

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan salah satu kajian dari bidang Matematika yang telah berkembang sejak tahun 1736 hingga saat ini. Meskipun teori graf hanya mempelajari titik dan sisi, tetapi penerapannya begitu luas mulai dari ilmu komputer, kesehatan, biologi, sosiologi, hingga pemecahan teka teki.

Salah satu perkembangan teori graf yang terus berkembang adalah pelabelan graf yang pertama kali diperkenalkan oleh Sadlăčk (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Pelabelan graf adalah fungsi yang memetakan unsur dari himpunan titik atau himpunan sisi ke bilangan asli yang disebut label. Pada dasarnya, pelabelan graf dibagi menjadi tiga bagian jika dilihat dari domainnya. Pelabelan titik adalah pelabelan yang domainnya himpunan titik, pelabelan sisi adalah pelabelan yang domainnya himpunan sisi, serta pelabelan total yang domainnya himpunan titik dan sisi.

Oleh I Cahit pada tahun 1987, diperkenalkan salah satu jenis pelabelan graf yaitu pelabelan *cordial* dalam jurnalnya yang berjudul “A Weaker Version of *Graceful and Harmonious Graphs*”. Sehingga pada perkembangan selanjutnya ditemukan pelabelan *signed product cordial* oleh Jayapal Baskar Babujee dkk dalam jurnal yang berjudul “On Signed Product Cordial Labeling”.

Pelabelan *signed product cordial* adalah pelabelan titik $f: V(G) \rightarrow \{-1,1\}$ pada G dengan menginduksi pelabelan sisinya yang didefinisikan oleh

$f^*: E(G) \rightarrow \{-1,1\}$ dengan $f^*(e = uv) = f(u)f(v)$, jika banyaknya titik dengan label -1 dan label 1 memiliki selisih kurang dari atau sama dengan 1, serta banyaknya sisi dengan label -1 dan label 1 memiliki selisih kurang dari atau sama dengan 1.

Pelabelan *signed product cordial* yang dikaji oleh Jayapal Baskar Babujee dan Shobana Loganathan telah diterapkan pada graf lingkaran C_n , graf lintasan P_n ,

1

graf bintang $K_{1,n}$, dan graf bistar $B_{n,n}$. Tidak hanya diterapkan pada graf-graf tersebut, pelabelan *signed product cordial* juga dapat diterapkan pada graf-graf yang telah dioperasikan. Seperti pelabelan *signed product cordial* yang dikaji oleh Santhi. M dan J. James Albert yaitu pelabelan *signed product cordial* pada graf lingkaran C_n dan graf bintang $K_{1,n}$ yang dioperasikan dengan operasi graf corona $G_1 \odot G_2$ dan duplikasi pada titik.

Dari kajian tersebut, pelabelan *signed product cordial* tak hanya diterapkan pada graf-graf khusus, tetapi dapat diterapkan pada graf-graf yang telah dioperasikan. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengambil tema tugas akhir ini tentang pelabelan *signed product cordial* pada graf yang telah dioperasikan.

Adapun graf yang akan digunakan pada tugas akhir ini adalah graf bunga $f_{n \times 4}$. Dimana graf bunga $f_{n \times 4}$ tersebut akan dioperasikan dengan duplikasi semua sisi, *switching* titik dan graf *split*. Duplikasi pada sisi yaitu menggandakan sebarang sisi pada suatu graf sehingga perlu ditambahkan titik baru. Duplikasi sisi ini dapat dilakukan untuk sebarang sisi atau semua sisi dari suatu graf. Duplikasi sisi yang akan digunakan pada tugas akhir ini adalah duplikasi semua sisi. *Switching* titik dilakukan dengan memilih sebuah titik dan menghilangkan sisi yang bersisian ke titik yang dipilih tersebut. Kemudian menghubungkan titik yang tidak bertetangga ke titik tersebut dengan sisi baru. Graf *split* adalah menambahkan titik baru dari titik suatu graf, kemudian menghubungkan sisi yang bertetangga ke titik di graf tersebut ke titik baru yang ditambahkan. Sehingga penulis menentukan judul tugas akhir ini “Pelabelan *Signed Product Cordial* pada Graf Bunga $f_{n \times 4}$ yang dioperasikan dengan Duplikasi Semua Sisi, *Switching* Titik, dan Graf *Split*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut, maka permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana operasi graf bunga $f_{n \times 4}$ dengan duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*?
2. Bagaimana pelabelan *signed product cordial* pada graf bunga $f_{n \times 4}$ yang dioperasikan dengan duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*?

