunakan hendaknya dapat menarik perhatian pelajar sehingga pelajar dapat menyusun konsep dengan kemampuan sendiri yang disertai bimbingan pengajar intensif. Kondisi ini memungkinkan pelajar berkembang menjadi berkemampuan untuk belajar matematika.

#### **F. Soal Latihan**

1. Buatlah laporan hasil dari kumpulan pengalaman belajar (portofolio) selama melaksanakan proses pembelajaran matematika di sekolah!
2. Rencanakan LKS yang dapat menunjukkan indikasi bahwa siswa aktif mengkonstruksi konsep/prinsip matematika.
3. Sebutkan sebanyak mungkin alasan mengapa seorang guru hendaknya mencoba merealisasikan pembelajaran konsep-konsep matematika pada dunia nyata siswa?
4. Buatlah format observasi aktivitas siswa dan aktivitas guru sesuai model pembelajaran yang digunakan dalam melaksanakan proses pembelajaran matematika di sekolah.
5. Kolaborasi dengan rekan untuk melaksanakan pengamatan observasi di sekolah tentang proses belajar-mengajar yang menyenangkan.
6. Sebutkan sebanyak mungkin alasan mengapa seorang guru hendaknya mencoba merealisasikan pembelajaran konsep-konsep matematika pada dunia nyata siswa?

## BAB IX PEMBELAJARAN MATEMATIKA ABAD GLOBALISASI

### Kompetensi Pembelajaran

Dengan menuntaskan tema ini, anda diharapkan mampu:

1. Mendeskripsikan bagaimana matematika diajarkan.
2. Mengaplikasikan penanaman konsep awal matematika terlebih dahulu baru di drill kemudian dihapalkan.

### A. Pendahuluan

Pada era globalisasi mengakibatkan IPTEKS berkembang pesat dan semakin menentukan. Dalam keadaan demikian akan terasa pentingnya peranan sumber daya manusia (SDM) yang terdidik yang mempunyai kemampuan yang handal dalam menyesuaikan diri dalam menghadapi perubahan jaman yang semakin cepat. Dalam memasuki abad 21 dunia menghadapi permasalahan yang lebih kompleks dari pada sebelumnya sehingga pendidikan matematika tidak mungkin menghindari untuk melatih siswa agar mampu dan terampil menyelesaikan masalah, sehingga siswa terlatih dan terkondisi untuk mampu belajar mandiri sehingga belajar menjadi "*Learning Habit*"

Dalam hal ini, matematika berfungsi mendasari pengembangan ipteks. Ipteks sendiri dapat memberikan inspirasi bagi pengembangan matematika. Matematika sangat diperlukan dalam kehidupan dan kemaslahatan manusia. Matematika merupakan pengetahuan yang esensial sebagai dasar untuk bekerja seumur hidup dalam abad globalisasi. Oleh karena itu penguasaan tingkat tertentu terhadap matematika diperlukan bagi seluruh siswa agar kelak dalam hidupnya memungkinkan untuk mendapatkan pekerjaan yang layak karena abad ini tiada pekerjaan yang tanpa matematika.

Mengapa matematika diajarkan? Matematika merupakan pengetahuan yang berpola dan hierarkis. Cara berfikir matematika deduktif, abstrak, dan generalisasi. Cara berfikir matematika menakjubkan ternyata mendasari dan mengembangkan disiplin ilmu lain. Hal ini menurut Hudoyo (2005:38) disebabkan kerja matematika pada dasarnya:

1. Penyusunan model, yaitu mempresentasikan fenomena dunia yang penting dan berguna dengan mengkonstruksikan mental secara visual atau simbol.
2. Optimasi, yaitu mendapatkan penyelesaian yang terbaik dengan bertanya "apa jika..." dan kemudian menjabarkan segala kemungkinan.
3. Simbolisasi, yaitu memperluas bahasa dengan representasi simbolik sebagai konsep abstrak dalam bentuk yang "ekonomis" sehingga memungkinkan untuk komunikasi dan komputasi.
4. Inferensi, yaitu menyimpulkan dari data, dari premis, dari grafik, dari sumber-sumber yang tidak lengkap dan konsisten.
5. Analisa logis, yaitu mencari implikasi dari premis-premis dan mencari prinsip-prinsip untuk menjelaskan fenomena yang diobservasi.
6. Abstraksi, yaitu memilih sesuatu untuk dipelajari secara khusus tentang sifat-sifat yang sama dari banyak fenomena yang berbeda-beda.

Dari uraian di atas jelaslah mengapa matematika itu diajarkan, karena mempelajari matematika:

1. Dapat membantu siswa berpikir dan mempertanggungjawabkan berfikirnya tersebut.
2. Dapat mengembangkan kreativitas dan kemandirian.

3. Mempunyai peran besar dalam mengembangkan ilmu yang lain, disamping memang diperlukan dalam kehidupan sehari-hari baik saat ini maupun masa yang akan datang.
4. Siswa menjadi terlatih mempunyai keyakinan bahwa apabila ia menyelesaikan masalah maka kebenaran cara pemecahan masalahnya memang benar adanya, bukan karena gurunya yang mengatakan, tetapi penalarannya sangat jelas membenarkannya.

### **B. Bagaimana Matematika Diajarkan**

Berkembangnya teknologi informasi membuat semakin dapat dinilainya aplikasi yang realistik dengan alat matematika, dan dapat mengembangkan alat-alat yang pada gilirannya membuka aplikasi baru. Perubahan sikap ini mempengaruhi pendidikan matematika yang menjadi semakin aplikatif. Dengan pembelajaran matematika terlihat bahwa masalah motivasi siswa menjadi lebih mudah bila diaplikasikan sebagai suatu kemungkinan, yang pada akhirnya masalah semakin real menjadi lebih sesuai digunakan dalam pendidikan matematika.

Matematika tidak dapat diajarkan begitu saja tanpa memandang kemampuan dan kesiapan siswa. Dalam pembelajaran matematika diperlukan kreativitas guru. Kreativitas peserta didik akan terbentuk bila cara penyampaian topik kepada peserta didik cocok dengan kemampuan dan kesiapan intelektual siswa. Pada tingkat pendidikan dasar, pendidikan menengah, dan pendidikan tinggi kemampuan dan kesiapan peserta didik berbeda-beda. Pada tingkat pendidikan dasar pengajar harus banyak mengintervensi dalam proses pembelajaran hingga kegiatan pembelajaran berjalan efektif, makin tinggi pendidikan maka intervensi pengajar semakin minimal sesuai dengan tingkat kemampuan dan kesiapan siswa, sehingga akhirnya siswa mampu menyelesaikan masalah yang dihadapi secara mandiri. Intervensi di pendidikan tinggi hanya dilaksanakan jika diperlukan oleh peserta didik.

Proses pembelajaran dapat terlaksana secara efektif menghasilkan SDM yang mampu dan mampu melaksanakan tugasnya bila menggunakan strategi penyelesaian masalah. Strategi penyelesaian masalah dipergunakan dalam proses pembelajaran untuk melatih peserta didik menghadapi permasalahan yang penyelesaiannya menuntut kreativitas.

Pada tingkat pendidikan dasar, masalah-masalah matematika hendaknya sesuai dengan kehidupan nyata, disajikan secara realistik sesuai dengan pengalaman dan sosial budaya siswa berupa soal-cerita yang merupakan lingkungan kehidupan siswa. Untuk tingkat pendidikan menengah tidak hanya berorientasi pada kehidupan nyata siswa, namun dapat pula mengaitkan dengan pengetahuan lain sesuai dengan kadar pengetahuan siswa. Dengan demikian, pendidikan memberi pengalaman kepada siswa bahwa matematika tidak seperti “menara gading” yang hanya memanipulasi simbol-simbol yang membosankan seperti yang terjadi selama ini. Siswa menyadari bahwa matematika itu bermanfaat untuk menyelesaikan masalah-masalah kehidupan dan pengetahuan lain.

Konsep-konsep dan gagasan matematika berangkat dari dunia nyata yang dimatematisasikan. Dari pengalaman konkret, diobservasi, dan direfleksikan untuk pembentukan konsep abstrak dan generalisasi. Hasil formalisasi ini kemudian berimplikasi bahwa konsep-konsep di tes ke dalam situasi baru. Dari hasil pengetesan ini akan menambah pengalaman konkret. Dalam hal ini terdapat dua aspek yang harus diperhatikan. Pertama, penekanan terhadap pengalaman konkret untuk memvalidasi dan

mengetes konsep abstrak. Kedua, prinsip umpan balik dalam proses. Dengan demikian, bahwa belajar itu merupakan proses pembentukan pengetahuan yang dikreasikan melalui transformasi pengetahuan (Kolb's dalam Jan de Lange, 1992: 58). Pernyataan ini menunjukkan penekanan pada proses yang berlawanan dengan “konten atau hasil”. Pengetahuan merupakan proses transformasi, yang secara kontinu dikreasikan dan dikreasi kembali, tidak merupakan entitas yang bebas untuk dikuasai.

Karena itu, diperkirakan pengajaran matematika yang dilaksanakan secara konvensional (tradisional) tidak akan mampu menghasilkan SDM yang dapat beradaptasi dengan perubahan-perubahan yang cepat sebagai ciri kehidupan abad globalisasi. Dengan demikian, pembelajaran matematika di Indonesia ini haruslah diarahkan kepada kebutuhan masa depan yang sekiranya dapat mengembangkan kreativitas dan kemandirian siswa.

Untuk keperluan itu, matematika diajarkan dengan melatih para siswa untuk menyelesaikan masalah. Cara penyelesaiannya hendaknya membimbing siswa yang pada akhirnya siswa terlatih dan terkoneksi untuk mampu belajar mandiri. Dengan demikian kebiasaan belajar (*learning habit*) terbina sehingga siswa selalu bertanya terhadap informasi-informasi baru, tidak sekedar menerima informasi tanpa berfikir kritis.

Menurut Holmes (1985) masalah matematika diklasifikasikan menjadi masalah rutin dan masalah non rutin. Masalah rutin adalah masalah yang prosedur penyelesaiannya sekedar mengulangi lagi, misalnya secara algoritmik, sedangkan masalah non rutin adalah masalah yang penyelesaiannya memerlukan tingkat pemahaman yang tinggi, yang prosedur penyelesaiannya memerlukan perencanaan penyelesaian

Masalah rutin ada 2 yaitu masalah rutin aplikasi dan masalah rutin non aplikasi. Masalah non rutin ada 2 juga yaitu masalah non rutin aplikasi dan masalah non rutin non aplikasi.

Contoh masalah rutin aplikasi:

- Apabila ibu Eni menabung di BNI1946 sebesar Rp. 1.000.000,00 mulai tanggal 1 Januari 2008 dengan bunga sederhana (*simple interes*) 9% setahun, maka berapa uang Ibu Eni pada tanggal 31 Oktober 2008?.

Apabila masalah rutin tersebut lebih ke matematikanya dari pada ke kehidupan nyata maka disebut masalah rutin non aplikasi.

Contoh masalah rutin non aplikasi:

- Apabila terdapat dua bilangan bulat, bilangan pertama dua kali kedua dan jumlah kedua bilangan tersebut 57, maka carilah kedua bilangan tersebut!

Masalah non-rutin aplikasi adalah masalah yang penyelesaiannya menuntut perencanaan dengan mengaitkan dunia nyata/kehidupan sehari-hari, ilmu pengetahuan alam/sosial yang penyelesaiannya mungkin saja *open-ended*.

Contoh masalah non-rutin aplikasi:

- Ali dapat mengerjakan sendiri suatu pekerjaan dalam 6 hari dan Ani dapat mengerjakan sendiri pekerjaan tersebut dalam 8 hari. Apabila pekerjaan itu secara bersama dikerjakan mulai hari senin jam 07.00 pagi, kapan pekerjaan itu selesai bila 1 hari kerja dihitung 7 jam.

Masalah non-rutin non-aplikasi adalah masalah yang berkaitan murni tentang hubungan matematis, misalnya bentuk, pola dan logika yang penyelesaiannya mungkin saja *open-ended*.

Contoh masalah non-rutin non-aplikasi

- Lukislah bentuk geometri yang terdiri dari dua bujur sangkar dan empat segitiga dengan menggunakan delapan garis.

## 1. DRILL VS PENANAMAN KONSEP

Dril artinya latihan soal serupa tanpa pemahaman konsep yang terkandung dalam materi sehingga proses belajarnya menjadi mekanistik dan rutin. Dengan cara drill siswa terlatih menyelesaikan soal-soal yang serupa. Tapi kurang paham konsep awal. Boleh saja siswa di drill tetapi harus paham dahulu konsep-konsepnya.

Masalah yang sering muncul di SD adalah mencongak. Mencongak yang berlebihan akan mengakibatkan siswa sulit mengaplikasikan konsep materi yang dipelajari apabila siswa menghadapi problema yang tidak dikerjakan sebagaimana yang dilatihkan sebelumnya. Jadi, disini transfer belajarnya lemah.

Pembelajaran yang diorientasikan ke penanaman konsep, maka siswa akan memahami konsep dengan baik sehingga siswa mampu menyelesaikan masalah. Jadi transfer belajarnya tinggi. Namun kelemahannya siswa bisa menjadi terlalu lama menyelesaikan suatu masalah karena terbentur dengan ketidakterampilannya, misalnya dalam menghitung (tidak hapal, karena mesti harus menjabarkan hal-hal yang semestinya harus dengan cepat diketahui).

Mengingat siswa akan menghadapi masa depan yang belum menentu, maka siswa perlu dibekali dengan konsep-konsep yang mantap sehingga transfer belajarnya kuat. Disamping itu untuk tingkat SD keterampilan hitung-menghitung, mencongak dengan porsi terbatas tetap digunakan, tapi tidak perlu lagi menghitung dengan bilangan-bilangan besar sebab sudah bisa dikerjakan kalkulator. Dalam pembelajaran matematika diperlukan latihan soal yang terbagi menjadi 2 bagian: *Pertama*, dril dengan paham konsep terlebih dahulu terus latihan menghafal, sehingga siswa menjawab cepat. *Ke-dua*: latihan menyelesaikan masalah terutama soal-soal ceritera. Secara ringkas dapat digambarkan sebagai berikut.



## 2. CBSA VS MENTAL

Aktivitas fisik dalam kegiatan belajar matematika harus benar-benar melibatkan mental. Kegiatan semacam inilah yang disebut CBSA. Belajar menggunakan CBSA semestinya diarahkan untuk menyelesaikan masalah dan tanya jawab yang dapat membawa kepada pengertian konsep, sifat dan lain-lain. Masalah bukan hanya sekedar soal-soal rutin tetapi yang disebut masalah adalah merupakan soal ceritera yang belum pernah diselesaikan. Namun konsep yang dipergunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut sudah pernah diajarkan dan tidak begitu saja dapat diterapkan.

Penyelesaian masalah/soal ceritera menuntut keaktifan mental yang sekaligus melibatkan kegiatan fisik yang ditunjukkan dengan ketekunan masing-masing siswa. Jika masalahnya cukup besar maka peran guru harus memfasilitasi dengan kerja kelompok (*cooperative learning*) berarti peran siswa sudah terlibat aktif dalam kegiatan



mental yaitu belajar sambil bekerja dan memikirkan apa yang dikerjakan dalam penyelesaian masalah dengan adanya interaktif antara guru dan sesama siswa lainnya.

### **3. KONKRIT VS ABSTRAK, INDUKTIF VS DEDUKTIF**

Cara penyampaian materi matematika khususnya SD lebih baik konkrit dahulu baru abstrak yang penting konsep dapat dipahami dan dimengerti oleh siswa. Setelah dimengerti dengan benda konkrit, barulah diperlukan abstraksi. Bergantung pada kesiapan dan kemampuan siswa.

Memang matematika merupakan ilmu yang bersifat abstrak dan penalarannya deduktif. Kemampuan mengabstraksi dan mendeduksi hanya dimiliki oleh orang yang sudah pada tahap operasi formal. Sedangkan siswa SD masih dalam tahap operasi konkrit dan siswa SMP/MTs pada tahap transisi konkret ke formal, bahkan masih ada yang bercampur konkrit. Kemampuan berfikir mereka masih terbatas, masih terkait dengan benda-benda konkrit, semi konkrit sehingga tentu saja belum mampu berpikir deduktif secara sempurna. Namun lebih cenderung berpikir induktif.

Perlu diketahui pula kadang-kadang orang yang berada pada tahap operasi formal pun bila menggunakan contoh-contoh semikonkrit terlebih dahulu mengembangkan ke abstraksi, dari berpikir induktif menuju keberpikir deduktif.

### **4. Terlalu Syarat Bahan Pelajaran VS Kebutuhan Masa Depan**

Kelemahan guru-guru adalah menyampaikan materi dalam GBPP sampai selesai dengan mengejar target kurikulum, sehingga waktu yang diperlukan dalam proses pembelajaran terlalu cepat tanpa menghiraukan siswa yang belum tuntas menyerap materi yang disampaikan oleh guru. Karena GBPP terlalu sarat jadi siswa tidak dapat memahami konsep-konsep yang diajarkan. Ironisnya, matematika berkembang dengan pesat sejalan dengan bertumbuh kembangnya IPTEKS. Pembelajaran matematikapun perlu mengantisipasi kebutuhan tersebut, agar siswa tidak menjadi buta matematika.

Materi matematika yang dimuat dalam GBPP perlu dipilih yang inti-intinya saja yang sekiranya diperlukan sebagai dasar pengembangan konsep matematika. Memang tugas guru sangat berat karena harus memilih prioritas materi yang sangat inti dalam kaitan penyelesaian materi GBPP, apabila tidak bisa menyelesaikan materi dalam GBPP, maka guru sebaiknya mengutamakan pemahaman konsep dari prioritas materi yang dipilih. Sekali lagi tentunya yang paling utama adalah pemahaman konsep, kemudian diusahakan agar materi dalam GBPP dapat diselesaikan.

### **5. Kelemahan Dalam Pembelajaran Matematika**

Realita di lapangan menunjukkan adanya kelemahan dalam pembelajaran matematika sebagai berikut:

- a. Buku matematika yang dipergunakan di sekolah maupun yang beredar di pasaran banyak menekankan untuk belajar keterampilan kognitif, kurang melibatkan perasaan siswa dan nilai-nilai yang terkandung dalam matematika.
- b. Matematika dipelajari sebagai pelajaran yang kering dan membosankan, padahal sebenarnya dapat disajikan dengan menarik dan menantang siswa.
- c. Matematika diberikan terlalu abstrak, terlepas dari dunia nyata, padahal matematika dapat dikaitkan dengan masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

- d. Siswa tidak diberi kepercayaan, kesempatan untuk terlibat aktif, menemukan konsep awal, menebak, mengajukan pertanyaan, memecahkan masalah dan menanggung resiko dalam pembelajaran matematika. Padahal semua itu merupakan proses belajar matematika yang amat penting.
- e. Guru berusaha keras agar siswa tidak membuat kesalahan, padahal kesalahan yang dibuat siswa sebagai landasan belajar bagi siswa itu sendiri untuk mengetahui bahwa yang dikerjakan/dibuat siswa itu sebagai usaha untuk memperbaiki kesalahannya.

Itulah beberapa hal yang menyebabkan kesulitan siswa dalam belajar matematika sehingga menyebabkan kegagalan siswa dalam belajar matematika. Kegagalan-kegagalan siswa yang berlangsung terus-menerus ini menjadikan “matematika fobi” sehingga ada kesan bahwa belajar matematika itu menghendaki kemampuan khusus yang kebanyakan siswa tidak mampu mengerjakan matematika. Padahal sebenarnya para siswa itu mampu belajar matematika jauh lebih baik dari pada yang diduga, asalkan bantuan belajar matematika yang diberikan kepada siswa sesuai dengan perkembangan intelektual dan sosial siswa.

### **Kesimpulan**

Pembelajaran matematika disajikan untuk membangkitkan minat siswa agar mengasah dan menata pola berpikir. Pemahaman konsep matematika lebih utama dibandingkan dengan drill. Karena paham terhadap konsep merupakan bekal utama dalam menyelesaikan masalah matematika. Drill secara terbatas dapat ditolelir sebagai bagian dari penanaman konsep. Proses belajar matematika yang utama adalah melibatkan mental. Keterlibatan mental terjadi bila siswa dihadapkan pada permasalahan matematika yang penyelesaiannya menuntut daya kreativitas yang tinggi. Penyajian konsep dan permasalahan matematika harus disesuaikan dengan kemampuan dan kesiapan siswa. Yang perlu mendapat perhatian adalah siswa mampu memahami konsep dan menyelesaikan masalah dengan catatan tidak membunuh kreativitas siswa. Eksplorasi guru diawal pembelajaran dengan teknik scaffolding dan probing dalam penanaman konsep awal diperlukan untuk menggiring kemampuan awal siswa dalam belajar sendiri, sehingga kebiasaan belajar siswa terbina, masa depan sangat memerlukan kemampuan belajar mandiri. Yang utama adalah pemahaman terhadap bahan ajar, bukan selesainya GBPP.

Belajar matematika untuk menghadapi masa yang akan datang tidak cukup *learning by doing* namun hendaknya sesuai dengan ungkapan (Mel Silberman: 1996).

Apa yang saya dengar, saya lupa.

Apa yang saya lihat, saya ingat sedikit.

Apa yang saya dengar, lihat, dan diskusikan saya mulai paham.

Apa yang saya dengar, lihat, dan diskusikan, dan saya kerjakan, saya dapat pengetahuan dan keterampilan.

Apa yang saya ajarkan saya kuasai.

Pembelajaran matematika hendaknya:

1. Melibatkan perasaan siswa terhadap nilai-nilai yang terkandung dalam matematika.
2. Disajikan secara menarik dan menantang, tidak kering dan membosankan.
3. Disajikan berupa masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

4. Memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengajukan pertanyaan, menganalisa konsep yang dipelajari, dan memecahkan masalah, tidak sekedar mengingat dan menghafal.
5. Memberikan kepercayaan kepada siswa untuk menebak atau mengambil resiko salah dalam menyelesaikan masalah matematika, sebab menebak dan mengambil resiko salah merupakan proses belajar matematika untuk menghadapi masa depan.
6. Memberikan kelonggaran siswa mengerjakan salah, sebab kesalahan yang dibuat siswa merupakan landasan belajar bagi siswa sehingga dapat berusaha sendiri mengetahui kesalahan dan kemudian memperbaikinya.

#### **D. Soal Latihan**

1. Siapa saja yang berkepentingan dengan matematika? Jelaskan!
2. Bagaimanakah karakteristik pembelajaran matematika di sekolah? Jelaskan!.
3. Mengapa kita sebagai guru perlu mengetahui karakteristik pembelajaran matematika di sekolah?

## **BAB X**

### **MODEL, STRATEGI, PENDEKATAN, METODE DAN TEKNIK PEMBELAJARAN MATEMATIKA REFORMASI**

#### Kompetensi Pembelajaran

Setelah menuntaskan tema ini, anda diharapkan mampu:

1. Mendeskripsikan berbagai model pembelajaran matematika.
2. Mendemonstrasikan kemampuan dalam menggunakan model, strategi, pendekatan, metode dan teknik pembelajaran matematika.
3. Terampil mengaplikasikan strategi, pendekatan, metode serta teknik pembelajaran dalam proses pembelajaran matematika.

#### **A. Strategi, Model, Pendekatan, Metode dan Teknik Pembelajaran**

Dalam menjalankan tugasnya sehari-hari, setiap guru pasti akan mempersiapkan strategi pembelajaran yang matang dan tepat. Karena setiap guru merasakan dan menyadari bahwa tugasnya sebagai pendidik dan pengajar adalah tugas mulia, penuh dengan kebaikan dan kalimat thoyibah, sehingga setiap ucapan dan prilakunya akan diteladani seluruh siswanya. Guru adalah propesi orang kaya dengan amal sholeh, penuh dengan ilmu yang bermanfaat sehingga mereka akan termasuk kedalam golongan

orang-orang beruntung dan mempunyai bekal yang banyak jumlahnya untuk berjumpra kelak dengan tuhan.

Pengertian **strategi pembelajaran matematika** adalah siasat atau kiat yang sengaja direncanakan oleh guru berkenaan dengan persoalan pembelajaran, agar pelaksanaan pembelajaran berjalan dengan lancar dan tujuannya berhasil sehingga belajar bisa tercapai secara optimal.

Strategi pembelajaran yang dilakukan oleh guru matematika sebelum melaksanakan pembelajaran matematika di kelas, biasanya dibuat secara tertulis, mulai dari telaah kurikulum, petunjuk pelaksanaan, dan petunjuk teknis pembelajaran matematika, menyusun program tahunan, program semester, silabus, rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP).

Strategi guru dalam melaksanakan pembelajaran di kelas yang meliputi satu pokok bahasan yang terdiri atas beberapa sub pokok bahasan untuk beberapa kali pertemuan tatap muka. Dalam RPP guru harus sudah menentukan indikator, tujuan pembelajaran, memilih model pembelajaran, strategi, pendekatan, metode dan teknik pembelajaran tertentu yang tepat untuk materi yang disajikan, dijabarkan secara rinci dan fungsional berikut fasilitas belajar yang diperlukan, kegiatan belajar- mengajar khususnya kegiatan inti harus sesuai dengan model pembelajaran yang dilaksanakan yaitu student center, serta melaksanakan evaluasi secara komprehensif dari mulai proses belajar hingga hasil belajar.

## **B. Desain Strategi-Strategi Pembelajaran Matematika**

Prinsip-prinsip yang ditawarkan sebagai pedoman yang bermanfaat bagi guru dalam menyeleksi tindakan pembelajaran. Perlu diperhatikan bahwa semua prinsip ini saling berkaitan dan sebagai suatu sistem yang saling mendukung.

1. Tugas-tugas pembelajaran untuk para siswa hendaknya diseleksi sesuai dengan tahap-tahap perkembangan kognitif siswa.
2. Pada usia anak yang masih pada tahap konkrit, pembentukan konsep sangat bergantung pada penggunaan lingkungan fisik yang real
3. Potensi belajar seorang siswa diperkuat jika tugas-tugas pembelajaran dipersepsi oleh siswa sebagai suatu yang bermakna melalui prasyarat.

4. Pembelajaran konsep-konsep matematika diperkuat bila ide-ide itu diwujudkan dalam beraneka ragam cara. Lebih lanjut, pilihan urutan representasi konsep dalam rangkaian pembelajaran adalah dari konkrit ke semi konkrit hingga ke abstrak.
5. Tugas-tugas pembelajaran yang diseleksi untuk para siswa hendaknya sesuai dengan tingkat pencapaian mereka sebelumnya.
6. Pembelajaran akan terarah dan produktif jika adanya tujuan yang terdefinisi dengan jelas.
7. Saat para guru memformulasikan tujuan-tujuan pembelajaran matematika, mereka hendaknya menerapkan tujuan-tujuan yang menekankan pengembangan proses-proses kognitif yang lebih tinggi ke arah problem solving, discovery learning, siswa diberi kesempatan untuk bereksplorasi, mengajukan pertanyaan, merumuskan masalah, memecahkan masalah serta mendiskusikannya hingga berhasil.
8. Pembelajaran konsep-konsep matematika diperkuat jika lingkungan pembelajaran bersifat adaptif dan responsif memberi kebebasan kepada siswa untuk mengembangkan berbagai potensi yang dimiliki.
9. Para guru hendaknya mengkonstruksi suatu lingkungan belajar yang memungkinkan siswa untuk membangun jati diri yang wajar dengan cara kolaborasi.
10. Potensi belajar siswa akan meningkat jika guru peduli mencurahkan perhatian untuk membangun percaya diri siswa.
11. Pembelajaran konsep-konsep matematika akan mudah diserap oleh siswa jika seorang guru profesional dalam mengaplikasikan berbagai model, strategi, pendekatan, metode dan teknik pembelajaran matematika.
12. Guru hendaknya memastikan tingkat keterampilan membaca matematika siswa agar gagasan matematika yang dikomunikasikan siswa lebih rasional.

Faktor membaca bahan matematika dapat menimbulkan beraneka ragam masalah bagi para siswa, jika tidak diperhatikan akan sangat menghambat potensi pembelajaran.

Masalah penting tentang membaca bahan matematika

*Pertama* bahan matematika memiliki kosa kata teknisnya sendiri. Keberhasilan pembelajaran matematika menuntut para siswa memahami dengan jelas berbagai simbol dan kata teknis yang digunakan untuk mengekspresikan konsep-konsep matematika.

*Kedua* para siswa harus belajar memahami makna dari simbol-simbol, dan menangkap makna dari rumus, grafik, dan diagram.

*Ketiga* Membaca materi matematika seringkali menuntut para siswa untuk mengingat banyak konsep dan keterampilan yang sudah dipelajari waktu sebelumnya.

*Ke-empat* berkenaan dengan kecepatan membaca. Ini berarti bahwa kegiatan membaca materi matematika yang berhasil seringkali memerlukan tindakan membaca secara seksama dan pembacaan ulang untuk memahami dan menginterpretasi berbagai kata dan frasa teknis serta hubungan antara konsep-konsep yang dihadirkan.

Strategi- strategi instruksional sebagai serangkaian mode-mode belajar-mengajar yang dirancang untuk mengambil dan memberikan *feedback* yang dihasilkan dari implemmentasi rencana-rencana pembelajaran. Beberapa pola strategi instruksional diantaranya:

1. Pola strategi instruksional untuk konsep. Contoh, bilangan, bilangan prima, titik. Guru menggali pengetahuan siswa dengan suatu masalah, memperlihatkan contoh dan yang bukan contoh secara berurutan sehingga membuat perbedaan, mengusahakan teridentifikasinya karakteristik-karakteristik yang esensial dan yang non esensial, membuat model memakai analogi, mendapatkan generalisasi konsep itu pada beragam contoh spesifik yang sebelumnya belum pernah digunakan. hingga akhirnya memunculkan definisi yang operasional
2. Pola strategi instruksional untuk kosa kata. Contoh, poligon, limit, integral,  $\Delta$   
Guru menggali pengetahuan siswa dengan suatu masalah. dengan memperlihatkan obyek (gagasan-gagasan percontohan), kemudian memunculkan pernyataan gagasan atau deskripsi obyek, Siswa mengajukan pertanyaan dan siswa lain memecahkan masalahnya, guru mengajak kolaborasi dengan siswa agar terbentuk pemahaman matematika dalam konteks.
3. Pola strategi instruksional untuk aturan/ prinsip. Contoh, algoritma akar kwadrat, bukti kongruensi. Guru mengajak siswa untuk mengingat/meninjau kembali berbagai prasyarat, mengindikasikan sifat performasi akhir yang diharapkan, memberi petunjuk (via pertanyaan-pertanyaan, kerja percobaan, aplikasi-aplikasi) untuk mencari pola dengan mempertalikan konsep-komsep, mengupayakan agar aturan itu dikemukakan oleh siswa jika mungkin dalam pernyataan, memberikan

suatu model performansi yang benar, membawa siswa mendemonstrasikan kejadian-kejadian (contoh) aturan itu dalam beragam situasi. Perbaiki dan pertahankan skill-skill secara berkala dan beragam.

4. Pola strategi instruksional untuk pemecahan masalah. Contoh, Analisis bukti-bukti baru dalam teorema geometri, aljabar bergerak dari solusi soal abstrak, menuju solusi soal-soal problem yang beragam. Bagaimanapun di dalam kedua kasus tadi, pergeseran tanggung jawab dalam pemikiran siswa haruslah secara bertahap dibantu perkembangannya oleh guru dengan scaffolding dan probing. Seorang guru yang ingin menanamkan pemecahan masalah seharusnya memasukkan beberapa perilaku ke dalam pelajaran-pelajaran aturan, misalnya deskripsi-deskripsi cara guru itu sudah meraba-raba menuju solusi dengan langkah-langkah heuristik pemecahan masalah, pertanyaan-pertanyaan mengenai berbagai kelebihan dan kelemahan dari beragam mode pemecahan masalah dan petunjuk-petunjuk tentang berbagai cara mendapatkan feedback tanpa meminta bantuan pada guru. Pola strategi dalam pemecahan masalah baru dengan cara mengedepankan masalah (belajar berbasis masalah), siswa mengajukan pertanyaan sebagai diagnosa untuk mempermudah dalam proses pemecahan masalah. Menyelenggarakan kerja individual atau diskusi kelompok (dalam pengumpulan data, analisis data, pembuatan dan pengujian dugaan-dugaan), mengajak siswa untuk mempertimbangkan kelebihan dan kelemahan usul-usul (termasuk proses-proses) yang dihasilkan dari diskusi-diskusi kelompok atau kerja individual.
5. Pola strategi instruksional untuk skill-skill psikomotor. Contoh, busur derajat, klinometer, mistar slide. Guru mendemonstrasikan (menunjukkan bagaimana) satu tahap-satu tahap, biarkan para siswa menampilkan masing-masing tahap segera setelah guru mendemonstrasikan masing-masing tahap itu, lihat para siswa melakukan tiap tahap itu dan dapatkan serta berikan feedback, kemudian tunjukkan beberapa tahap yang dilakukan bersambungan, bawa para siswa melakukan beberapa tahap secara bersambungan, bawa para siswa berlatih agar semakin mendekati performansi yang benar, selanjutnya bawa mereka berlatih untuk meningkatkan kecepatan. Guru harus menganalisa muatan yang akan diajarkan dan

memilih pola-pola strategi yang sesuai dengan masing-masing kategori muatan dan mengkolaborasikan pola strategi tersebut dalam suatu pelajaran.

**Model pembelajaran** adalah sebagai pola interaksi siswa dengan guru di dalam kelas yang menyangkut strategi, Pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran yang diterapkan dalam pelaksanaan kegiatan belajar-mengajar di kelas. Model pembelajaran matematika yang lazim diterapkan antara lain model pembelajaran klasikal, individual, diagnostik, remedial, terprogram, modul, dan kooperatif learning tipe jigsaw, TGT, TAI, STAD, GI, dan TPS (Think Pair Share)

**Pendekatan (*approach*)** pembelajaran matematika adalah cara yang ditempuh guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar konsep yang disajikan bisa beradaptasi dengan siswa. Ada dua jenis pendekatan dalam pembelajaran matematika, yaitu pendekatan yang bersifat metodologis dan pendekatan yang bersifat material. Pendekatan metodologi berkenaan dengan cara siswa mengadaptasi konsep yang disajikan ke dalam struktur kognitifnya, yang sejalan dengan cara guru menyajikan bahan tersebut. Pendekatan metodologi diantaranya adalah pendekatan deduktif/ formal/ struktural, pendekatan induktif/ informal/ intuitif, pendekatan problem solving, problem posing, problem based learning, open ended, realistik, konstruktivis, kontekstual, analogi. Uraian secara rinci tentang berbagai pendekatan tersebut akan dibahas pada bagian lain. Sedangkan pendekatan material yaitu pendekatan pembelajaran matematika dalam menyajikan konsep matematika melalui konsep matematika lain yang telah dimiliki siswa. Misalnya untuk menyajikan penjumlahan bilangan menggunakan pendekatan garis bilangan atau himpunan, untuk menyajikan konsep titik pada bidang dengan menggunakan vektor atau diagram cartecius, untuk menyajikan konsep penjumlahan bilangan pecahan yang tidak sejenis digunakan gambar atau model.

**Metode** pembelajaran adalah cara menyajikan materi yang masih bersifat umum misal: metode diskusi, ekspository, demonstrasi, simulasi, resitasi, discovery (penemuan). Kemampuan metode selalu disertai kemampuan teknik-tekniknya. Misal teknik bertanya beranting, teknik scaffolding, teknik probing dsb.

### **Aplikasi Model Pembelajaran Kooperatif Learning**

1. Model Kooperatif *Jigsaw* dikembangkan oleh Aronson (Lie, 1999: 73)

- b. Pengelompokan siswa yang heterogen antara lima hingga enam orang.



- c. Tiap kelompok diberi masalah yang berbeda-beda berupa item soal untuk diselesaikan dalam kelompok.
  - d. Ketua kelompok setelah membaca soal, kemudian bergabung dengan ketua kelompok lain membentuk kelompok ahli dengan nomor urut yang sama, untuk menyamakan persepsi tentang pemecahan masalah/soal masing-masing.
  - e. Ketua kelompok kembali kepada kelompok asal untuk menjelaskan hasil diskusinya kepada anggota kelompoknya masing-masing.
  - f. Wakil dari kelompok masing-masing mempresentasikannya didepan kelas.
  - g. Siswa lain mengomentari, melengkapi dan menyimpulkan.
  - h. Guru mengklarifikasi masalah jika diperlukan.
  - i. Pemberian kuis untuk mengasess kemampuan masing-masing siswa.
  - j. Penghitungan skor kelompok untuk menentukan penghargaan kelompok yaitu: *good team* untuk level rendah, *great team* untuk level sedang, dan *super team* untuk kelompok unggul.
2. Model Kooperatif *Team Assisted Individualization* (TAI) Slavin (1995: 102)
- b. Tes penempatan untuk pembentukan kelompok yang heterogen dengan prestasi rendah, sedang dan pandai.
  - c. Pembentukan kelompok yang heterogen.
  - d. Siklus I. Ekplorasi dilakukan untuk mengarahkan terbimbing konsep awal agar ditemukan oleh siswa dengan cara probing dan scaffolding.
  - e. Pemberian masalah, atau situasi masalah berupa lima item soal
  - f. Siswa menyelesaikan masalah masing-masing, untuk memeriksa jawaban benar atau salah meminta teman dalam kelompoknya untuk memeriksa jawaban tersebut. Bila masih ada jawaban yang salah siswa harus berusaha mencoba menyelesaikan semua soal hingga benar. Siswa yang mendapat kesulitan disarankan meminta bantuan pada ketua kelompoknya sebelum meminta penjelasan kepada guru.
  - g. Klarifikasi guru jika diperlukan.
  - h. Setiap siswa menyelesaikan tes unit yang merupakan tes ahir untuk menentukan kriteria kelompok. *Good team*, *great team*, dan *super team*.
  - i. Refleksi.

- j. Siklus II. Guru memberikan kegiatan korektif untuk memperbaiki kekeliruan konsep pada siswa yang belum tuntas dibentuk satu kelompok, agar siswa lebih memahami dan menguasai konsep. Siswa yang sudah tuntas diberi soal pengayaan. Dengan demikian siswa dapat belajar sesuai dengan kecepatannya masing-masing dan memperhatikan kemajuan dari tiap-tiap anggota kelompok yang merupakan tanggung jawab bersama dalam menyelesaikan tugas.
  - k. Guru memberikan tes formatif.
  - l. Siklus III. Guru mengklarifikasi masalah-masalah yang belum dikuasai siswa. Siswa menyimpulkan semua materi yang telah diberikan.
  - m. Guru memberikan tes akhir.
3. Model Kooperatif Learning *Student Teams Achievement Divisions* (STAD) dikembangkan oleh Slavin (1995: 71)
- a. Siswa dikelompokkan lima atau enam orang yang heterogen.
  - b. *Class presentations*, Guru eksplorasi di depan kelas untuk mengarahkan terbimbing tentang konsep awal yang harus dikonstruksi oleh siswa. Guru memberi masalah kepada siswa.
  - c. *Teams*, memecahkan masalah dalam kelompok untuk didiskusikan sehingga muncul kesepakatan.
  - d. *Quizzes*, tes individu.
  - e. *Individual improvement scorer*, skor perkembangan individu.
  - f. *Team recognition*, penghargaan kelompok yaitu nilai tiap masing-masing individu dijumlahkan kemudian dicari nilai rata-ratanya. Kelompok baik, kelompok besar, dan kelompok hebat.
4. Model Kooperatif Learning *Teams Games Tournament* (TGT) dikembangkan oleh (Slavin 1995).
- a. Siswa dikelompokkan secara heterogen.
  - b. Guru eksplorasi dengan pengarahan terbimbing tentang materi yang harus dikonstruksi siswa dengan cara probing, dan scaffolding.
  - c. Guru memberikan situasi masalah yang harus diselesaikan siswa dalam diskusi kelompok.

- d. Siswa mengajukan pertanyaan pada kelompoknya.
- e. Siswa memberikan penyelesaian sebagai umpan balik terhadap ide teman satu kelompoknya.
- f. Turnament akademik, untuk menguji pengetahuan yang telah dicapai oleh siswa.
- g. Perangkat turnamen adalah soal-soal matematika, kunci jawaban, satu set kartu bernomor, lembar pencatatan skor.
- h. Pemain pertama, mengambil satu kartu dari tumpukan kartu yang telah dikocok dan mengambil soal yang sesuai. Membaca soal dan menjawab soal.
- i. Pemain kedua, ikut mencoba menjawab soal, menantang bila mempunyai jawaban berbeda dengan pemain pertama.
- j. Pemain ketiga, ikut mencoba menjawab soal, menantang bila mempunyai jawaban yang berbeda dengan pemain pertama dan kedua.
- k. Pemain ke-empat, ikut mencoba menjawab soal, menantang bila mempunyai jawaban yang berbeda dengan pemain pertama, kedua, dan ketiga. menyelesaikan soal yang sesuai. Untuk pemain yang menjawab benar, berhak untuk menyimpan kartu bernomor tadi. Apabila semua tidak dapat menjawab maka kartu itu dikembalikan pada tempat semula.
- l. Penghargaan kelompok. *Good taem, great team, dan super team.*

### **Aplikasi Langkah-Langkah Strategi Pembelajaran Matematika**

#### **1. Strategi *Transactional Reading* Dikembangkan oleh Louis Rosenbalt.**

STR merupakan salah satu strategi belajar bagaimana menyusun suatu teks yang masuk akal dari suatu teks matematika yang sulit. Siswa dituntut untuk menghindari jawaban verbal yang pendek antara jawaban ya atau tidak, benar atau salah dalam menyimpulkan makna dari suatu teks matematika.

(Utari, 2006: 8). Keterampilan membaca matematika diperlukan untuk mengkonstruksi makna matematika, sehingga siswa dapat belajar lebih aktif. Istilah membaca menurut (Utari, 2006: 4) bahwa membaca merupakan serangkaian keterampilan menyusun informasi dari suatu teks. Proses kegiatan keterampilan membaca matematika dapat mengupayakan siswa agar dapat berfikir lebih kritis dalam keefektifan belajar mandiri.