1.3 Batasan Masalah

Permasalahan yang akan di bahas dalam tugas akhir ini dibatasi pada pembahasan mengenai pelabelan *signed product cordial* pada graf bunga $f_{n \times 4}$ yang telah dioperasikan. Adapun operasi graf yang digunakan adalah duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Mengoperasikan graf bunga $f_{n \times 4}$ dengan operasi graf yaitu duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*.
2. Melakukan pelabelan *signed product cordial* pada graf bunga $f_{n \times 4}$ yang telah dioperasikan dengan duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*.

Adapun manfaat dari tugas akhir ini yaitu sebagai salah satu hasil penelitian yang dapat memperluas wawasan mengenai pelabelan *signed product cordial* dan dapat menjadi referensi tambahan bagi matematikawan yang tertarik dalam bidang teori graf.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut.

1. Studi Literatur

Studi literatur tersebut dilakukan dengan mengumpulkan dan mengkaji bahan-bahan referensi yang mendukung pengerjaan penelitian.

2. Penelitian

Pada tahap penelitian, penulis menganalisis dan melakukan penelitian dalam menerapkan pelabelan *signed product cordial* yaitu dengan melakukan pelabelan titik $f: V(G) \rightarrow \{-1,1\}$ dengan menginduksi pelabelan sisinya yang didefinisikan sebagai $f^*: E(G) \rightarrow \{-1,1\}$ dimana $f^*(e = uv) = f(u)f(v)$, jika

$|v_f(-1) - v_f(1)| \leq 1$ dan $|e_f(-1) - e_f(1)| \leq 1$ terpenuhi. Pelabelan ini diterapkan pada graf bunga $f_{n \times 4}$ yang telah dioperasikan dengan duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*. Sehingga graf bunga $f_{n \times 4}$ yang telah dioperasikan tersebut memenuhi pelabelan *signed product cordial*.

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari empat bab yaitu sebagai berikut.

BAB I: PENDAHULUAN

Bab ini memuat latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, kerangka berpikir, metodologi penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II: LANDASAN TEORI

Pada bab ini dijelaskan teori-teori dasar yang berkaitan dengan pelabelan *signed product cordial*, seperti teori graf, graf sederhana, graf tak sederhana, istilah-istilah graf, graf bunga $f_{n \times 4}$, pelabelan, pelabelan *signed product cordial* dan beberapa operasi graf yang akan digunakan pada tugas akhir ini.

BAB III: PELABELAN SIGNED PRODUCT CORDIAL PADA GRAF BUNGA $f_{n \times 4}$ YANG DIOPERASIKAN DENGAN DUPLIKASI SEMUA SISI, SWITCHING TITIK, DAN GRAF SPLIT

Pada bab ini akan dipaparkan kajian utama tugas akhir ini yaitu operasi graf bunga $f_{n \times 4}$ dan menentukan pelabelan *signed product cordial* pada graf

bunga $f_{n \times 4}$ yang telah dioperasikan. Dimana operasi graf yang digunakan pada tugas akhir ini adalah duplikasi semua sisi, *switching* titik, dan graf *split*.

BAB IV: PENUTUP

Bab ini memuat kesimpulan dari laporan tugas akhir ini secara keseluruhan, serta saran untuk penelitian yang bisa dilaksanakan selanjutnya.