Karakteristik STR : Awal pembelajaran siswa dihadapkan pada suatu situasi masalah yang didalamnya memuat konsep atau keterampilan matematika misal:

pemahaman, pemecahan masalah, penalaran, koneksi, dan komunikasi matematika. Siswa diminta untuk membaca dan memahami situasi masalah menurut bahasa siswa sendiri. Siswa mengungkapkan *say something* atau menceritakan kembali apa yang dia pahami. Siswa lain merespon dan melengkapi serta mengajukan pertanyaan. Guru meminta siswa untuk berpasangan atau berkelompok dan membahas situasi masalah tersebut, dengan mengajukan pertanyaan, menuliskannya, dan mengilustrasikan melalui gambar, sketsa atau *sketch to stretch* dan mengomentarnya kemudian mereka mencoba memecahkan masalah

Strategi Somatis Auditori Visual Intelektual (SAVI)

Somatis, belajar dengan berbuat dan bergerak.

Auditori, belajar dengan berbicara dan mendengar.

Visual, belajar dengan mengamati dan menggambarkan.

Intelektual, belajar dengan memecahkan masalah dan berfikir

Karakteristik SAVI menurut Meier (2002: 33-34)

- b. Proses pembelajaran dikelompokkan yang terdiri dari 5 atau 6 orang siswa yang heterogen.
- b. Proses pembelajaran menggunakan media.
- c. Mendemonstrasikan konsep matematika.
- d. Memecahkan masalah dalam kelompok.
- e. Presentasi hasil diskusi ke depan kelas.

### **3. Strategi Paikem, Pembelajaran, Aktif, Inovatif, Kreatif, Efektif, Menyenangkan.**

#### **Karakteristik PAIKEM**

- a. Sumber belajar yang beranekaragam.
- b. Siswa dikelompokkan 5 atau 6 orang yang heterogen prestasi matematikanya.
- c. Guru mengeksplorasi konsep matematika dengan media dan bimbingan terarah secara scaffolding, probing.
- d. Guru memberikan situasi masalah. Situasi masalah bisa muncul dari siswa.
- e. Siswa mengemukakan pertanyaan (Aktif)
- f. Siswa menemukan masalah, masalah dikerjakan masing-masing kemudian didiskusikan akhirnya muncul kesepakatan mengemukakan gagasan untuk merencanakan penyelesaian masalah (Inovatif).

- g. Siswa menyelesaikan permasalahan dengan banyak cara, *open ended* (Kreatif)
- h. Penggunaan waktu efektif karena dalam proses pembelajaran muncul jamping-jamping atau loncatan-loncatan proses berpikir siswa yang divergen (Efektif).
- i. Guru mengajak siswa berkolaborasi mengkonstruksi pemahaman konsep, siswa berinteraksi dengan siswa lain dalam kelompok, tumbuh kerjasama, toleransi, saling menghargai, muncul sikap antusias karena tertarik untuk terlibat aktif dalam proses pembelajaran. Seorang siswa mempresentasikan hasil kesepakatan kelompok (Menyenangkan).
- j. Hasil karya siswa dalam proses pembelajaran ditempel di dinding kelas.
- k. Proses dan hasil pembelajaran direfleksi. Apa kekurangannya?

#### 4. Strategi *Performance-Assessment Task*

- a. Siswa dihadapkan pada suatu konteks yang memuat aspek pemahaman, pemecahan masalah, penalaran, dan komunikasi matematik.
- b. Siswa mengemukakan pendapat, mengajukan pertanyaan disertai dengan alasan matematik.
- c. Siswa mengeksplor berbagai kemungkinan jawaban dan alasan sehingga jawaban dapat beragam (*open ended*).
- d. Siswa menyajikan temuan-temuan hasil kesepakatan kelompok.

#### 5. Strategi *Think-talk-write*

- a. Siswa dikelompokkan masing-masing 5 atau 6 orang yang heterogen.
- b. Siswa dihadapkan pada suatu masalah penalaran, komunikasi matematika.
- c. Siswa memahami masalah dan menyelesaikan masalah tersebut secara individual (*think*).
- d. Siswa diskusi tentang hasil pemecahan masalah. Agar terjadi kesepakatan dalam kelompok (*talk*).
- e. Setiap siswa menyampaikan hasil diskusinya secara tertulis (*write*).

### C. Aplikasi Pendekatan Matematika

#### 1. Pendekatan SQ3R.

- a. *Survey*, siswa dihadapkan pada suatu situasi masalah matematika kemudian memahaminya.
- b. *Question*, siswa diminta menyusun suatu pertanyaan yang mengarah pada pemecahan masalah.
- c. *Read*, siswa membaca kembali semua pertanyaan untuk menyusun suatu perencanaan pemecahan masalah.

- d. *Recite*, siswa memecahkan permasalahan.
- e. *Review*, siswa memeriksa kembali semua pertanyaan dan jawaban yang telah diselesaikan dan memodifikasi kembali semua masalah dengan cara penyelesaian yang berbeda tetapi menghasilkan jawaban yang sama.

## 2. Pendekatan *Problem Based Learning*

- a. Mempersiapkan siswa untuk dapat berperan sebagai self-directed problem solvers yang dapat berkolaborasi dengan pihak lain,
- b. Menghadapkan suatu situasi pada siswa yang dapat mendorong mereka untuk mampu menemukan masalahnya.
- c. Meneliti hakekat permasalahan yang dihadapi sambil mengajukan dugaan-dugaan dengan pembentukan pertanyaan, rencana tindakan/strategi, dll.
- d. Mengeksplorasi berbagai cara menjelaskan kejadian serta implikasinya.
- e. Mengumpulkan serta membagi informasi.
- f. Menyajikan temuan-temuan.
- g. Menguji kelemahan dan keunggulan solusi yang dihasilkan dalam penyelesaian masalah
- h. melakukan refleksi atau efektivitas seluruh pendekatan yang telah digunakan

Secara ringkas menurut Hudoyo (2002, h. 431) karakteristik pendekatan *problem-based learning* adalah sebagai berikut:

- (1) Adanya promosi otonomi siswa yaitu berupa kegiatan penyusunan masalah sampai menyelesaikannya.
- (2) Mengidentifikasi dan menegosiasi cara pengajuan masalah dan penyelesaian masalah.
- (3) Terjadinya diskusi kelompok, siswa dengan siswa, guru dengan siswa.
- (4) Mengaitkan secara intensif materi/konsep/prinsip sehingga menyatu untuk menyelesaikan masalah.
- (5) Mengembangkan proses refleksi.

## 3. Pendekatan *Problem posing*

- a. Siswa dikelompokkan 5 atau 6 orang yang heterogen.
- b. Siswa dihadapkan pada suatu situasi masalah.
- c. Berdasarkan kesepakatan siswa menyusun pertanyaan atau merumuskan masalah dari situasi yang ada.
- d. Berdasarkan kesepahaman siswa menyelesaikan masalah.
- e. Siswa mempresentasikan hasil pemecahan masalah.

## 4. Pendekatan Pemecahan Masalah (*problem solving*)

Pemecahan masalah matematik sesuai dengan heuristik Polya (1985) ada 4 langkah:

- 1. Memahami masalah
- 2. Mencari alternatif penyelesaian.
- 3. Melaksanakan perhitungan.
- 4. Memeriksa kebenaran jawab

Fase pertama adalah memahami masalah meliputi: (a) apa yang diketahui? data apa yang diberikan? atau bagaimana kondisi soal? (b) apakah kondisi yang diketahui cukup untuk mencari apa yang ditanyakan? Setelah siswa dapat memahami masalah

dengan benar, selanjutnya mereka harus mampu menyusun rencana penyelesaian masalah.

Kemampuan melakukan fase kedua sangat tergantung pada pengalaman siswa yang bervariasi dalam menyelesaikan masalah, meliputi: (a) pernahkah anda menemukan soal seperti ini sebelumnya? pernahkah ada soal yang serupa dalam bentuk lain? atau tahukah anda yang mirip dengan soal tersebut? (b) pernahkah menemukan soal serupa dengan bentuk ini sebelumnya? Teori mana yang dapat dipakai dalam masalah ini? (c) perhatikan apa yang ditanyakan coba pikirkan soal yang pernah dikenal dengan pertanyaan yang sama atau yang serupa (d) apakah harus dicari unsur lain agar dapat memanfaatkan soal semula, mengulang soal tadi atau menyatakan dalam bentuk lain?

Fase ketiga adalah melaksanakan perhitungan. Langkah ini menekankan pada pelaksanaan prosedur yang ditempuh meliputi (a) memeriksa setiap langkah apakah sudah benar atau belum? (b) bagaimana membuktikan langkah yang dipilih sudah benar? Fase keempat memeriksa kembali proses dan hasil. Bagian terakhir dari langkah Polya menekankan pada bagaimana cara memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh. Berkaitan dengan hal ini prosedur yang harus diperhatikan adalah: (a) dapatkah diperiksa sanggahannya? (b) dapatkah jawaban itu dicari dengan cara lain? (c) dapatkah jawaban tersebut dibuktikan? (d) dapatkah cara atau jawaban tersebut digunakan untuk soal-soal lain?

#### **5. Pendekatan Realistik**

- a. Siswa dikelompokkan 5 atau 6 orang secara heterogen.
- b. Siswa dihadapkan pada suatu masalah matematika kontekstual.
- c. Siswa mengkonstruksi sendiri algoritma, aturan, hingga terbentuk konsep matematika formal.
- d. Siswa membuat jalinan antar topik antar pokok bahasan, dengan berfikir divergen.
- e. Siswa memecahkan masalah dalam diskusi kelompok agar terjadi kesepahaman.
- f. Siswa menyajikan temuannya.

#### **6. Pendekatan *Open Ended***

- a. Siswa dihadapkan pada problem terbuka yang menekankan bagaimana sampai pada suatu jawaban.
- b. Siswa menemukan pola untuk mengkonstruksi permasalahannya sendiri.
- c. Siswa memecahkan masalah dengan banyak cara penyelesaian dan mungkin banyak jawaban.
- d. Siswa menyajikan hasil temuannya.

#### **7. Pendekatan *Reciprokal Teaching* (Palinscar dan Brown)**

- a. Merangkum, mengidentifikasi tentang intisari dari ide utama yang mereka baca.
- b. Mengajukan pertanyaan, untuk membuat mereka yakin memahami tentang materi yang mereka baca.
- c. Memprediksi penyelesaian
- d. Memecahkan masalah.

#### **8. Pendekatan *Satellite learning Group***

- a. Siswa dikelompokkan masing-masing lima atau enam orang, siswa pandai diangkat menjadi ketua masing-masing kelompok (fast learner).
- b. Guru bereksplorasi tentang suatu materi untuk menggali potensi prasyarat siswa.
- c. Tiap kelompok mengkonstruks suatu pemahaman konsep awal, dan mengaplikasikannya dalam soal-soal matematika dipimpin ketua kelompok.
- d. Wakil dari kelompok masing-masing mempresentasikan hasil temuannya.
- e. Siswa lain mengomentari, melengkapi, dan menyimpulkannya.
- f. Guru mengklarifikasi masalah dan menyamakan persepsi siswa terutama penguatan konsep jika diperlukan.
- g. Siswa diminta untuk menyelesaikan masalah secara individu.
- h. Penilaian dilakukan dengan cara pemeriksaan punya teman sendiri, masing-masing siswa memeriksa hasil pekerjaan temannya.
- i. Guru mengumumkan kelompok terbaik.
- j. Melakukan refleksi

### **9. Pendekatan Konstruktivis**

- a. Siswa dikelompokkan lima atau enam orang yang heterogen.
- b. Guru mengajak siswa bereksplorasi, untuk kolaborasi dalam proses pembelajaran membentuk konsep pemahaman awal siswa.
- c. Awal gagasan siswa sebagai titik tolak untuk memulai pembelajaran dibangun oleh siswa secara aktif.
- d. Sajian proses pembelajaran, diawali dengan masalah atau situasi masalah.
- e. Siswa diberi kesempatan untuk menemukan atau membentuk pemahaman sendiri, memodifikasi masalah dengan bahasanya sendiri dan merumuskan permasalahan.
- f. Siswa dalam kelompok mengajukan permasalahan, dan kelompok lain berusaha menyelesaikannya sehingga muncul jamping-jamping atau loncatan-loncatan kesepahaman.
- g. Hasil diskusi dipresentasikan di depan kelas.
- h. Hubungan guru dengan siswa sebagai mitra yang sama-sama membangun pengetahuan. Kesimpulan pembelajaran diungkapkan oleh siswa.
- i. Guru mengklarifikasi permasalahan yang muncul jika diperlukan.
- j. Tes formatif individu.
- k. Refleksi.

### **D. Aplikasi Metode Pembelajaran Matematika**

1. Metode Penemuan (Sanjaya, W. 2006).
  - a. Siswa dikelompokkan masing-masing lima atau enam orang
  - b. Tahap orientasi, guru mengorientasikan siswa pada proses pembelajaran.
  - c. Tahap pelacakan, eksplorasi dilakukan untuk menggali potensi prasyarat siswa, dengan teknik probing, scaffolding.
  - d. Tahap konfrontasi, disajikan masalah matematika.
  - e. Tahap penemuan konsep awal, dikonstruksi oleh siswa dalam kelompok.
  - f. Tahap akomodasi, tahap penyimpulan dalam pembentukan pemahaman konsep oleh siswa.
  - g. Tahap transfer, disajikan masalah baru yang relevan dengan materi yang telah disampaikan berupa tes formatif.
  - h. Refleksi.



2. Metode Improve (*Introducing the new concept, Metacognitive questioning, Practicing, Reviewing and reducing difficulties, Obtaining mastery, Verification and Enrichment*) didesain oleh ilmuwan asal Israel yaitu Mevarech & Kramaski.
  - a. Siswa dikelompokkan, lima atau enam orang yang heterogen.
  - b. Mengawali pembelajaran dari suatu situasi masalah sebagai konsep awal yang harus dikonstruksi oleh siswa, masalah boleh muncul dari siswa atau guru.
  - c. Situasi masalah berisi pemahaman suatu konsep, untuk membangkitkan siswa membaca soal, menggambarkan konsepnya dengan kata-kata sendiri dan memahami makna konsepnya.
  - d. Siswa mendesain strategi untuk memecahkan masalah, dengan mengajukan pertanyaan yang mendorong siswa untuk melihat persamaan dan perbedaan suatu konsep permasalahan.
  - e. Kelompok lain memecahkan masalah dari situasi masalah yang diajukan kelompok kawan, sehingga terjadi kesepahaman.
  - f. Seorang wakil dari kelompok mempresentasikan hasil diskusi di depan kelas. Kelompok lain melengkapi. Guru mengklarifikasi permasalahan jika diperlukan.
  - g. Siswa menyimpulkan inti dari materi yang telah diterima.
  - h. Kuis.
  - i. Refleksi.
  - j. Siswa yang belum tuntas diberi kegiatan korektif (remedial), sedangkan siswa yang sudah tuntas diberi soal pengayaan.

#### **E. Aplikasi Teknik Pembelajaran Matematika**

1. Teknik probing, mengarahkan terbimbing lebih jelas lagi arahnya agar jawaban siswa relevan dengan harapan guru.
2. Teknik scaffolding, mengarahkan terbimbing agar siswa mudah memahami pertanyaan guru. Tingkatan pengetahuan atau pengetahuan berjenjang ini oleh Vygotsky disebutnya sebagai *scaffolding*. *Scaffolding*, berarti memberikan kepada seorang individu sejumlah besar bantuan selama tahap-tahap awal pembelajaran dan kemudian mengurangi bantuan tersebut dan memberikan kesempatan kepada anak tersebut mengambil alih tanggung jawab yang semakin besar segera setelah mampu mengerjakan sendiri. Bantuan yang diberikan pembelajar dapat berupa petunjuk, peringatan, dorongan, menguraikan masalah ke dalam bentuk lain yang memungkinkan siswa dapat mandiri. Vygotsky mengemukakan tiga kategori pencapaian siswa dalam upayanya memecahkan permasalahan, yaitu (1) siswa mencapai keberhasilan dengan baik, (2) siswa mencapai keberhasilan dengan bantuan, (3) siswa gagal meraih keberhasilan. *Scaffolding*, berarti upaya pembelajar untuk membimbing siswa dalam upayanya mencapai keberhasilan. Dorongan guru sangat dibutuhkan agar pencapaian siswa ke jenjang yang lebih tinggi menjadi optimum.
3. Teknik bertanya beranting. Antara guru, siswa dengan siswa lainnya.

#### **G. Rangkuman**

Standar-standar pembelajaran matematika dari NCTM mengangkat suatu gambaran pembelajaran di mana para guru lebih cakap dalam:

1. Menyeleksi tugas-tugas matematis untuk melibatkan minat dan intelek siswa.

2. Menyediakan kesempatan-kesempatan untuk memperdalam pemahaman tentang matematika yang sedang dipelajari dan aplikasinya.
3. Mengorkestrasi wacana (*discourse*) dalam cara-cara yang mengangkat investigasi dan pengembangan idea-idea matematis.
4. Membantu para siswa dalam menggunakan teknologi dan alat-alat bantu lainnya untuk mengangkat investigasi-investigasi matematis.
5. Membantu para siswa dalam mencari hubungan-hubungan pada pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan yang sedang dibangun.
6. Membina kerja-kerja individual, kelompok kecil dan kelas seluruhnya. (*Professional Standards for Teaching Mathematics*, 1991, hal. 1).

Standar yang menunjuk pada proses pembelajaran dideskripsikan sebagai berikut:

1. Tugas-tugas matematis:

Guru matematika hendaknya mengajukan tugas-tugas yang didasarkan pada:

- b. Matematika yang signifikan dengan pengetahuan tentang pemahaman, minat, dan pengalaman siswa.
- c. Melibatkan intelek para siswa, dengan cara membangun pemahaman dan kecakapan matematis para siswa.
- d. Menggugah para siswa untuk membuat hubungan-hubungan dan membangun kerangka yang koheren untuk ide-ide matematis.
- e. Mengangkat formulasi masalah, pemecahan masalah, penalaran matematika, dan komunikasi matematika.
- f. Menghadirkan matematika sebagai suatu aktivitas manusia yang terus menerus.

2. Peranan guru matematika meliputi:

- b. mengajukan pertanyaan-pertanyaan matematika, dan tugas-tugas yang menimbulkan, melibatkan, dan menantang pemikiran tiap siswa.
- c. Menyimak dengan cermat setiap pemikiran siswa.
- d. Meminta para siswa untuk menjelaskan dan memberi alasan untuk gagasan-gagasan mereka secara lisan dan tulisan.
- e. Memutuskan apa yang hendak dikaji secara mendalam diantara banyak gagasan yang diangkat oleh para siswa dalam suatu diskusi.
- f. Memutuskan kapan dan dimana melekatkan notasi dan bahasa matematis pada gagasan-gagasan para siswa.
- g. Memutuskan kapan memberi informasi, mengklarifikasi perkara, memberikan model, mengarahkan, dan kapan membiarkan para siswa berjuang menghadapi kesulitan.
- h. Memonitor partisipasi para siswa dalam diskusi dan memutuskan kapan dan bagaimana membangkitkan para siswa untuk berpartisipasi.

3. Peran siswa meliputi:

- a. Menyimak, menanggapi, bertanya diantara mereka satu sama lain dan kepada guru.
- b. Menggunakan alat bantu untuk bernalar, memecahkan masalah, berkomunikasi dan koneksi matematika.
- c. Memprakarsai masalah, dan mengajukan permasalahan.
- d. Membuat dugaan-dugaan dan menghadirkan pemecahan.
- e. Mengeksplorasi contoh-contoh dan kontra contoh untuk menyelidiki dugaan.
- f. Mencoba meyakinkan diri sendiri dan mereka satu sama lainnya mengenai validitas representasi, pemecahan, dugaan dan jawaban tertentu.

- g. Bersandar pada argumen matematis untuk menentukan validitas.  
Asumsi-asumsi dari standar itu patut diringkas dan diingat:
1. Goal dari pembelajaran matematika adalah untuk membantu semua siswa membangun daya matematis.
  2. Apa yang dipelajari para siswa pada dasarnya terkait dengan bagaimana mereka mempelajarinya.
  3. Semua siswa dapat belajar untuk berpikir secara matematis.
  4. Pembelajaran adalah suatu praktek yang kompleks, dengan demikian tidak dapat direduksi menjadi resep-resep. (*Professional Standards for Teaching Mathematics*, 1991).

## **H. Indikator Kompetensi Berpikir Matematik (Mathematical Power atau Daya Matematis)**

### **1. Pemahaman matematika**

- a. Pemahaman induktif terdiri dari pemahaman mekanikal, instrumental (melaksanakan perhitungan rutin), komputasional (algoritmik), *knowing how to* (menerapkan rumus pada kasus serupa).
- b. Pemahaman deduktif terdiri dari pemahaman rasional (membuktikan kebenaran), relasional (mengaitkan satu konsep dengan konsep lainnya), fungsional (mengerjakan kegiatan matematika secara sadar), dan *knowing* (memperkirakan satu kebenaran tanpa ragu).
- c. Pemahaman Relasional; (Kilpatrick dan Findel) yaitu
  - 1) Kemampuan menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari.
  - 2) Kemampuan mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut.
  - 3) Kemampuan menerapkan konsep secara algoritmik.
  - 4) Kemampuan memberikan contoh dan contra contoh dari konsep yang telah dipelajari.
  - 5) Kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representatif matematika.
  - 6) Kemampuan mengaitkan berbagai konsep matematika.
  - 7) Kemampuan mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep.

### **2. Pemecahan masalah matematika**

- a. Mengidentifikasi unsur yang diketahui, ditanyakan.
- b. Merumuskan masalah.
- c. Menerapkan strategi penyelesaian masalah.
- d. Menginterpretasikan hasil.

### **2. Komunikasi matematik**

- a. Menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.
- b. Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik, secara lisan atau tulisan, dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar.
- c. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa matematika.
- d. Mendengarkan, diskusi, dan menulis tentang matematika.
- e. Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis.
- f. Menyusun pertanyaan matematika yang relevan dengan situasi masalah.

- g. Membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi.

### 3. Penalaran matematika

- a. Menarik kesimpulan secara logik.
- b. Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat, dan hubungan.
- c. Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
- d. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematika, menarik analogi dan generalisasi.
- e. Menyusun dan menguji konjektur.
- f. Memberikan lawan contoh (*Counter example*) atau non contoh.
- g. Mengikuti aturan inferensi (menarik kesimpulan), memeriksa validitas argumen.
- h. Menyusun argumen yang valid.
- i. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung, dan induksi matematik.

### 4. Koneksi matematika

- a. Mencari hubungan berbagai representasi (gambaran) konsep dan prosedur (prasyarat).
- b. Memahami hubungan antara topik matematika.
- c. Menggunakan matematika dalam bidang studi lain atau kehidupan sehari hari.
- d. Memahami representasi ekuivalen konsep atau prosedur yang sama.
- e. Mencari koneksi satu prosedur ke prosedur lain dalam reoesentasi yang ekuivalin.
- f. Menggunakan koneksi antar topik matematika, dan antara topik matematika dengan topik lain.

### I. Soal Latihan

1. Pilih sebuah konsep matematika yang spesifik untuk diajarkan, dan periksa bagaimana beberapa buku teks matematika sekolah yang berbeda membangun konsep itu. Diskusikan apa yang menurut anda merupakan aspek-aspek positif dan negatif dari masing-masing penyajian.
2. Buatlah soal matematika MI/MTs sebanyak lima item Soal boleh berupa situasi masalah maupun soal pemecahan masalah yang tidak langsung menerapkan rumus, atau prosedural!
3. Simulasikan di depan kelas dengan mengaplikasikan model, strategi, pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran matematika!
4. Buat laporan proses pembelajaran dan hasil pembelajaran matematika di sekolah dengan mengaplikasikan salah satu model, strategi, pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran matematika.
5. Pilih sebuah konsep matematika yang spesifik untuk diajarkan, dan periksa bagaimana beberapa buku teks matematika sekolah yang berbeda membangun konsep itu. Diskusikan apa yang menurut anda merupakan aspek-aspek positif dan negatif dari masing-masing penyajian.
6. Buatlah soal matematika MI/MTs sebanyak lima item Soal boleh berupa situasi masalah maupun soal pemecahan masalah yang tidak langsung menerapkan rumus, atau prosedural!

7. Simulasikan di depan kelas dengan mengaplikasikan model, strategi, pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran matematika!
8. Buat laporan proses pembelajaran dan hasil pembelajaran matematika di sekolah dengan mengaplikasikan salah satu model, strategi, pendekatan, metode, dan teknik pembelajaran matematika!

## BAB XI PROBLEM SOLVING

### Kompetensi Pembelajaran

1. Mendeskripsikan dengan pendekatan Pemecahan Masalah matematika.
2. Terampil mengaplikasikan soal strategi pemecahan masalah matematika.
3. Terampil membelajarkan siswa melalui pendekatan problem solving.

### A. Pendahuluan

Pemecahan masalah merupakan bagian dari Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan yang sangat penting dalam proses pembelajaran maupun penyelesaiannya. Siswa memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin. Melalui kegiatan ini aspek-aspek kemampuan matematik penting seperti penerapan aturan pada masalah tidak rutin, penemuan pola, penggeneralisasian, komunikasi matematik, dan lain-lain dapat dikembangkan secara lebih baik.

Realita di lapangan menunjukkan bahwa kegiatan pemecahan masalah dalam proses pembelajaran matematika belum dijadikan sebagai kegiatan utama. Padahal di Amerika dan Jepang kegiatan tersebut dapat dikatakan merupakan inti dari kegiatan pembelajaran matematika sekolah. Suryadi dkk. (1999) dalam surveynya tentang *Current situation on mathematics and science education in Bandung* yang disponsori JICA, antara lain menemukan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan salah satu kegiatan matematik yang dianggap penting baik oleh para guru maupun siswa disemua tingkatan sekolah mulai dari Sekolah Dasar sampai SMA.

Pemecahan masalah masih dianggap sebagai bagian yang paling sulit dalam matematika baik oleh siswa dalam mempelajarinya maupun bagi guru dalam membelajarkan siswa. Berbagai kesulitan ini muncul antara lain karena mencari jawaban dipandang sebagai satu-satunya tujuan yang ingin dicapai. Karena hanya berfokus pada jawaban, anak sering kali salah dalam memilih teknik penyelesaian yang sesuai.

### B. Masalah dan Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah merupakan salah satu pendekatan dan pula sebagai tujuan dalam pembelajaran matematika. Menurut Branca (Utari-Sumarmo, 1994, h. 8) bahwa pemecahan masalah merupakan tujuan umum dalam pembelajaran matematika, bahkan sebagai jantungnya matematika artinya kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika.

Banyak pendapat para ahli yang mendefinisikan masalah dari berbagai sudut pandang. Bell (1978) mengemukakan bahwa suatu situasi dikatakan masalah bagi seseorang jika ia menyadari keberadaan situasi tersebut, mengakui bahwa situasi tersebut memerlukan tindakan dan tidak dengan segera dapat memecahkannya. Sedangkan Hudoyo (1990) lebih tertarik melihat masalah, dalam kaitannya dengan prosedur yang digunakan seseorang untuk menyelesaikannya berdasarkan kapasitas kemampuan yang dimiliki. Ia menegaskan bahwa seseorang mungkin dapat menyelesaikan suatu masalah dengan prosedur rutin, namun orang lain dengan cara tidak rutin. Gough (Coffey, Kolsch dan Mackinlay, 1995) mengartikan

bahwa masalah sebagai suatu tugas yang apabila kita membacanya, melihatnya atau mendengarnya pada waktu tertentu, dan kita tidak mampu menyelesaikannya pada saat itu juga.

Disadari atau tidak, setiap hari kita harus menyelesaikan berbagai masalah. Dalam penyelesaian suatu masalah, kita seringkali dihadapkan pada suatu hal yang sangat rumit dan pelik, kadang-kadang pemecahannya tidak dapat diperoleh dengan segera. Suatu masalah dapat dipandang sebagai “masalah”, dan merupakan hal yang sangat relatif; artinya suatu persoalan yang dianggap sebagai masalah bagi seseorang, bagi orang lain mungkin hanya merupakan hal yang rutin belaka.

Menurut Utari-Sumarmo (1994) bahwa pemecahan masalah dapat berupa menciptakan ide baru, menemukan teknik atau produk baru. Bahkan dalam pembelajaran matematika pemecahan masalah mempunyai interpretasi berbeda. Misalnya menyelesaikan soal ceritera, soal yang tidak rutin, dan mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Masalah non-rutin yaitu masalah yang penyelesaiannya menuntut perencanaan dengan mengaitkan dunia nyata/kehidupan sehari-hari, dan penyelesaiannya tersebut mungkin saja banyak cara atau banyak jawab (*open-ended*) yang memerlukan cara berpikir *divergen* yang dapat melatih siswa berpikir kreatif.

Polya (1985) mendefinisikan, bahwa pemecahan masalah merupakan suatu usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak begitu mudah segera dapat dicapai. Sejak lama, pemecahan masalah telah menjadi fokus perhatian utama dalam pembelajaran matematika di sekolah, dan merupakan salah satu agenda yang dicanangkan NCTM di Amerika Serikat pada tahun 1980-an,

- (1) *the mathematics curriculum should be organized around problem solving,* (2) *the definition and language of problem solving in mathematics should be developed...,* (3) *mathematics teachers should create classroom environment in which problem solving can flourish,* (4) *appropriate curricular materials to teach problem solving should be developed.*

Agenda *the National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), tentang pemecahan masalah mengandung tiga pengertian, yaitu pemecahan masalah sebagai tujuan, sebagai proses dan terakhir sebagai keterampilan. Sesuai dengan pendapat Branca (1980) terdapat tiga interpretasi umum mengenai pemecahan masalah,

- 1) Pemecahan masalah sebagai suatu tujuan (*goal*) yang menekankan pada aspek mengapa matematika diajarkan. Hal ini berarti pemecahan masalah bebas dari soal, prosedur, metode atau materi khusus. Sedangkan sasaran utama yang ingin dicapai adalah bagaimana cara menyelesaikan masalah untuk menjawab suatu soal atau pertanyaan.
- 2) Pemecahan masalah sebagai suatu proses (*process*) diartikan sebagai suatu kegiatan yang aktif. Dalam hal ini penekanan utamanya terletak pada metode, strategi, prosedur dan heuristik yang digunakan oleh siswa dalam menyelesaikan masalah hingga menemukan jawaban.
- 3) Pemecahan masalah sebagai suatu keterampilan (*basic skill*) menyangkut dua hal, yaitu (a) keterampilan umum yang harus dimiliki oleh siswa untuk keperluan evaluasi di tingkat lokal dan (b) keterampilan minimum yang diperlukan siswa agar dapat menjalankan fungsinya dalam masyarakat.

Pemecahan masalah matematika memerlukan langkah-langkah yang konkrit dan prosedur yang benar. Menurut Polya (1985) bahwa solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah penyelesaian, yaitu memahami masalah, merencanakan masalah, menyelesaikan masalah sesuai rencana dan melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang dikerjakan.

Fase pertama adalah memahami masalah meliputi: (a) apa yang diketahui? data apa yang diberikan? atau bagaimana kondisi soal? (b) apakah kondisi yang diketahui cukup untuk mencari apa yang ditanyakan? Setelah siswa dapat memahami masalah dengan benar, selanjutnya mereka harus mampu menyusun rencana penyelesaian masalah.

Kemampuan melakukan fase kedua sangat tergantung pada pengalaman siswa yang bervariasi dalam menyelesaikan masalah, meliputi: (a) pernahkah anda menemukan soal seperti ini sebelumnya? pernahkah ada soal yang serupa dalam bentuk lain? atau tahukah anda yang mirip dengan soal tersebut? (b) pernahkah menemukan soal serupa dengan bentuk ini sebelumnya? Teori mana yang dapat dipakai dalam masalah ini? (c) perhatikan apa yang ditanyakan coba pikirkan soal yang pernah dikenal dengan pertanyaan yang sama atau yang serupa (d) apakah harus dicari unsur lain agar dapat memanfaatkan soal semula, mengulang soal tadi atau menyatakan dalam bentuk lain?

Fase ketiga adalah melaksanakan perhitungan. Langkah ini menekankan pada pelaksanaan prosedur yang ditempuh meliputi (a) memeriksa setiap langkah apakah sudah benar atau belum? (b) bagaimana membuktikan langkah yang dipilih sudah benar? Fase keempat memeriksa kembali proses dan hasil. Bagian terakhir dari langkah Polya menekankan pada bagaimana cara memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh. Berkaitan dengan hal ini prosedur yang harus diperhatikan adalah: (a) dapatkah diperiksa sanggahannya? (b) dapatkah jawaban itu dicari dengan cara lain? (c) dapatkah jawaban tersebut dibuktikan? (d) dapatkah cara atau jawaban tersebut digunakan untuk soal-soal lain?

Berkaitan dengan pemecahan masalah, seorang siswa dikategorikan sebagai *good problem solver* dalam pembelajaran matematika. Suydam (1980) mengajukan 10 kriteria :

(1) mampu memahami konsep dan terminologi, (2) mampu menelaah keterkaitan, perbedaan dan analogi, (3) mampu menyeleksi prosedur dan variabel yang benar, (4) mampu memahami ketidakkonsistenan konsep, (5) mampu membuat estimasi dan analisis, (6) mampu memvisualisasikan dan menginterpretasi data, (7) mampu membuat generalisasi, (8) mampu menggunakan berbagai strategi, (9) mempunyai skor yang tinggi dan baik hubungannya dengan siswa lain, dan (10) mempunyai skor yang rendah terhadap tes kecemasan.

Foshay dan Kirkley (2003) mengidentifikasi suatu urutan dasar dari tiga aktivitas kognitif dalam proses pemecahan masalah:

1. Merepresentasi masalah yang meliputi pemanggilan kembali konteks pengetahuan yang sesuai, dan mengidentifikasi tujuan dan kondisi awal yang relevan untuk masalah.
2. Mencari solusi yang meliputi menghaluskan tujuan dan mengembangkan suatu rencana tindakan dalam mencapai tujuan.



3. Mengimplementasi solusi yang meliputi menjalankan rencana tindakan dan mengevaluasi.

### **C. Cara Mengajarkan Pemecahan Masalah**

Berbagai hasil penelitian pemecahan masalah mencakup karakteristik permasalahan, karakteristik dari siswa sukses atau siswa gagal dalam pemecahan masalah, pembelajaran strategi pemecahan-masalah yang dapat membantu siswa menuju kelompok siswa sukses dalam pemecahan masalah. Antara lain diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Strategi pemecahan masalah dapat secara spesifik diajarkan.
2. Tidak ada satupun strategi yang dapat digunakan secara tepat untuk setiap masalah yang dihadapi.
3. Berbagai strategi pemecahan masalah dapat diajarkan pada siswa dengan maksud untuk memberikan pengalaman agar mereka dapat memanfaatkan pada saat menghadapi berbagai varisasi masalah. Mereka harus didorong untuk mencoba memecahkan masalah yang berbeda-beda dengan menggunakan strategi yang sama dan diikuti dengan diskusi mengapa suatu strategi hanya sesuai untuk masalah tertentu.
4. Siswa perlu dihadapkan pada berbagai permasalahan yang tidak dapat diselesaikan secara cepat sehingga memerlukan upaya mencoba berbagai alternatif pemecahan.
5. Kemampuan anak dalam pemecahan masalah sangat berkaitan dengan tingkat perkembangan mereka. Dengan demikian masalah-masalah yang diberikan pada anak, tingkat kesulitan harus disesuaikan dengan perkembangan potensi mereka.

Program pemecahan masalah sebaiknya diambil dari permasalahan atau kejadian sehari-hari yang lebih dekat dengan kehidupan anak atau yang dapat menarik perhatian anak

Untuk dapat mengajarkan pemecahan masalah dengan baik, ada beberapa hal yang perlu dipertimbangkan antara lain: waktu yang digunakan untuk pemecahan masalah, perencanaan, sumber yang diperlukan, peran teknologi, dan manajemen kelas.

#### 1) Waktu.

Seseorang yang menyelesaikan masalah harus dibatasi oleh waktu agar seluruh potensi pikirannya konsentrasi secara penuh pada penyelesaian soal. Beberapa hal yang perlu dikembangkan dalam kaitannya dengan waktu antara lain adalah waktu untuk memahami masalah, waktu untuk mengeksplorasi liku-liku masalah, dan waktu untuk memikirkan masalah.

#### 2) Perencanaan.

Aktifitas pembelajaran dan waktu yang diperlukan harus direncanakan serta dikoordinasikan sehingga siswa memiliki kesempatan yang cukup untuk menyelesaikan berbagai masalah, dan menganalisis serta mendiskusikan pendekatan yang mereka pilih antara lain:

- a) Membuat estimasi.
- b) Memuat aplikasi matematika bersifat praktis.
- c) Menuntut siswa untuk mengkonseptualisasikan bilangan-bilangan yang sangat besar atau bilangan yang sangat kecil.
- d) Didasarkan atas minat siswa.
- e) Menuntut logik, penalaran, pengujian konjunktur, dan informasi yang masuk akal.

- f) Menuntut penggunaan lebih dari satu strategi untuk mencapai solusi yang benar.
- g) Menuntut adanya proses pengambilan keputusan.

### 3) Sumber

Guru yang kreatif membuat dan mengembangkan soal-soal sendiri yang memuat masalah-masalah yang tidak rutin.

### 4) Teknologi.

Penyelesaian masalah menggunakan kalkulator hal ini karena menyangkut waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah dapat digunakan untuk meningkatkan keterampilan dalam menggunakan strategi pemecahan masalah.

### 5) Manajemen Kelas.

Membelajarkan siswa dalam proses pemecahan masalah lebih efektif dengan model kooperatif learning, karena siswa mampu menunjukkan kemampuan yang lebih baik dalam memahami permasalahan secara lebih mendalam jika belajar dari temannya melalui diskusi kelompok.

Schroeder and Lester (Bay, 2000) menginterpretasi jenis pemecahan masalah di dalam kelas sebagai berikut:

1. Pembelajaran untuk pemecahan masalah adalah pembelajaran konvensional. Pembelajaran ini bertujuan untuk menerapkan konsep terlebih dahulu, kemudian siswa mengaplikasikan pengetahuannya pada situasi pemecahan masalah. Konsep ini umumnya terdapat di dalam buku teks, dimana soal latihan diikuti oleh soal cerita dengan menerapkan konsep yang sama.
2. Pembelajaran tentang pemecahan masalah. Pembelajaran ini mengupas tentang strategi atau heuristic Polya untuk menyelesaikan masalah (1985: 5) dengan mengajukan empat langkah pemecahan masalah, yaitu: a) memahami masalah, b) merencanakan pemecahan, c) melakukan perhitungan dan d) memeriksa kembali hasil. Pembelajaran ini adalah bagaimana menerapkan strategi pemecahan masalah, tidak perlu mengajarkan konten matematikanya.
3. Pembelajaran melalui pemecahan masalah. Pembelajaran ini bertujuan menyampaikan konten matematika dalam suatu lingkungan pemecahan masalah yang berorientasi diskavery. Pembelajaran ini melibatkan siswa melakukan eksplorasi, menemukan, menginvestigasi masalah yang konkrit dan perlahan-lahan menuju abstrak.

Stanic dan Killpatrick (Mcintosh dan Jarrett, 2000) mengidentifikasi peranan pemecahan masalah dalam matematika di sekolah yaitu:

1. Pemecahan masalah matematika sebagai konteks. Dalam hal ini pemecahan masalah sebagai *doing math*, dan dibagi kedalam beberapa kategori yaitu:
  - a. Pemecahan masalah digunakan sebagai justifikasi dalam pembelajaran matematika, untuk menarik minat siswa terhadap nilai-nilai matematika, konten harus terkait dengan pengalaman pemecahan masalah dalam dunia nyata.

- b. Pemecahan masalah digunakan untuk memotivasi siswa yang menantang minat siswa dalam suatu topik matematika tertentu, atau algoritma dengan menyediakan contoh kontekstual.
- c. Pemecahan masalah digunakan sebagai suatu reaksi yaitu suatu aktivitas yang menyegarkan, sering diterapkan sebagai bonus, atau selingan dalam belajar rutin.
- d. Pemecahan masalah sering digunakan sebagai latihan, ini yang digunakan untuk memperkuat keterampilan dan konsep yang telah diajarkan secara langsung.

Ketika pemecahan masalah diterapkan sebagai konteks dalam matematika, penekanannya adalah dalam menumbuhkan minat dan melibatkan tugas atau masalah yang membantu menjelaskan suatu konsep atau prosedur matematika. Penggunaan pemecahan masalah sebagai konteks misalnya mempresentasikan konsep pecahan dengan memberikan tugas kelompok kepada siswa sebagaimana membagi kue menjadi dua bagian yang sama besar. Tujuan pemberian tugas ini adalah untuk memberikan kesempatan kepada siswa untuk menentukan konsep pecahan dengan menggunakan media yang dikenal dan menarik. Membantu untuk membuat konsep lebih konkrit, menawarkan sesuatu yang rasional dalam mempelajari pecahan (justifikasi).

Beberapa saran dari Williams (Mcintosh dan Jarrett, 2000) dalam memberikan tugas pemecahan masalah kepada siswa harus memungkinkan:

- a. Berpikir lancar berarti menghasilkan banyak gagasan atau jawaban yang relevan, dan arus pemikiran yang lancar.
  - b. Berpikir luwes (fleksibel) berarti menghasilkan gagasan yang beragam, mampu mengubah cara atau pendekatan, dan arah pemikiran yang berbeda-beda.
  - c. Berpikir orsinil berarti memberikan jawaban yang tidak lazim yang berbeda dari biasanya, yang jarang diberikan orang pada umumnya.
  - d. Berpikir terperinci (elaborasi) berarti mengembangkan menambah, memperkaya suatu gagasan, memperinci detail-detail dan memperluas suatu gagasan.
2. Pemecahan masalah matematika sebagai keterampilan. Sebuah prosedur umum diajarkan untuk menyelesaikan masalah, seperti membuat gambar, bekerja mundur, atau membuat daftar, dan memberikan siswa latihan untuk menerapkan prosedur tersebut dalam menyelesaikan masalah rutin. Akan tetapi ketika pemecahan masalah dipandang sebagai suatu kumpulan keterampilan, keterampilan ini seringkali ditempatkan dalam suatu hirarki, dimana siswa diharapkan menguasai terlebih dahulu kemampuan menyelesaikan masalah rutin, sebelum mencoba masalah yang non rutin. Sehingga pemecahan masalah non rutin sering dilatihkan hanya pada siswa pandai, daripada kepada semua siswa.
3. Pemecahan masalah sebagai suatu seni.

Mc Intosh dan Jarrett (2000) mengemukakan bahwa polya telah memperkenalkan ide pemecahan masalah yang dapat diajarkan sebagai praktek seni, seperti bermain piano, atau berenang. Selain itu Polya telah memperkenalkan istilah heuristik modern (seni inkuiri dan diskavery) untuk menjelaskan kemampuan yang dibutuhkan dalam menginvestigasi masalah baru. Ia menyadari bahwa mempersentasikan matematika tidak hanya sebagai suatu kumpulan fakta atau

aturan, melainkan sebagai suatu seni yang eksperimental dan induktif. Tujuan dari melaksanakan pembelajaran pemecahan masalah sebagai seni adalah untuk mengembangkan kemampuan siswa supaya menjadi pemecah masalah yang terampil dan antusias, menjadi pemikir yang independen, sehingga mampu mengatasi masalah yang *ill-structured* dan *open-ended*.

#### D. Strategi Pemecahan Masalah Matematika

Berhadapan dengan sesuatu yang tidak rutin dan kemudian mencoba menyelesaikannya merupakan ciri khas makhluk hidup yang berakal. Pemecahan masalah merupakan latihan bagi siswa untuk berhadapan dengan sesuatu yang tidak rutin dan kemudian mencoba untuk menyelesaikannya. Ini merupakan kompetensi yang harus ditumbuhkan pada diri siswa.

Strategi pemecahan masalah ini termasuk heuristik, karena pada dasarnya pembelajar harus dapat menemukan masalah sendiri. Heuristik Polya membagi 4 langkah penyelesaian soal atau masalah. a. Pahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. b. Menyusun strategi. c. Menjalankan strategi. d. Melihat kembali dan cek dengan cara menyusun strategi baru yang lebih baik.

Karakteristik yang baik bagi orang untuk mampu melakukan problem solving. penyelidikan dilakukan di Amerika oleh Dodson (1971), Hollander (1874) menurut mereka kemampuan pemecahan masalah yang harus ditumbuhkan adalah:

- 1) Kemampuan mengerti konsep dan istilah matematika.
- 2) Kemampuan untuk mencatat kesamaan, perbedaan, dan analogi.
- 3) Kemampuan untuk mengidentifikasi elemen terpenting dan memilih prosedur yang benar.
- 4) Kemampuan untuk memilih hal yang tidak berkaitan.
- 5) Kemampuan untuk menganalisa.
- 6) Kemampuan untuk memvisualisasikan dan menginterpretasikan kuantitas.
- 7) Kemampuan untuk memperumum berdasarkan beberapa contoh.
- 8) Kemampuan untuk berganti metode yang telah diketahui.
- 9) Mempunyai kepercayaan diri yang cukup.

Untuk mengembangkan kemampuan di atas, guru hendaknya:

- a) Mengarahkan siswa untuk menggunakan strategi-strategi pemecahan masalah.
- b) Memberikan waktu yang cukup untuk mencoba soal yang ada.
- c) Ajaklah siswa untuk menyelesaikan dengan cara lain.
- d) Ajaklah siswa untuk mencari penyelesaian yang lebih baik.

Terdapat 18 Strategi pemecahan masalah matematika SD yaitu:

1. Tebak dan uji kembali.
2. Menyederhanakan masalah.
3. Membuat pola.
4. Membuat gambar atau model.
5. Membuat daftar terurut.
6. Membuat table.
7. Bekerja mundur.
8. Menyisihkan kemungkinan.

9. Memperhitungkan setiap kemungkinan.
10. Merubah cara pandang.
11. Berpikir logis.
12. Melakukan percobaan.
13. Membuat peragaan.
14. Menulis persamaan.
15. Metode diagram.
16. Number sense.
17. Menggunakan oprasi hitung.
18. Menggunakan rumus

## 1. TEBAK DAN UJI KEMBALI

Strategi Tebak dan Uji Kembali adalah strategi pemecahan masalah yang dilakukan dengan cara menerka dan menguji kembali suatu jawaban dalam proses pemecahan masalah matematika. Untuk mneggunakan strategi ini, saudara harus mengerti lebih dulu soalnya. Kemudian mencatat syarat syarat yang diketahui dan harus dipenuhi dari soal tersebut. Akhirnya, ketika menerka, saudara harus menguji apakah jawaban tersebut memenuhi syarat-syarat yang ditentukan. Jika satu atau lebih syarat tidak dipenuhi, maka jawaban salah.

### Masalah 1

Disuatu persimpangan jalan terdapat beberapa tukang becak dan tukang ojeg motor. Disana terdapat 12 kendaraan dan jumlah roda seluruhnya 29 buah. Berapakah jumlah masing masing becak dan motor?

#### a. Apa yang diketahui

1. ada 12 kendaraan (becak dan motor)
2. ada 29 roda keseluruhan

b. Apa yang ditanyakan? Banyaknya becak dan motor masing masing

c. Rencanakan Strategi: Terka dan Uji kembali

Selesaikan

Langkah 1

Terka jawaban mulai dengan angka ditengah dari angka yang diketahui pada soal, kemudian dapat memilih untuk menambahkan atau mengurangi angka angka terkaan pada terkaan berikutnya.

Langkah kedua

Gunakan syarat-syarat yang diketahui untuk menguji jawaban, semua syarat yang diketahui harus dipenuhi. Jika jawaban masih salah, kembali ke langkah pertama.

Terkaan pertama

6 becak dan 6 motor

mulai dengan angka 6, karena merupakan angka ditengah antara 6 dan 12

uji kembali

bacak mempunyai 3 roda dan motor mempunyai 2 roda

6 becak + 6 motor = 12 kendaraan  
memenuhi syarat pertama

Kendaraan	Jumlah Roda
Bacak	$6 \times 3 = 18$
Motor	$6 \times 2 = 12$

Total  
(tidak memenuhi syarat kedua)

$$\text{jumlah roda} = 18 + 12 = 30$$

Terkaan kedua

Karena jumlah roda pada terkaan pertama lebih banyak dari yang diketahui ( $30 > 29$ ), maka kendaraan yang mempunyai roda lebih banyak dikurangi sehingga terkaan menjadi 5 becak dan 7 motor.

Uji kembali

5 becak + 7 motor = 12 kendaraan  
(memenuhi syarat pertama)

Kendaraan	Jumlah Roda
Bacak	$5 \times 3 = 15$
Motor	$7 \times 2 = 14$

Total  
(memenuhi syarat kedua)

$$\text{jumlah roda} = 15 + 14 = 29$$

jadi, jumlah becak dan motor di persimpangan jalan adalah 5 dan 7

d. karena jumlah kendaraan ada 12 maka roda jumlahnya ada 29.

## 2. Menyederhanakan Masalah

Strategi menyederhanakan masalah digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika dengan mencobakan pada masalah yang lebih sederhana. Kemudian setelah di dapatkan solusi atau berupa pola dari soal yang sederhana ini, dapat membuat penyelesaian untuk masalah yang lebih rumit.

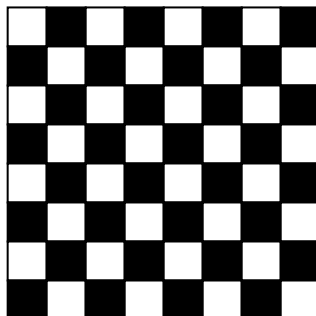
### MASALAH 1

Berapakah banyaknya persegi yang berbeda pada papan catur  $8 \times 8$

#### BACA DAN PAHAMI

a. Apa yang kalian ketahui?

1. Bentuk papan  $8 \times 8$



2. Setiap bagian dari papan catur adalah persegi

b. Apa yang ditanyakan

Banyaknya persegi pada papan catur  $8 \times 8$

c. Rencanakan Strategi: Menyerdehanakan masalah

Selesaikan

Langkah 1

Bagi atau ubah suatu masalah menjadi lebih disederhanakan untuk dipecahkan dan diselesaikan

Langkah 2

Gunakan jawaban masalah tersebut untuk menyelesaikan masalah yang lebih rumit

1. untuk menemukan polanya, cobakan pada bentuk persegi yang lebih sederhana

a. persegi  $1 \times 1$

$$\text{Jumlah persegi yang berbeda} = 1 = 1^2$$

b. persegi  $2 \times 2$

Jumlah persegi yang berbeda

$$= (\text{Persegi } 2 \times 2) + (\text{persegi } 1 \times 1)$$

$$= 1 + 4$$

$$= 1^2 + 2^2$$

c. persegi  $3 \times 3$

Jumlah persegi yang berbeda

$$= (\text{Persegi } 3 \times 3) + (\text{Persegi } 2 \times 2) + (\text{persegi } 1 \times 1)$$

$$= 1 + 4 + 9$$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2$$

d. persegi  $4 \times 4$

Jumlah persegi yang berbeda

$$= (\text{Persegi } 4 \times 4) + (\text{Persegi } 3 \times 3) + (\text{Persegi } 2 \times 2) + (\text{persegi } 1 \times 1)$$

$$= 1 + 4 + 9 + 16$$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Dari penyelesaian di atas, dapat menemukan jumlah persegi berdasarkan polanya, yaitu  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2$

2. Sehingga dapat menentukan banyaknya persegi yang berbeda pada papan catur  $8 \times 8$

$$\text{Jumlah} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2$$

$$= 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64$$

$$= 204 \text{ persegi.}$$

### 3. MELIHAT POLA

Strategi *Melihat Pola* dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika. Jika satu pola dapat diketahui dari sekumpulan data atau dengan manipulasi data, maka kalian dapat menggunakan pola tersebut untuk menyelesaikan masalah dan mengambil kesimpulan.

### Masalah 1

Andi adalah anak yang cerdas. pada saat pelajaran Matematika, gurunya menanyakan kepada seluruh murid berapakah jumlah bilangan asli dari 1 sampai 100. Dengan cepat, Andi dapat langsung menjawabnya. Bagaimanakah cara Andi menyelesaikan soal tersebut?

#### BACA DAN PAHAMI

a. Apa yang di ketahui

Bilangan asli dari 1 sampai 100 adalah 1, 2, 3, 4, . . . , 98, 99, 100

b. Apa yang ditanyakan?

Jumlah dari  $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$

c. Rencanakan Strategi

Melihat Pola

Selesaikan!

Langkah 1

Daftarkan data yang diketahui dan temukan Polanya

Langkah 2

Gunakan pola tersebut untuk membuat dugaan atau hipotesis (asumsi) dan selesaikan masalah tersebut.

1. Untuk menghitung jumlah bilangan bilangan tersbut, coba bagi penjumlahan tersebut menjadi 2 seperti berikut

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 + & 2 + & 3 + & \dots + & 98 + & 99 + & 100 \\
 100 + & 99 + & 98 + & \dots + & 3 + & 2 + & 1 \\
 \hline
 101 + & 101 + & 101 + & \dots + & 101 + & 101 + & 101
 \end{array}$$

2. Dari penjumlahan di atas didapat penjumlahan 100 kali dari 101, sehingga

$$2 \times (1 + 2 + \dots + 99 + 100) = 100 \times 101$$

$$2 \times (1 + 2 + \dots + 99 + 100) = 100 \times 101 / 2$$

$$1 + 2 + \dots + 99 + 100 = 5.050$$



tips. Jumlahkan barisan bilangan tersebut dengan bilangan bilangan yang sama, tetapi urutannya terbalik.

d. Lihat kembali dan cek

Apakah jawabannya masuk akal?

Ya, karena penjumlahan dapat ditampilkan dalam urutan yang berbeda dan perkalian adalah penjumlahan yang berulang ( $1 + 2 + 3 + \dots + n$ ). Secara umum, penjumlahan  $n$  bilangan asli adalah  $n(n + 1) / 2$ . sehingga untuk  $n = 100$ , maka jumlah dari 100 bilangan asli adalah  $100(100 + 1) / 2$  yaitu 5.050

Masalah 2

Tentukan suku ke-10 dari barisan bilangan berikut  
2, 5, 10, 17, . . . .

#### 4. Membuat Gambar atau Model

Strategi *Membuat Gambar atau Model* digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika dengan menampilkannya ke dalam bentuk gambar atau suatu model. Gambar dan model akan mempermudah memahami masalahnya dan mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya. Gambar dan model juga berguna untuk melacak berbagai tahapan dari soal yang menggunakan berbagai langkah.

Masalah Satu

Di suatu ruangan kelas, masing masing siswa mempunyai kursi dan meja. Jumlah kursi setiap baris sama. Anita duduk di baris ketiga dari depan dan keempat dari belakang. Di sebelah kanannya ada 2 siswa dan di sebelah kirinya ada 5 siswa. Berapakah jumlah siswa seluruhnya?

Baca dan Pahami

- a. Apa yang diketahui
  1. setiap siswa duduk pada kursi dan meja masing masing dan jumlah kursi sama pada setiap baris
  2. Anita duduk di baris ketiga dari depan dan keempat dari belakang
  3. di sebelah kanan Anita ada 2 siswa dan di sebelah kiri Anita ada 5 siswa.
- b. Apa yang ditanyakan?  
Jumlah seluruh siswa di dalam kelas
- c. Rencanakan Strategi: Membuat Gambar atau Model

Selesaikan

Langkah 1

Buatlah gambar atau model setiap informasi yang diketahui

## Langkah 2

Cek kembali apakah gambar tersebut sesuai dengan semua informasi, kemudian temukan jawabannya melalui gambar tersebut.

1. Untuk menggunakan informasi-informasi yang diketahui, dapat digunakan bentuk seperti berikut. Ketiga dari depan, kelima dari kiri, 2 siswa di kanan, dan keempat dari belakang.
2. Diketahui jumlah kursi pada setiap baris sama.  
 Jumlah baris = 6  
 Jumlah kursi setiap baris = 8  
 Jumlah seluruh kursi =  $6 \times 8 = 48$  orang

d. Lihat kembali dan cek!

Apakah jawabannya masuk akal?

Ya, Anita duduk dibarisan ketiga dari depan dan beris keempat dari belakang, berarti ada 6 baris. Di sebelah kanan ada 2 siswa dan di sebelah kiri ada 5 siswa, berarti ada 8 siswa di setiap barisnya. Jadi, jumlah seluruh siswa di kelas Anita ada  $6 \times 8 = 48$  orang.

## Masalah 2

Empat orang anak sedang membandingkan tinggi badan mereka masing masing. Annisa lebih tinggi 14 cm daripada Bambang. Cici lebih pendek 7 cm dari pada Anisa. Dani lebih tinggi 10 cm daripada Cici. Berapakah selisih tinggi antara bambang dengan Deni?

## 5. Membuat Daftar Terurut

Strategi membuat daftar terurut dapat digunakan untuk berbagai tujuan. Strategi ini dilakukan dengan cara mengumpulkan informasi dalam suatu daftar. Dengan membuatkan satu daftar, maka akan sangat membantu menghitung berbagai kemungkinan dan terhindar dari pengulangan ketika harus menyelesaikan soal yang membutuhkan data dalam jumlah besar.

## Masalah 1

Henry sedang bermain melemparkan tiga panah kecil pada sasaran lingkaran 2, 5, 10. berapa banyak kemungkinan total nilai yang dapat diperoleh Henry jika lemparannya tidak ada yang meleset dari sasaran?

- a. Apa yang di ketahui
  1. Tiga panah yang dilempar dan setiap kali dilemparkan diperoleh salah satu angka, yaitu 2, 5, 10.
  2. Nilai yang diperoleh adalah jumlah dari ketiga nilai
- b. Apa yang ditanyakan? Banyaknya kemungkinan total nilai yang dapat diperoleh

c. Strategi apa yang akan digunakan? Membuat daftar terurut

Penyelesaian

Langkah satu

tentukan dari urutan mana yang akan dibuat suatu daftar agar tidak terjadi pengulangan. Kemudian buatlah daftar kombinasinya dari data yang ada.

Langkah 2

Cek kembali apakah ada yang belum terdaftar atau terulang, kemudian hitunglah banyaknya kemungkinan yang terjadi.

1. Membuat daftar terurut dengan memulai dari nilai tertinggi

3 dart pada nilai tertinggi:

$$10 + 10 + 10 = 30$$

2 dart pada nilai tertinggi:

$$10 + 10 + 10 = 30$$

$$10 + 10 + 5 = 25$$

$$10 + 10 + 2 = 22$$

1 dari pada nilai tertinggi:

$$10 + 5 + 5 = 20$$

$$10 + 5 + 2 = 17$$

$$10 + 2 + 2 = 14$$

0 dari pada nilai tertinggi:

$$5 + 5 + 5 = 15$$

$$5 + 5 + 2 = 12$$

$$5 + 2 + 2 = 9$$

$$2 + 2 + 2 = 6$$

2. Berdasarkan daftar di atas, ada 10 kemungkinan total nilai yang terjadi.

Apakah jawabannya masuk akal?

Ya, penyusunan daftar nilai di atas diubah dengan menuliskan semua kemungkinan secara teratur. Jadi, banyaknya kemungkinan total nilai yang dapat diperoleh Henry ada 10.

Masalah 2

Reni memiliki 4 buah huruf, yaitu R, E, A, dan D. berapa banyak kemungkinan kata sandi berbeda yang dibuat dengan menggunakan huruf tersebut dimana tidak ada pengulangan huruf?

## 6. Membuat Tabel

Tabel digunakan untuk mencari pola yang muncul dalam suatu soal, sehingga mempermudah untuk memperoleh jawaban.

Masalah 1

Dina mempunyai uang Rp 100.000, yang terdiri dari lembaran uang Rp. 10.000, dan lembaran uang Rp. 5.000, Berapa banyaknya kemungkinan lembaran uang yang dimiliki Dina?

a. Apa yang diketahui?

1. Dina mempunyai uang Rp. 100.000,.
2. uang itu terdiri dari uang sepuluh ribuan dan lima ribuan.

b. Apa yang ditanyakan

Banyaknya kemungkinan lembaran uang.

c. Strategi apa yang akan digunakan? Membuat table.

1. Susun datanya pada table.

No	Rp.10.000,	Rp. 5.000,	Jumlah lembar
1	1	18	19
2	2	16	18
3	3	14	17
4	4	12	16
5	5	10	15
6	6	8	14
7	7	6	13
8	8	4	12
9	9	2	11

2. Dari table di atas ada 9 kemungkinan kombinasi uang 10.000 dan 5.000 yang menghasilkan uang Rp. 100.000,

d. lihat kembali dan cek.

Jika melihat data di dalam table, suatu pola akan muncul. Setioap kali menambahkan uang 10.000, maka uang 5.000, berkurang 2 lembar, sampai akhirnya lembaran uang lima ribuan menjadi 2 dan lembaran uangsepuluh ribuan menjadi 9. Jadi banyaknya kemungkinan lembaran uang sepuluh ribuan dan lima ribuan untuk memperoleh uang Rp. 100.000, ada 9.

Masalah 2.

Feri melemparkan dua buah dadu yang masing-masing permukaannya memiliki titik yang berjumlah 1 sampai 6. Berapa kemungkinan dua mata dadu tersebut berjumlah 7?

## 7. Bekerja mundur

Strategi ini untuk menyelesaikan soal-soal yang melibatkan suatu rangkaian operasi dimana hasil akhir dari operasi tersebut telah diketahui dan diminta untuk mengetahui kondisi awal dari soal tersebut.

Masalah 1.

Bu Nety pergi ke pasar membeli daging dan membelanjakan  $\frac{1}{4}$  dari uangnya. Kemudian ia membeli buah-buahan dan membayarkan  $\frac{1}{3}$  dari sisa uangnya. Lalu ia membayarkan  $\frac{1}{2}$  dari sisa uang terakhir untuk membeli kemeja suaminya. Setelah itu, sisa uangnya adalah Rp. 30.000, Berapakah uang yang dibawa bu Nety sebelum berangkat ke pasar?

Jawab:

a. Apa yang diketahui?

1. Bu Nety membelanjakan  $\frac{1}{4}$  dari uangnya untuk membeli daging.
2. Ia membelanjakan  $\frac{1}{3}$  dari sisa uangnya untuk membeli buah-buahan.
3. Terakhir ia membelanjakan  $\frac{1}{2}$  dari sisa uang terakhir untuk membeli kemeja.
4. Sisa uang terakhir Rp. 30.000,

b. Apa yang ditanyakan?

Uang awal yang dimiliki bu Nety.

c. Strategi apa yang akan digunakan?

Bekerja mundur.

Jawab

1. Soal ini terdiri dari 4 tahapan.

Sisa uang terakhir Rp. 30.000,

Membelanjakan  $\frac{1}{2}$  sisa untuk membeli kemeja Rp. 30.000,

Membelanjakan  $\frac{1}{3}$  sisa untuk membeli buah

Membelanjakan  $\frac{1}{4}$  sisa untuk membeli daging

2. Dari gambar di atas banyaknya uang awal adalah Rp. 30.000, | |  
uang awal  Rp. 120.000, = Rp.120.000,

d. lihat kembali dan cek.

Apa yang dapat dilakukan untuk memeriksa jawaban?

Coba periksa dari awal.

- $\frac{1}{4}$  dari 120.000, adalah 30.000,  
sisa =  $120.000 - 30.000, = 90.000,$
  - $\frac{1}{3}$  dari 90.000 adalah 30.000,  
sisa =  $90.000 - 30.000, = 60.000,$
  - $\frac{1}{2}$  dari 60.000 adalah 30.000,  
sisa =  $60.000 - 30.000 = 30.000.$
- jadi uang yang dibawa bu Nety sebelum berangkat ke pasar adalah Rp 120.000

masalah 2

Seorang office boy di suatu gedung bertingkat naik dari satu tingkat ke tingkat lainnya menggunakan lift. Pertama, ia naik 12 lantai, kemudian turun 18 lantai, dan terakhir naik lagi 20 lantai. Jika ia terakhir sampai di lantai 25, dari lantai berapakah ia naik pertama kali?

## 8. Menyisihkan Kemungkinan

Menyisihkan kemungkinan adalah strategi pemecahan masalah matematika yang bertujuan untuk memperkecil ruang lingkup kemungkinan jawaban dari satu

soal. Strategi ini dilakukan dengan menyisihkan berbagai alternatif jawaban yang tidak mungkin, sehingga perhatian tercurah sepenuhnya untuk hal-hal yang tersisa dan masih mungkin saja.

#### Masalah 1

Ali, Kevin, Bertus dan Erwin masing-masing menyukai olah raga yang berbeda olah raga yang mereka sukai adalah voli, biliar, lari lintas alam dan golf. Gunakan informasi berikut untuk mengetahui olah raga yang mereka sukai masing-masing.

- Ali lebih pendek dari pada anak yang menyukai voli
  - Erwin mempunyai masalah dengan cuaca panas, sehingga ia tidak dapat bermain di luar ruangan.
  - Bertus hanya menyukai permainan bola kulit.
  - Kevin berlatih memasukan bola ke lubang untuk melatih kemampuannya.
- a. apa yang diketahui?
1. Setiap anak hanya menyukai satu jenis olah raga dari 4 jenis olah raga.
  2. Ali lebih pendek dari pada anak yang menyukai voli.
  3. Bertus menyu permainan bola karet
  4. Erwin hanya bisa bermain di dalam ruangan.
  5. Kevin berlatih memasukan bola ke lubang.
- b. apa yang ditanyakan?  
Olah raga yang mereka sukai masing-masing.
- c. Strategi apa yang akan digunakan?  
Menyisihkan kemungkinan.

Jawab.

1. Ada 4 anak dan 4 jenis olah raga .Buat table.

Olah Raga	ALI	Kevin	Bertus	Erwin
Voli	-	-	x	-
Billiar	-	-	-	x
Lari L. A	X	-	-	-
Golf	-	x	-	-

2. Lihat kembali dan cek!

Apa yang dapat dilakuakn untuk memeriksa jawaban!

Informasi yang pertama menyatakan bahwa Ali tidak bermain voli dan jawabannya adalah Ali menyukai lari lintas alam. Tidak ada yang bertentangan dengan jawaban pada table tersebut. Dengan cara yang sama untuk setiap informasi, dapat terlihat bahwa tidak ada jawaban yang bertentangan dengan semua informasi.

#### Masalah 2

Perkalian usia abdul, Budi, Cecep, dan dedi adalah 156.009, Usia mereka merupakan bilangan ganjil berurutan. Brerapakah usia mereka masing-masing?

- a. Apa yang diketahui?

1. Perkalian usia 4 orang adalah 156.009,
2. Usia mereka adalah bilangan ganjil berurutan.

b. Apa yang ditanyakan? Usia mereka masing-masing.

c. strategi apa yang digunakan? Menyisihkan kemungkinan.

1. Urutkan bilangan-bilangan ganjil  
1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29,31,33,35,...
2. Hasil perkalian 4 bilangan ganjil= 156.009, perhatikan bilangan-bilangan ganjil yang tidak bisa memperoleh hasil perkalian. Untuk masalah ini, bilangan ganjil yang berujung 5 perkaliannya selalu menghasilkan bilangan berujung 5 atau 0. Sehingga bilangan ganjil berujung 5 harus disisihkan.

$$1,3, \quad \frac{7, 9, 11, 13}{9.009}, \quad \frac{17, 19, 21, 23}{156.009}, \quad \frac{27, 29, 31, 33}{801.009}$$

d. Lihat kembali dan cek!

Karena perkalian  $17 \times 19 \times 21 \times 23 = 156.009$ , Jadi, umur mereka masing-masing adalah 17 th, 19 th, 21 th, dan 23 th.

Masalah 3.

Wahyu, Luna, Evan, dan Alisa masing-masing menyukai jenis buku yang berbeda, yaitu buku komik, komputer, novel, dan misteri. Saudara laki-laki Alisa suka membaca buku komik. Lina tidak menyukai buku komputer, Evan biasa membaca buku novel, tetapi sekarang ia selalu berceritera tentang misteri.

- a. Buku mana yang mereka sukai masing-masing?
- b. Siapakah saudara laki-laki Alisa?

## 9. Memperhitungkan setiap Kemungkinan

Strategi ini berhubungan dengan penggunaan aturan-aturan yang dibuat sendiri selama proses pemecahan masalah, sehingga tidak akan ada satupun alternatif atau kemungkinan jawaban yang terabaikan atau terlewatkan. Strategi ini dilakukan dengan menuliskan semua kemungkinan secara berurutan berdasarkan pada syarat-syarat yang diketahui.

Masalah I

Edi melemparkan satu buah koin uang dan satu buah dadu secara bersamaan. koin mata uang menampilkan angka (A) dan gambar (G) sedangkan dadu menampilkan angka 1,2 3, 4, 5, 6, Berapakah banyaknya kemungkinan hasil pelemparan yang terjadi?

- a. Apa yang diketahui.
1. satu koin dan satu dadu dilemparkan bersamaan.
  2. Koin menampilkan angka (A) dan gambar (G).
  3. Dadu menampilkan angka 1,2,3,4,5,6.
- b. Apa yang ditanyakan? Banyaknya kemungkinan hasil pelemparan koin dan dadu.
- c. Strategi apa yang digunakan? Memperhitungkan setiap kemungkinan.
1. Koin: A,G.  
Dadu: 1, 2,3,4,5,6.  
Kemungkinan kejadian:  
(A,1), (A,2), (A,3), (A,4), (A,5), (A,6),  
(G,1) (G,2) (G,3) (G,4) (G,5) (G,6),
  2. Dari data yang tertulis di atas ada 12 kemungkinan kejadian pelemparan.
- d. Lihat kembali dan cek!

Satu koin uang menampilkan 2 kemungkinan dan satu buah dadu menampilkan 6 kemungkinan. Jadi, banyaknya kemungkinan pelemparan koin dan dadu tersebut =  $2 \times 6 = 12$ . Kemungkinan.

#### Masalah 2

Para pemain sepak bola dapat menggunakan kaos no 1 sampai no 99. Jika yang bisa digunakan hanya angka 0,1,4,7,9, Berapakah kemungkinan jumlah kaos yang ada?

### 10. Merubah Cara Pandang.

Strategi ini dapat digunakan ketika menemui kesulitan untuk memecahkan soal matematika dengan menggunakan logika atau dengan cara biasa lainnya. Untuk mampu menyelesaikan sesuatu soal, maka harus berfikir imajinatif dan berusaha untuk merubah cara atau sudut pandang terhadap suatu masalah.

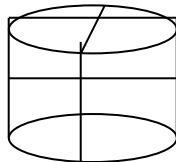
#### Masalah 1.

Seorang tukang kayu dapat memotong kayu yang berbentuk silinder menjadi beberapa bagian menggunakan gergaji. Bagaimanakah cara tukang kayu memotong kayu tersebut menjadi 8 bagian yang sama dengan hanya 3 kali potong?

- a. apa yang diketahui?
1. Kayu berbentuk silinder
  2. Kayu akan dibagi menjadi 8 bagian yang sama dengan 3 kali potongan.
- b. Apa yang ditanyakan?  
Cara membagi kayu 8 bagian yang sama dengan 3 kali potong



- c. Strategi apa yang digunakan? merubah cara pandang.
1. Umumnya pemotongan dilakukan dari atas. Jika dilakukan dengan cara demikian dibutuhkan 3 kali pemotongan untuk menghasilkan 8 bagian yang sama.



- d. Cek kembali.

Potongan pertama membagi kayu menjadi dua bagian. Potongan kedua membagi kayu menjadi 4 bagian. Potongan ke tiga menjadi kayu menjadi 8 bagian. Untuk menghasilkan kayu menjadi 8 bagian yang sama; potongan ketiga harus membagi setiap 4 bagian hasil potongan ke dua menjadi dua, yaitu dengan memotong dari samping.

Bagian kayu =  $2 \times 2 \times 2 = 8$  bagian

Banyaknya potongan = 2 atas + satu samping = 3 kali.

#### Masalah 2.

Sepuluh jilid Buku ensiklopedia ditempatkan secara berurutan dari kiri ke kanan. Setiap buku mempunyai ketebalan yang sama. Sampul depan dan belakang masing-masing mempunyai tebal 0,5 cm. Bagian halaman buku mempunyai tebal 3 cm. Seekor rayap memakan buku-buku tersebut dari halaman pertama jilid satu sampai halaman terakhir jilid sepuluh dalam satu garis lurus. Berapakah jarak yang ditempuh rayap tersebut? (jaraknya harus lebih kecil dari 35 cm)

- a. apa yang diketahui?
  1. 10 jilid buku disusun berurutan dari kiri ke kanan.
  2. Tebal sampul depan dan belakang masing-masing 0,5 cm.
  3. Tebal bagian halaman buku 3 cm.
  4. Seekor rayap memakan dari halaman 1 jilid 1 sampai halaman terakhir jilid 10.
  5. Jaraknya kurang dari 35 cm.
- b. apa yang ditanyakan? Jarak yang ditempuh rayap tersebut ?
- c. strategi apa yang akan digunakan? Merubah cara pandang. Selesaikan!
- d. Cek kembali

### 11. Berpikir Logis.

Merupakan strategi pemecahan masalah matematika untuk menarik kesimpulan melalui suatu logika atau penalaran atau informasi/data yang diketahui. Terkadang metode ini dilakukan dengan proses eliminasi (penghilang), yaitu dengan memikirkan seluruh jawab yang mungkin dan menunjukkan kemustahilannya satu persatu, sehingga hanya tersisa satu kemungkinan jawaban.

## Masalah 1.

Lukman dan Bondan membeli jeruk dan apel di toko buah. Lukman membeli 2 buah jeruk dan 4 buah apel seharga Rp 8.000,00, sedangkan Bondan membeli 4 buah jeruk dan 2 buah apel seharga Rp7.000,00. Jika Ana juga membeli 3 buah jeruk dan 3 buah apel, berapakah uang yang ia bayar?

a. Apa yang diketahui?

1. Harga 2 jeruk dan 4 apel adalah Rp. 8.000,
2. Harga 4 jeruk dan 2 apel adalah Rp.7.000,

b. Ditanyakan: Harga 3 jeruk dan 3 apel.

c. Rencana strategi: Berpikir logis

1. gunakan informasi-informasi yang diketahui untuk menghasilkan informasi baru.  
 $2 \text{ jeruk} + 4 \text{ apel} = 8.000,$   
 $4 \text{ Jeruk} + 2 \text{ apel} = 7.000, +$   
 $6 \text{ jeruk} + 6 \text{ apel} = 15.000,$
2. dari informasi baru yang didapat di atas maka dapat ditentukan kombinasi harga dari 3 jeruk dan 3 apel.

$$6 \text{ Jeruk} + 6 \text{ apel} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \qquad \qquad \qquad 15.000 \text{ (: 2)}$$

$$3 \text{ jeruk} + 3 \text{ apel} = 7.500$$

d. Cek dan lihat kembali.

Karena harga 6 jeruk dan 6 apel Rp 15.000, maka harga 3 jeruk dan 3 apel adalah setengahnya, yaitu Rp 7.500,

## Masalah 2.

Empat ekor bebek dapat menghasilkan 5 butir telur dalam waktu 3 hari. Berapakah waktu yang diperlukan satu lusin bebek untuk menghasilkan 5 lusin telur dengan kecepatan yang sama?

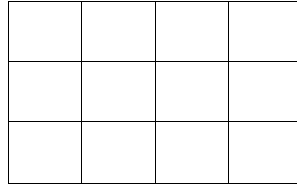
**12 Melakukan Percobaan.**

Strategi melakukan percobaan merupakan strategi pemecahan masalah matematika yang melibatkan suatu susunan geometri atau berhubungan dengan ruang dan tempat. Strategi ini dilakukan dengan cara melakukan percobaan pada suatu model yang berwujud nyata dan mungkin dapat dimanipulasi sehingga diperoleh suatu kesimpulan.

## Masalah 1

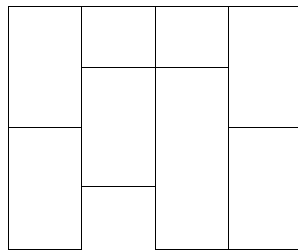
Gambar di bawah ini adalah bangun yang dibentuk dari 40 batang korek api. Bagaimana cara mengambil 9 batang korek api sehingga tidak ada batang korek api yang membentuk bangun persegi?

- a. diketahui :
1. Pada persegi, yaitu 16 persegi 3 x3,



gambar persegi 4 x 4 tersebut ada jenis persegi 1 x 1, ada 9 persegi 2 x 2, 4 dan 7 persegi 4 x 4.

2. Jumlah batang korek api ada 40 batang .
- b. ditanyakan: Cara mengambil 9 batang korek api agar tidak ada bangun persegi yang tersisa?
- c. Strategi yang dilakukan: Melakukan percobaan.
1. Ada 16 persegi 1 x 1, berarti percobaan dilakuakn dengan mengambil batang korek api pemisah anantara 2 buah persegi 1 x 1 yang tegak maupun mendataragar persegi lainnya juga tidak terbentuk.
  2. Cara mengambil korek api tersebut adalah sebagai berikut:



## Masalah 2

Mita melipat kertas yang bertuliskan angka 1 sampai 8 dengan susunan seperti berikut.

3	4	2	7
6	5	1	8

Bagaimana cara melipat kertas tersebut sehingga hasil lipatan berurutan 1 sampai 8?

## 13. Membuat Peragaan.

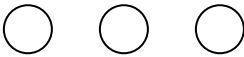
Strategi membuat peragaan adalah strategi pemecahan masalah yang menggunakan bantuan orang atau objek untuk memeragakan suatu masalah. Strategi ini digunakan jika mengalami kesulitan dalam memvisualisasikan suatu masalah atau prosedur yang diperlukan untuk menjawab suatu masalah.

### Masalah 1.

Ada dua kuda dibelakang seekor kuda dan ada dua kuda di depan seekor kuda. Diantara dua kuda ada satu kuda. Paling sedikit berapa ekor kuda yang memenuhi syarat-syarat tersebut?

- a. diketahui: 1. 2 ekor kuda di belakang 1 ekor kuda.

2. 2 ekor kuda di depan 1 ekor kuda.
3. Diantara 2 ekor kuda ada 1 ekor kuda.

- b. Ditanyakan: Jumlah minimal kuda yang memenuhi syarat-syarat tersebut?
- c. Strategi yang digunakan: Membuat peragaan
1. Misal kuda –kuda diperagakan menggunakan koin maka diperoleh hubungan sebagai berikut.
- 
2. peragaan diatas sudah memenuhi ketiga syarat tersebut, sehingga paling sedikit kuda yang memenuhi syarat tersebut ada 3 ekor.
- d. Cek kembali. Syarat pertama, kedua, dan ketiga, masing-masing menunjukkan paling sedikit ada 3 ekor kuda yang memenuh.

#### Masalah 2

Suatu kelas yang terdiri dari 36 orang siswa dihitung satu-persatu secara beraturan. Siswa yang mendapat giliran nomor ganjil diminta untuk berdiri. Kemudian, siswa yang masih duduk dihitung ulang satu-persatu secara berurutan lagi dan yang mendapat giliran nomor ganjil diminta untuk berdiri. Setelah perhitungan kedua selesai, berapa banyak siswa yang masih duduk?

### 14 Menulis Persamaan.

Menulis persamaan merupakan strategi pemecahan masalah yang menggunakan prinsip aljabar dengan hurup abjad sebagai variable untuk mewakili berbagai kuantitas dan hubungan diantaranya. Biasanya hurup abjad digunakan sebagai variable untuk mewakili kuantitas yang tidak diketahui dalam suatu soal, dan hubungan-hubungan dalam soal tersebut diwakili dengan suatu persamaan atau pertidaksamaan.

#### Masalah 1

Enam belas tahun yang akan datang, usia andi menjadi 3 kali usianya sekarang. Berapa usia andi sekarang ?

- a. Diketahui: Usia andi sekarang ditambah 16 sama dengan 3 kali usia andi sekarang.
- b. Ditanyakan: Usia Andi Sekarang.
- c. Strategi: Menulis persamaan.
1. Misal  $x$  = usia Andi sekarang. Maka,  $x + 16 = 3x$   
Usia Andi sekarang + 16 = 3 kali usia andi sekarang.
  2. Kemudian selesaikan persamaan tersebut.
 
$$x + 16 = 3x$$

$$x - x + 16 = 3x - x$$

$$16 = 2x$$

$$x = 16/2$$

$$x = 8$$
 jadi usia andi sekarang adalah 8 tahun.

d. Cek dan lihat kembali

$$x = \text{usia Andi sekarang} = 8 \text{ tahun}$$

$$\text{maka } x + 16 = 3x$$

$$8 + 16 = 3 \cdot 8$$

$$24 = 24$$

terbukti.

Masalah 2

Seorang tukang buah membandingkan berat buah rambutan, jeruk, dan anggur. Tiga buah rambutan sama beratnya dengan satu buah jeruk. Satu buah jeruk sama beratnya dengan 9 buah anggur. Berapa banyak buah anggur yang sama berat dengan satu buah rambutan?

## 15 Metode Diagram

Metode diagram merupakan strategi pemecahan masalah yang memvisualisasikan suatu masalah menjadi diagram, sehingga membuat masalah tersebut menjadi lebih sederhana untuk diselesaikan. Strategi ini digunakan untuk menyelesaikan soal-soal yang berhubungan dengan konsep pecahan dan masalah aljabar.

Masalah 1

Jumlah uang Ruben dan Fahri adalah Rp 46.000, setelah masing-masing membelanjakan Rp. 5.000, untuk membeli buku komik, perbandingan uang ruben dan Fahri adalah 1: 3. Berapakah uang yang dimiliki mereka masing-masing?

- a. Diketahui: 1. Jumlah uang awal mereka Rp. 46.000,  
2. Setelah dikurangi Rp.5000. masing-masing perbandingan uang Ruben dan Fahri adalah 1 :3.

b. Uang mereka masing-masing.

Strategi yang digunakan adalah metode diagram.

1. Uang Ruben =  $\square$  + 5.000

Uang fahri =  $\square\square\square$  + 5.000 .Jumlah uang mereka adalah 46.000,

2. Dari diagram di atas, maka  $\square + 10.000 = 46.000$ ,

$$4\square = 46.000 - 10.000$$

$$4\square = 36.000,$$

$$\square = 9.000,$$

$$\begin{aligned} \text{Uang ruben} &= \square + 5.000, \\ &= 9.000, + 5.000, \\ &= \text{Rp } 14.000, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Uang Fahri} &= 3\square + 5.000, \\ &= 3 \times 9.000 + 5.000 \\ &= 32.000, \end{aligned}$$

d. Lihat dan cek kembali!

Karena jumlah uang ruben dan Fahri = Rp 14.000 + Rp. 32.000 =  
Rp 46.000,

$$\begin{aligned} \text{Perbandingan} &= (14000 - 5000) : (32000 - 5000) \\ &= 9000 : 27000, \\ &= 1 : 3 \end{aligned}$$

Masalah 2.

Disuatu kelas, jumlah murid perempuan 60%. Jumlah murid laki-laki 8 orang lebih sedikit dari pada jumlah murid perempuan. Berapakah jumlah seluruh murid di kelas tersebut?.

### 16. Number Sense.

Strategi number Sense adalah strategi pemecahan masalah yang menekankan pada kepekaan angka-angka, pengertian, representasi, dan operasi hitung. Strategi ini dilakukan dengan menggunakan bilangan dalam berbagai cara, seperti lebih kreatif dalam melakukan perhitungan, strategi perhitungan, pengukuran, dan perkiraan jumlah, serta dengan memperhitungkan jawaban yang masuk akal atau tidak.

Masalah 1.

Irfan memiliki dua buah bilangan prima. Jika kedua bilangan tersebut dijumlahkan, hasilnya adalah 12345. Berapakah hasil kali kedua bilangan tersebut?

a. Diketahui: Jumlah dua bilangan prima adalah 12345.

b. Ditanyakan: hasil kali kedua bilangan tersebut.

c. Strategi: Number Sense.

1. Jika dua buah bilangan bulat berjumlah ganjil, maka salah satu bilangan tersebut haruslah genap. Bilangan prima yang genap adalah 2

2. sehingga bilangan prima yang lainnya adalah  $12345 - 2 = 12343$ .

Jadi hasil kali kedua bilangan tersebut adalah  $12343 \times 2 = 24686$ .

d. Cek dan lihat kembali:

karena 2 satu-satunya bilangan prima yang genap dan 12343 juga bilangan prima. Jadi, hasil kali kedua bilangan tersebut adalah 24686.

Masalah 2.

Pada saat mengerjakan soal olimpiade matematika, Bimo kesulitan mengerjakan sebuah soal. Soal tersebut adalah sebagai berikut. Hitunglah nilai dari:

$$\left( \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100} \right) \times 1.000$$

- a. diketahui: 1. Pembilang dari masing-masing bilangan adalah 1  
2. Penyebut dari masing-masing bilangan adalah perkalian dua buah bilangan yang berurutan

b. Ditanyakan: nilai dari  $\left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100}\right) \times 1.000$

c. Strategi: Number Sense.

$$1. \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{98 \times 99} = \frac{1}{98} - \frac{1}{99}$$

$$\frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100}\right) \times 1.000$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right)$$

$$2. = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100}\right) \times 1.000$$

$$= 1.000 - 10$$

$$= 990$$

d. Lihat dan Cek kembali!

karena setelah setiap pecahan dipecah menjadi dua bagian, maka akan terbentuk pola penjumlahan yang menghasilkan 0 (nol) dan menyisakan  $1 - 1/100$

## 17. Menggunakan Operasi hitung

Strategi menggunakan operasi hitung merupakan strategi pemecahan masalah yang menggunakan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan operasi lainnya dalam menyelesaikan suatu masalah matematika. Strategi ini dilakukan dengan membuat manipulasi satu atau lebih operasi hitung untuk menyelesaikan suatu soal.

Masalah Satu.

Seorang arsitek memperkirakan bahwa pembangunan suatu gedung akan selesai dalam 120 hari kemudian. Jika pembangunan dimulai pada hari jumat, pada hari apakah gedung tersebut selesai dibangun?

- a. Apa yang kalian ketahui
  1. awal pembangunan hari jumat
  2. selesai pembangunan 120 hari kemudian

b. apa yang ditanyakan  
hari selesainya pembangunan gedung

c. Strategi apa yang digunakan  
menggunakan operasi hitung

penyelesaian

langkah Satu. pahami soal dan ingat urutan operasi hitungnya, kemudian sederhanakan

langkah dua selesaikan soal menggunakan operasi hitung

1. hari yang sama akan berulang dalam satu minggu  
1 minggu = 7 hari  
Jika hari ini Jumat, maka 7 hari kemudian adalah hari Jumat
2. Sisa hail bagi 120 dengan 7 adalah Satu  
Hari selesai = Jumat + 1 hari = Sabtu  
Jadi, hari selesainya pembangunan gedung adalah hari Sabtu

d. Cek dan lihat kembali!

Apa jawaban benar

Ya, karena 119 merupakan kelipatan 7, maka hari ke 119 kemudian adalah hari jumat

Jadi, 120 hari kemudian adalah hari Sabtu

## MASALAH 2

Sejumlah jeruk dapat dibagikan secara merata kepada 3, 4, 5, 6 atau 8 anak dengan tidak ada jeruk yang tersisa. Berapakah paling sedikit jumlah jeruk tersebut?

### 18. Menggunakan Rumus

Strategi menggunakan rumus merupakan strategi pemecahan masalah yang sangat ampuh dalam menyelesaikan masalah matematika. Penyelesaian suatu soal matematika dilakukan dengan mensubstitusikan beberapa nilai ke dalam suatu rumus atau dengan memanipulasi dan memilih rumus yang tepat untuk digunakan



### Masalah Satu

Sebuah mobil mampu menempuh jarak 1 km dalam waktu 1 menit 30 detik. Jika mobil ini terus bergerak dalam kecepatan tersebut. Berapa jarak yang ditempuh dalam waktu 2 jam?

a. Apa yang kalian ketahui?

1. mobil mampu menempuh 1 km dalam waktu 1 menit 30 detik
2. kecepatan mobil tetap

b. apa yang ditanyakan

jarak yang ditempuh dalam waktu 2 jam

c. strategi yang akan kalian gunakan?

Menggunakan rumus

### Langkah Satu

Catatlah nilai-nilai yang diketahui yang memiliki variable dalam rumus, kemudian pilihlah rumus yang sesuai untuk digunakan

### Langkah dua

Substitusikan nilai nilai yang diketahui ke dalam rumus dan selesaikan

$$\begin{aligned}
 1. \text{ diketahui} & : S_1 = 1 \text{ km} \\
 & t_1 = 1 \text{ menit } 30 \text{ detik} \\
 & = 90 \text{ detik} \\
 & = \frac{90}{3600} = 0,025 \text{ jam} \\
 & t_2 = 2 \text{ jam} \\
 & v_1 = v_2
 \end{aligned}$$

Gunakan rumus kecepatan  $v = \frac{s}{t}$

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{1}{0.025} = 40 \text{ km / jam}$$

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} \Leftrightarrow 40 = \frac{s_2}{2}$$

$$s_2 = 40 \times 2 = 80 \text{ km}$$

d. Lihat dan cek kembali!

perjalanan 2 km ditempuh dalam waktu 2 x (1 menit + 30 detik) = 3 menit  
dalam 2 jam atau 120 menit, berarti ada 40 kali 30 menit  
jadi, jarak perjalanan mobil = 40 x 2 km = 80 km

### Masalah 2

Desta mempunyai persegi yang luasnya  $576 \text{ cm}^2$ . persegi tersebut terdiri dari 12 persegi panjang yang sama. Berapakah keliling satu buah persegi panjang?

### E. Pedoman *Problem Solving*

Tidak ada resep atau rumus ajaib untuk memecahkan masalah. Namun mencamkan suatu pedoman problem solving dalam pikiran bisa membantu menjadikan diri anda sebagai seorang problem solver yang lebih baik.

Pedoman *Problem Solving*:

1. Pahami: Pertanyaan, fakta-fakta, ide kunci.
2. Rencanakan dan Selesaikan Strategi jawaban.
3. Pikirkan Kembali: jawaban yang masuk akal, alternatif pendekatan. Keterangannya adalah sebagai berikut:
  1. Pahami pertanyaan
    - a. Apa yang anda coba temukan.
    - b. Coba nyatakan pertanyaan itu dalam kata-kata anda sendiri.
    - c. Apakah diperlukan suatu jawaban yang paling pasti

Fakta-fakta

- a. Apa sajakah fakta-fakta yang diketahui.
- b. Apakah keterangan yang tersedia itu terlalu banyak atau terlalu sedikit?
- c. Apakah diperlukan data dari gambar, tabel, grafik?
- d. Perlukah anda mengumpulkan beberapa data?

Ide Kunci

- a. Bagaimanakah hubungan antara fakta-fakta dan pertanyaan?
- b. Apakah terdapat grup-grup yang merupakan bagian dari keseluruhan?
- c. Apakah dua grup yang sedang diperbandingkan?
- d. Apakah terdapat grup-grup yang bersatu atau berpisah?
- e. Apakah terdapat grup-grup yang sama besar?

### 2. Rencanakan dan Selesaikan Strategi

- a. Apakah yang bisa anda lakukan untuk menyelesaikan masalah itu?
- b. Bisakah masalah itu diselesaikan dengan berhitung?
- c. Estimasilah jawabannya.
- d. Pilihlah suatu strategi. Coba satu lainnya, jika diperlukan.  
Jawaban.
  - a. Berikan jawaban dalam satu kalimat.
  - b. Perlukah anda menginterpretasikan sisa?

c. Apakah diperlukan pembulatan?

### 3. Pikirkan Kembali.

Jawaban yang masuk akal.

- Apakah anda telah memeriksa pekerjaan anda?
- Apakah anda telah menggunakan semua data yang diperlukan?
- Apakah jawaban anda mempunyai satuan-satuan yang benar?
- Apakah jawaban anda mendekati estimasi?
- Apakah jawaban anda masuk akal untuk situasi itu?

#### Alternatif Pendekatan

- Apakah ada satu cara lain untuk mendapatkan jawaban yang sama?
- Bisakah anda memakai strategi yang sama secara berbeda?
- Akankah satu strategi yang lain lebih cepat atau lebih sederhana?

## F. Penerapan Strategi Penyelesaian Masalah Menurut Polya

Ada empat langkah penyelesaian masalah menurut Polya. berfokus pada strategi menemukan pola.

Contoh soal berfokus pada strategi menemukan pola: Guru di sekolah meminta siswanya menjumlahkan 100 bilangan asli pertama.

Memahami masalah: Bilangan asli yang dimaksud adalah 1,2,3,4,..., 100. Menentukan jumlah  $1+2+3+4+5+\dots+100$ .

Merencanakan penyelesaian: Dengan cara menemukan pola yaitu menjumlahkan bilangan tersebut secara berurutan,  $1+100$ ,  $2+99$ ,  $3+98$ ,... $50+51$ , pada akhirnya akan diperoleh 50 pasangan bilangan yang masing-masing berjumlah 101.

Menyelesaikan masalah: Terdapat 50 pasang bilangan yang masing-masing berjumlah 101. Dengan demikian jumlah keseluruhannya adalah  $50 \times 101 = 5050$ .

Memeriksa kembali. Dengan berbagai cara penyelesaian yang open ended. Masalah tersebut adalah menentukan jumlah  $n$  bilangan asli pertama,  $1+2+3+\dots+n$ ,  $n$  merupakan bilangan genap didapat  $n/2$  pasangan bilangan yang masing-masing berjumlah  $n + 1$ . Dengan demikian jumlah keseluruhannya adalah  $(n/2)(n + 1)$  atau dengan cara  $n(n + 1)/2$ .

Contoh soal berfokus pada membuat tabel untuk membangun pemahaman:

Selesaikan soal di bawah ini!

Abdullah memiliki anyaman kawat sepanjang 24 meter. Kemudian anyaman itu dipotong-potong menjadi 24 bagian yang masing-masing panjangnya satu meter. Ke dua puluh empat anyaman kawat tersebut akan dia pakai untuk memagari sebuah kebun berbentuk persegi panjang. Abdullah menginginkan daerah terluas yang dapat dipagari oleh kedua puluh empat anyaman kawat tadi. Bagaimana dia seharusnya mengatur pagar itu?

Contoh soal menggunakan penalaran logis. Untuk membangun pemahaman. Selesaikan soal di bawah ini!

SD Mutiara hanya memiliki tim bola poli, renang, sepak bola, dan basket. Erika, Yahya, Maya dan Dudi masing-masing adalah pemain olah raga yang berbeda. Olah raga yang dimainkan Yahya tidak menggunakan bola. Maya Lebih tua daripada pemain bola poli. Maya dan Dudi pemain sepak bola. Siapakah pemain bola poli?

**PAHAMI** : Hanya satu siswa yang bermain bola poli.

Anda mengetahui bahwa renang tidak memakai bola dan seseorang tidak dapat lebih tua daripada dirinya sendiri.

**RENCANAKAN** : Penalaran logis adalah berpikir dalam cara yang STRATEGI masuk akal dan teratur untuk menarik kesimpulan & SELESAIKAN kesimpulan dengan memakai fakta-fakta yang diketahui. Memasukan fakta-fakta itu ke dalam tabel akan dapat membantu anda.

Nama	Bola Poli	Basket	Renang	Sepak Bola
Erika			Tidak	
Yahya	Tidak	tidak	Ya	Tidak
Maya	Tidak		Tidak	Tidak
Dudi			Tidak	Tidak

Yahya adalah perenang karena olah raganya tidak memakai bola. Tuliskan ya untuk renang dan tidak untuk olah raga-olah raga lainnya. Juga, tuliskan tidak pada renang untuk para siswa yang lain. Maya tidak lebih tua daripada dirinya sendiri. Tuliskan tidak untuknya pada bola poli. Karena Maya dan Dudi tidak bermain sepak bola. Tabel itu menunjukkan bahwa hanya Erika yang dapat bermain sepak bola. Jadi dia tidak bermain bola poli.

**JAWABAN** : Dudi adalah pemain bola poli

**PIKIRKAN KEMBALI** : Periksa bahwa jawaban itu sesuai dengan semua fakta.

### Prilaku dan Sikap Problem-Solving

Saat anda memecahkan soal, apakah anda cepat menyerah dan tidak percaya diri? Prilaku-prilaku dan sikap-sikap bisa berpengaruh terhadap pekerjaan anda. Jadi ingatlah tips berikut ini. Ini bisa membantu anda menjadi seorang *problem solver* yang lebih baik.

Tips untuk *problem-solver*: Jangan menyerah! Beberapa soal perlu waktu lebih lama untuk memecahkannya.

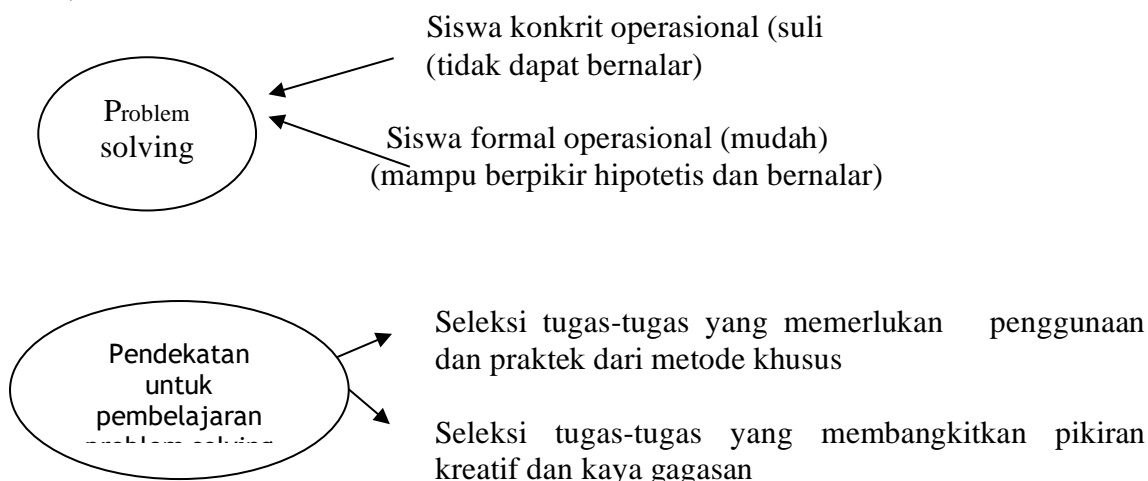
Tips untuk para *roblem Solver*

1. Jangan menyerah. Beberapa soal perlu waktu lebih lama untuk menyelesaikannya daripada soal-soal yang lain.
2. Fleksibel. Jika anda mengalami kebuntuan, coba satu gagasan lain.
3. Percaya diri. Sehingga anda memberi yang terbaik yang anda bisa lakukan.

4. Ambil resiko. Cobalah bisikan-bisikan hati anda. Ini seringkali bekerja.
5. Lakukan *brainstorming* (gagasan) untuk mulai melangkah. Satu gagasan akan menuju pada satu gagasan lain.
6. Visualisasikan permasalahan dalam pikiran untuk membantu anda lebih memahaminya.
7. Bandingkan permasalahan untuk membantu anda menghubungkan permasalahan yang baru pada yang telah anda pecahkan sebelumnya.
8. Pikirkan pikiran anda. Berhentilah sejenak untuk mempertanyakan. Bagaimanakah ini akan membantu saya menyelesaikan persoalan itu?
9. Organisasikan kerja anda untuk membantu anda berpikir dengan jelas.

### Peranan Problem solving

- ▶ NCSM (1977): Belajar menyelesaikan masalah adalah alasan utama untuk mempelajari matematika.
- ▶ NCTM (200): Problem-solving bukan sekadar tujuan dari belajar matematika, tetapi juga merupakan alat utama untuk melakukannya.
- ▶ Problem Solving: sumber dan sarana yang baik untuk pengayaan.
- ▶



### Pandangan Psikologis Problem Solving

*Problem-Solving*: melibatkan suatu bentuk sederhana (*pesceptual, fisiologis, sensory*) dan pemanfaatan informasi itu mencapai suatu penyelesaian. (perbedaan individu tidak ada pendekatan yang berdiri sendiri).

→  
Lima langkah problem-solving (John Dewey. 1910):

1. Mengenali adanya masalah (kesadaran adanya kesukaran).
2. Mengidentifikasi masalah (klarifikasi dan definisi).
3. Memanfaatkan pengalaman sebelumnya.
4. Menguji hipotesis atau kemungkinan-kemungkinan penyelesaian.
5. Mengevaluasi penyelesaian dan menarik kesimpulan berdasarkan bukti.

1. Pahami masalah
2. Rumuskan suatu rencana
3. Jalankan rencana itu
4. Tinjau kembali

Kunci sukses problem-solving terdapat pada “kendali” *problem solving* untuk menemukan jalur solusi yang tepat.

- Ada beberapa kemungkinan keputusan kendali :
  - Keputusan tanpa pemikiran
  - Keputusan yang tergesa-gesa
  - Keputusan konstruktif
  - Keputusan prosedur yang segera
  - Tidak ada keputusan
  
- Problem-solving dapat dipandang dalam 3 cara :
  - Suatu subjek (bahan) untuk dipelajari
  - Suatu cara pendekatan untuk suatu masalah tertentu
  - Suatu cara pengajaran

### **Kaitan antara Pemecahan Masalah dengan Berpikir Kritis dan Berpikir Kreatif.**

Paling sedikit ada tiga aspek keterampilan berpikir yaitu: pemecahan masalah, berpikir kritis dan berfikir kreatif.(Westminster Institute of education, 2001). Orang cenderung memandang bahwa berfikir kritis terutama sebagai evaluatif, sedangkan berpikir kreatif sebagai generatif. Kedua jenis berpikir tersebut tidak betentangan, tetapi saling berkomplemen atau saling melengkapi satu sama lain dan bahkan mempunyai karakteristik yang hampir sama (Marzano *et al.*, 1989: 17) Berpikir kritis dan kreatif seperti dua buah sisi mata uang yang tidak dapat dipisahkan satu sama lain, saling keterkaitan dan saling menunjang. Selain itu berpikir kritis dan kreatif merupakan dua kemampuan dasar, ketika seseorang mencari jawabannyasecara kreatif sehingga diperoleh sesuatu yang baru yang lebih baik dan bermanfaat.

Apa yang mendasari upaya-upaya untuk memecahkan suatu masalah adalah suatu bentuk dari proses kognitif, dengan kata lain berpikir adalah sesuatu yang essensial dalam pemecahan masalah. Fisher (1995: 98) mengemukakan yang dimaksud dengan pemecahan masalah adalah penerapan berpikir dan dapat dibedakan dari dua jenis berfikir lain yaitu berfikir kreatif (divergen) dan berpikir kritis (analitis). Berpikir kreatif dan kritis adalah bentuk secara umum dari berpikir investigatif, yang memerlukan penemuan mencapai suatu tujuan dalam pemecahan masalah. Ketiga jenis berpikir ini saling berkaitan. Apabila seseorang dihadapkan pada proses pemecahan masalah, secara otomatis akan melibatkan berpikir kritis dan kreatif. Demikian pula apabila seseorang berpikir kreatif secara otomatis melibatkan berpikir kritis, begitu pula sebaliknya.

Aktivitas pemecahan masalah akan menstimulasi dan mengembangkan keterampilan berpikir dan bernalar. Aktivitas ini menggunakan dan membuat relevansinya pada pengetahuan siswa tentang fakta dan keterkaitan. Hasilnya membantu mengembangkan sikap kepercayaan diri dan kemampuan, dan juga memberi kesempatan bagi siswa untuk berdiskusi berbagi ide dan gagasan dan belajar bekerja secara efektif dengan yang lainnya. Aktivitas pemecahanmasalah tidak hanya meningkatkan pengetahuan, keterampilan, dan sikap , tetapi memberikan kesempatan kepada guru-guru mengamati bagaimana siswa menyelesaikan masalah, dan bagaimana siswa mampu berkomunikasi dengan percaya diri.

### Tahap Pemecahan Masalah Secara Kreatif

Ada tiga komponen tahap pemecahan masalah secara kreatif yaitu: 1) *understanding the problem*, memahami masalah, 2) *generating ideas*, membangun ide-ide, 3) *planing for action*, merencanakan untuk bertindak. Hal tersebut diimplementasikan dalam 6 tahapan menurut (Starco, 1995: 25) yaitu:

1. Tahap *mess-finding* adalah tahap penemuan. Siswa dihadapkan pada masalah yang luas atau kacau (*mess*) atau masih samar-samar (*fuzzy problem*) Ini lebih terkait pada pemakain yang lebih umum dari istilah *problem-finding*, dimana individu mengidentifikasi pertanyaan untuk menyelidiki kesulitan atau masalah yang ditemukan. Umumnya, pemecahan masalah memperhatikan banyak masalah, sebelum memilih masalah untuk selanjutnya diperhatikan.
2. Tahap *data finding*. Pada tahap ini siswa mengumpulkan semua informasi atau fakta yang diketahui tentang masalah yang akan dipecahkan dan menemukan data baru yang diperlukan. Dalam hal ini yang dikumpulkan tidak hanya fakta melainkan pendapat, gagasan dan hipotesis.
3. Tahap *problem-finding*. Tahap ini merupakan tahap merumuskan dan mengembangkan masalah, masalah dapat dirumuskan kembali (*redefinition*) atau disempitkan.
4. Tahap *idea-finding*. Tahap ini merupakan tahap pengembangan gagasan pemecahan masalah sebanyak mungkin, ide-ide dibangun untuk pernyataan-pernyataan masalah yang dipilih.
5. Tahap *solution-finding*. Gagasan yang dihasilkan pada tahap sebelumnya (*idea – finding*) dievaluasi, dan membangun kriteria untuk mengevaluasi setiap gagasan yang diusulkan.
6. Tahap *acceptance-finding* (temuan yang dapat diterima). Pada tahap terakhir ini disusun rencana tindakan untuk mengimplementasikan solusi yang dipilih.

Berikut ini merupakan komponen dan tahapan-tahapan dari model pemecahan masalah secara kreatif:

1. Memahami masalah (*understanding the problem*) meliputi tahapan:
  - a. Tahap *mess-fending*.
    - Fase Divergen: mencari peluang untuk pemecahan masalah.
    - Fase konvergen: menetapkan tujuan umum yang luas untuk pemecahan masalah.
  - b. Tahap *data-finding*.
    - Fase Divergen: menguji secara detil, memperhatikan permasalahan dari berbagai sudut panadang.
    - Fase Konvergen: Menentukan data paling penting, untuk mengarahkan pengembangan masalah.
  - c. Tahap *problem-finding*
    - Fase Divergen: memperhatikan berbagai pernyataan masalah yang mungkin.
    - Fase Konvergen: mengkonstruksi atau memilih suatu pernyataan masalah yang spesifik (menyatakan tantangan).
2. Membangun idea (*generating ideas*) mencakup tahap *idea-finding*.
  - Fase Divergen: menghasilkan ide-ide bervariasi dan tidak umum.

- Fase Konvergen: Mengidentifikasi alternatif-alternatif yang menjanjikan, atau pilihan-pilihan yang memiliki potensi yang menarik.
3. Merencanakan tindakan (planing for action) meliputi tahapan:
- a. Tahap solution-finding.
    - Fase Divergen: Mengembangkan kriteria untuk menganalisis dan menghaluskan kemungkinan-kemungkinan yang menjanjikan,
    - Fase Konvergen: Memilih kriteria dan menerapkannya, untuk menseleksi, memperkuat, dan mendukung solusi-solusi yang menjanjikan.
  - b. Tahap Acceptance-finding.
    - Fase Divergen: Memperhatikan sumber-sumber bantuan atau hambatan yang mungkin, dan tindakan-tindakan yang memungkinkan untuk implementasi.
    - Fase konvergen: memformulasi suatu rencana tindakan yang spesifik.
- Metode heuristik Polya (1945):

Pemecahan masalah secara kreatif yang telah diuraikan di atas masih bersifat umum serta lebih mengarah kepada proses penelitian, integrasi pemecahan masalah secara kreatif pada proses pembelajaran di kelas digunakan sebagai tahapan dalam memecahkan masalah yang melibatkan proses berpikir kompleks yaitu kreatif dan kritis. Mula-mula berfikir divergen untuk memperoleh gagasan sebanyak mungkin, kemudian berfikir konvergen (berpikir logis kritis) untuk menyek=leksi gagasan atau menarik kesimpulan.

Sebagai ilustrasi, berikut ini contoh soal pemecahan masalah berpikir kreatif matematika pada aspek kepekaan.

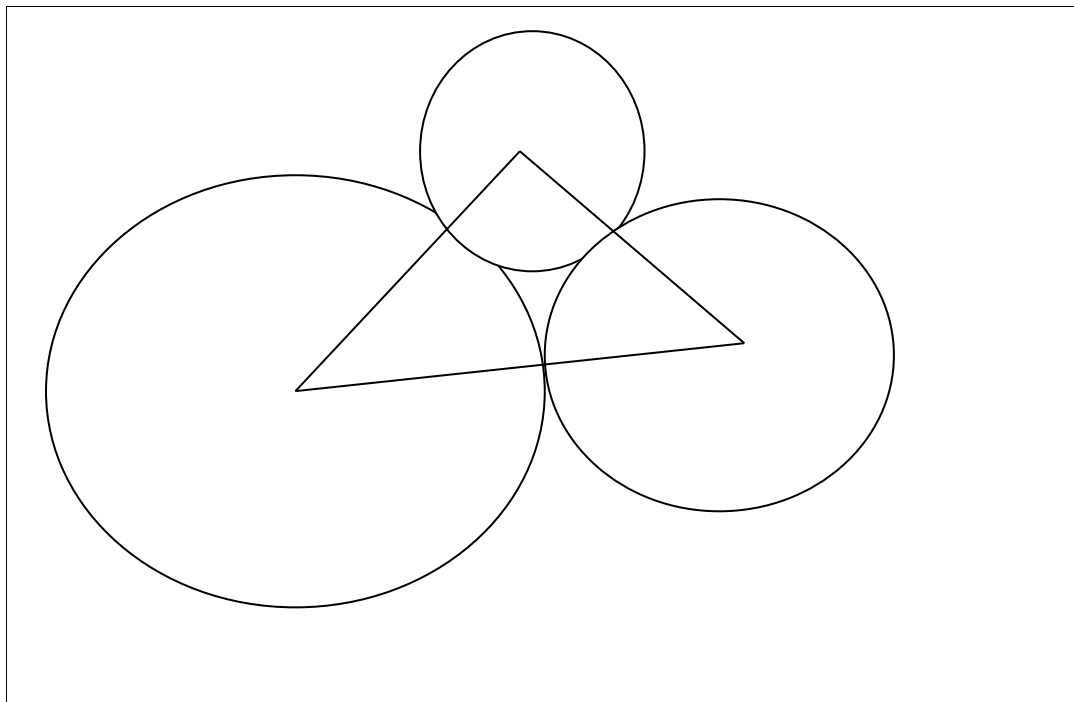
Sebuah kelas berbentuk persegi panjang. Jika pada setiap baris ditambahkan lagi 3 buah kursi maka banyaknya baris berkurang 2. apakah banyaknya kursi pada setiap baris sebelum posisinya dirubah dapat dihitung? Berikan penjelasan!

Siswa harus peka terhadap soal tersebut artinya mampu mendeteksi apakah soal tersebut dapat diselesaikan dengan informasi yang diketahui pada soal tersebut. Hal ini dikarenakan, seandainya mau mengetahui banyaknya kursi sebelum posisinya dirubah, pada soal harus diketahui kapasitas kelas dapat memuat berapa buah kursi, sedangkan pada soal informasi itu belum ada.

Ilustrasi lain, berikut ini contoh soal pemecahan masalah berpikir kreatif matematika pada aspek keluwesan.

Perhatikan segitiga ABC di bawah ini, panjang  $a = 26$  m,  $b = 28$  m, dan  $c = 30$  m. Hitunglah panjang jari-jari masing-masing lingkaran dengan menggunakan berbagai cara.





Untuk menyelesaikan soal tersebut, siswa mendeteksi apakah soal tersebut bisa diselesaikan, apakah informasinya sudah lengkap dengan cara menginventarisir apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Siswa mengelaborasi soal dengan cara menyajikan dalam bentuk persamaan-persamaan untuk lebih memperjelas soal. Aspek kelancaran (fluency): Siswa mengemukakan berbagai ide, cara, atau rencana untuk menyelesaikan masalah. Aspek keluwesan (flexibility): Siswa menyelesaikan soal dengan berbagai cara dengan menggunakan rencana yang telah dikemukakan sebelumnya. Soal tersebut berkaitan dengan sistem persamaan linear satu variabel, dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi.

## **KESIMPULAN**

Kita katakan bahwa cara terbaik untuk mengetahui dan mempelajari bagaimana menyelesaikan masalah adalah dengan memecahkan masalah. Problem solving dapat mempertajam kekuatan analitis dan kekuatan kritis siswa. Para guru harus mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi problem solving sehingga mereka dapat mengantisipasi kesukaran-kesukaran yang mungkin dihadapi oleh para siswa dan memberikan jalan keluar yang tepat. Para siswa harus didorong agar berpikir bahwa sesuatu itu multi dimensi sehingga mereka dapat melihat banyak kemungkinan penyelesaian untuk suatu masalah. Ada sepuluh strategi yang secara luas digunakan dalam problem solving dan pembuatan keputusan serta situasi-situasi problem solving di kehidupan nyata, yaitu: bekerja mundur, menemukan pola, mengambil suatu sudut pandang yang berbeda, memecahkan suatu masalah yang beranalogi dengan masalah yang sedang dihadapi tetapi lebih sederhana, mempertimbangkan kasus-kasus ekstrim, membuat gambar, menduga dan menguji berdasarkan akal, memperhitungkan semua

kemungkinan, mengorganisasikan data, dan penalaran logis. Jarang sekali ada suatu cara yang unik (tersendiri) untuk memecahkan atau menyelesaikan suatu masalah. Beberapa masalah dapat tunduk pada keanekaragaman metode penyelesaian. Oleh karena itu, para siswapun harus didorong untuk memikirkan solusi-solusi alternatif untuk suatu masalah. Seluruh aspek dari satu masalah tertentu harus diperiksa secara seksama sebelum menempuh strategi tertentu.

#### Soal latihan

1. Buatlah suatu setting pembelajaran dengan pendekatan problem solving!.
2. Berikan umpan balik terhadap kegiatan pembelajaran dengan pendekatan problem solving!

## BAB XII

### APLIKASI ICT DALAM MODEL, STRATEGI, PENDEKATAN, METODE DAN TEKNIK PEMBELAJARAN MATEMATIKA.

Media pembelajaran merupakan suatu wadah, sarana atau fasilitas yang dapat memberikan kemudahan pendidik untuk menyampaikan pesan ataupun informasi agar dapat diterima dengan baik dan menarik. Pemilihan media pembelajaran yang tepat akan memberikan dampak dalam mewujudkan tercapainya tujuan pembelajaran. Dengan tersedianya media pembelajaran, pendidik dapat menciptakan berbagai situasi kelas, menentukan model, strategi, pendekatan, metode dan teknik pembelajaran matematika dalam situasi yang berlainan dan menciptakan iklim dengan emosional yang sehat di antara peserta didik. media pembelajaran ICT dapat di fungsikan secara tepat dan proporsional dalam proses pembelajaran secara efektif.

Manfaat Penggunaan Media Pembelajaran Berbasis ICT , yaitu:

1. Materi abstrak (diluar pengalaman sehari-hari)
2. Kekuatan Hypertext (dibandingkan Buku)
3. Penggambaran ulang object belajar dan pola pikir siswa
4. Meningkatkan retensi/daya ingat siswa dengan belajar secara multimedia
5. Mengatasi keterbatasan ruang, waktu dan tenaga
- 6 Siswa belajar mandiri, sesuai bakat, kemampuan visual, auditori dan kinestetiknya.
7. Memberikan rangsangan yang sama, mempersamakan pengalaman & menimbulkan persepsi yang sama
8. Pembelajaran dapat lebih menarik
9. Waktu pelaksanaan pembelajaran dapat diperpendek
10. Proses pembelajaran dapat berlangsung kapanpun dan dimanapun diperlukan.

Pembelajaran untuk meningkatkan mutu pendidikan akhir-akhir ini digalakkan oleh pemerintah dengan memanfaatkan Information and Communication Technology (ICT). Pemanfaatan ICT ini secara umum bertujuan menghubungkan peserta didik dengan jaringan pengetahuan dan informasi. Di bawah ini akan di ulas lebih lanjut manfaat ICT dalam pembelajaran matematika, anantara lain:

1. Pembelajaran Matematika berbasis ICT Lebih Inovatif  
Paradigma pembelajaran matematika yang terbiasa dengan angka, rumus, PR, dan latihan soal yang menjemukan tentu harus diubah menjadi pembelajaran matematika membuat fun dan enjoy. Hal ini bisa dilakukan dengan menggunakan multimedia dalam menyampaikan materi yang diselingi berbagai hal unik dari media yang ada. Sebagai contohnya adalah ketika kita ingin menjelaskan materi tentang peluang. Dengan bantuan laptop dan LCD kita bisa menampilkan intermezzo gambar tiga kaos dan dua celana dengan warna yang berbeda dan siswa bisa diajak berpikir tentang berapa kombinasi yang mungkin untuk memakai kostum tersebut. Jadi dengan adanya teknologi pembelajaran matematika lebih inovatif dan membuat siswa mampu memanifestasikan dalam dunia real yang tak terbatas pada symbol matematika semata.

## 2. Pembelajaran Audio Visual Lebih Efektif

Matematika yang didominasi dengan angka, rumus, bagan, dan grafik sering membuat siswa sulit menerima materi yang disampaikan guru. Tetapi hal ini bisa disiasati jika guru mampu memberi warna yang berbeda dalam penyampainnya, baik sajian audio maupun visualnya. Disinilah peran kecanggihan teknologi yang dapat membantu pembelajaran matematika lebih cepat dipahami oleh siswa. Hal ini bisa diterapkan di kelas untuk menjelaskan materi disertai gambar atau grafik yang bisa dibuat secara langsung lewat program tertentu diiringi sound atau musik yang bisa bermanfaat bagi siswa dalam menyerap materi yang disampaikan

## 3. Siswa Lebih Tertarik

Pembelajaran matematika dengan bantuan ICT akan membuat siswa lebih tertarik dalam mendalami materi maupun hal-hal lain terkait dengan materi yang disampaikan. Para siswa tentu tidak akan jumud dengan buku sumber dari guru semata, tetapi bisa menggali secara luas dari media internet. Dimana kita tahu bahwa di internet tentunya memberikan berjuta-juta informasi tentang matematika serta aplikasinya dalam berbagai bidang kehidupan baik agama, social, ekonomi, politik, budaya, dan lain sebagainya.

## 4. Matematika Tidak Terkesan Menjenuhkan

Matematika yang didukung dengan dengan kecanggihan ICT membuat pembelajaran matematika tidak menjenuhkan. Banyak program komputer yang bisa menunjang proses pembelajaran matematika seperti SPSS untuk memudahkan dalam statistika, Matlab dalam pembuatan grafik trigonometri, maupun program lain yang berkaitan dengan materi matematika. Program latihan dan praktik bisa digunakan dalam pembelajaran di kelas. Program ini menyajikan masalah, dan siswa merespons dengan cara memilih di antara respons-respons yang tersedia. Program latihan dan praktik ini digunakan dalam pembelajaran dengan asumsi bahwa suatu konsep, aturan atau kaidah atau prosedur telah diajarkan kepada siswa. Program ini menuntun siswa dengan serangkaian contoh untuk meningkatkan kemahiran menggunakan keterampilan, namun harus disesuaikan dengan tingkat kemampuan siswa dan kebutuhan pembelajaran. Program latihan dan praktik ini dapat digunakan secara berulang-ulang demi untuk pengembangan keterampilan, mengingat atau menghafal fakta. Hal semacam ini yang dapat memberikan penguatan (reinforcement) kepada siswa secara konstan sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna.

## 5. Menguji Kreatifitas Guru dalam Pembelajaran matematika

Manfaat terpenting yang diperoleh dari pembelajaran matematika berbasis TIK adalah para guru matematika akan semakin kreatif dalam mengemas dan menyajikan matematika menjadi sesuatu hal yang menyenangkan bagi para siswanya. Dan hal inilah yang menjadi PR besar bagi kita selaku mahasiswa pendidikan matematika untuk memulai menekuninya dengan high spirit agar kelak memiliki soft skill dalam pembelajan matematika.

Berdasarkan paparan manfaat ICT, hal yang perlu dilakukan dalam rangka pemanfaatan ICT adalah dengan menyediakan prasarana dan fasilitas ICT untuk peserta didik dan guru yang memungkinkan mereka berada dalam suatu sistem yang diharapkan.

Aplikasi pembelajaran matematika diantaranya:

1. MAL MATH,
2. FX CALCULUS PROBLEM SOLVER,
3. PREZI,
4. LECTORA INSPIRE,
5. MOODLE,
6. SOFTWARE ALGEBRATOR,
7. ANDROID /PHOTO CAM CALCULATOR,
8. MICROSOFT MATHEMATICS,
9. SKETPAD,
10. MATH WAY,
11. VEDICT MATH
12. MATH EXPRESS,
13. MATH HELPER,
14. MATH TRICK,
15. AUTO MATH PHOTO,
16. FREAKING MATH
17. Y HOME WORK,
18. SYMBOLAB,
19. SOCRATIC,
20. MATH MASTER,
21. AUTO MATH,
22. QUIZIZ,
23. SCHOLOGI,
24. PHOTO MATH,
25. KINE MASTER SKETCH,
26. FASTORE CAPTURE
27. WINGEOM,
28. CABRI 3D
29. GEOGEBRA,
30. MYSCRIPT CALCULATOR
31. COURSELAB 2.4
32. ADOBE FLASH
33. PM-ANIMATION
34. GEOMETRYX
35. POWTOON
36. EDMODO
37. SOFTWARE AUTOGRAPH
38. MATH GAME
39. DEMOSH GRAPHING CALCULATOR
40. WOLFRAM MATHEMATICA
41. SOFTWARE CORELDRAW
42. GRAPHMATICA

43. BERBASIS WEB
44. COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION / LEARNING (CAI/CAL) :
45. SPEQ MATHEMATICS
46. APLIKASI MATH LINEAR/QUADRATIC SOLVER
47. WINPLOT
48. QM FOR WINDOWS V5
49. KAHOOT
50. GEOENZO
51. GOOGLE CLASSROOM
52. SPARKOL VIDEOSCRIBE
53. COMPUTER GRAFHICS
54. MATLAB
55. MAPEL
56. GRAPES
57. CAR (COMPASS & RULLER)
58. M S PAINT
59. CORREL DRAW
60. M S MOVIE MAKER
61. VIDEO LIEAD
67. POWERPOINT INTERAKTIF DAN ISPRING PRESENTER
68. SCREEN RECORDING
69. MATH CARD APP PLIKERS
70. QUIPPER.
71. KVISOFT FLIPBOOK MAKER

#### DAFTAR PUSTAKA

- Budhi, W.S, Kartasasmita ,B.G (2015). Berpikir Matematis untuk Semua. Jakarta: Erlangga.
- de Bono, E. (2009) Berpikir Praktis Metode Pembelajaran. Inggris: Penguin Books. Jurnal Teaching and Learning 2014-2019.
- Farhan, M 2008. Research Based Learning. Jakarta. UIN Syarif Hiayatullah.
- Gagne, R.M (1985) *The Condition of Learning*. New York: Holt. Reinhart and Winston.
- Hermasn Hudoyo (2005). Pembelajaran Matematika. Malang: UM PRESS.
- Joyce Bruce *et al.* (2009). Models of teaching. Yogyakarta: pustaka Pelajar.
- Made Wena. (2011). Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer: Jakarta. Bumi Aksara.
- Paul Eggen, Don Kauchak. (2012). Strategi dan Model Pembelajaran.Jakarta: PT Indeks Permata Puri Media.
- Polya G. (1957). How to Solve It. Princeton: Princeton University Press.
- Rusman, Kurniawan, Riyana, C. (2011). Pembelajaran Berbasis Teknologi Informasi dan Komunikasi. Bandung: Rajawali Press.
- Rully Charitas Indra Prahmna (2018 ) Design Research. Jakarta. Raja Wali Press.
- Suyono, Hariyanto. (2011). Teori dan Konsep Dasar Belajar dan pembelajaran.
- Skemp, R.R (1977). *The psychology of Mathematics*. Auklan: Penguin Books.
- Steffe, L.P. Eds (1996) *Theories of Mathematical Learning*. New Jersey: Lawrance Erbaum Ass.

- Soedjadi, R. (2003). Kiat pendidikan Matematik di Indonesia. Jakarta: DIKTI.
- Tim MKPBM (2001). Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer: Bandung: JICA UPI.
- Turmudi. (2010) Pembelajaran Matematika. Bandung. UPI Press.
- Utari (2013). Berpikir dan disposisi Matematis serta Pembelajarannya. Jurnal Teaching and Learning 2014-2019.
- Utari, Heris (2013) Penilaian Pembelajaran Matematika.
- Wahyudin (2007) Strategi belajar mengajar Matematika.
- Wati Susilawati (2008) Belajar dan Pembelajaran Matematika.
- Wati Susilawati (2013) Pemecahan Masalah Matematika.