

# BAB I

## PENDAHULUAN

Bagian ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan untuk pembahasan diameter pada graf pembagi nol dan graf pembagi nol terkompres serta graf annihilator dan graf annihilator terkompres dari ring komutatif.

### 1.1 Latar Belakang

Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan titik (vertex) dan sisi (edge) yang ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$  yang menghubungkan sepasang titik [11]. Sedangkan ring adalah suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan dua buah operasi yaitu  $+$  (penjumlahan) dan  $\cdot$  (perkalian) dilambangkan dengan  $(R, +, \cdot)$  yang memenuhi sifat grup abelian, semigrup, dan bersifat distributif kiri dan distributif kanan [10]. Ring  $R$  disebut ring komutatif jika memiliki sifat komutatif terhadap operasi perkalian [10]. Suatu ring  $R$  memuat suatu pembagi nol jika terdapat  $x, y \in R$  dimana  $x, y \neq 0$  sedemikian hingga  $x \cdot y = 0$ .

Graf pembagi nol dari ring komutatif yang dinotasikan dengan  $\Gamma(R)$  adalah suatu graf dengan titik-titiknya adalah semua elemen dari  $R$  dan dua titik terhubung jika perkalian titik keduanya adalah nol. Gagasan tersebut telah diperkenalkan I. Beck [8] dalam jurnalnya “Coloring of Commutative Rings” pada tahun 1988 yang kemudian penelitian tersebut dilanjutkan oleh D. D. Anderson dan M. Naseer pada tahun 1993 [4]. Selanjutnya pada tahun 1999, Anderson dan Livingston [5] mendefinisikan ulang graf pembagi nol  $\Gamma(R)$  untuk setiap elemen di  $R$  titik-titiknya merupakan himpunan pembagi nol  $Z^*(R)$  dan dua titik berbeda  $x$  dan  $y$  bertetangga jika dan hanya jika  $x \cdot y = 0$ .

Pada tahun 2014, Badawi [2] memperkenalkan graf annihilator yang dinotasikan dengan  $AG(R)$  merupakan pengembangan graf pembagi nol dengan mengubah syarat ketetanggaannya dimana dua titik berbeda  $x$  dan  $y$  bertetangga jika dan hanya jika  $ann_R(x) \cup ann_R(y) \neq ann_R(xy)$ . Selanjutnya pada tahun 2018, Sh. Payrovi dan S. Babaei [12] memperkenalkan graf annihilator terkompres

yang dinotasikan dengan  $AG_E(R)$  dimana titiknya adalah kelas ekuivalen dari pembagi nol di  $R$  dan dua titik berbeda  $[x]$  dan  $[y]$  bertetangga jika dan hanya jika  $ann_R(x) \cup ann_R(y) \subset ann_R(xy)$ .

Berdasarkan uraian diatas penulis tertarik untuk menulis tugas akhir ini dengan judul **“Perbandingan Diameter pada Graf Pembagi nol dan Graf Pembagi Nol Terkompres dengan Graf Annihilator dan Graf Annihilator Terkompres dari Ring Komutatif “**.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan pada uraian latar belakang diatas, maka rumusan masalah yang akan dikaji pada tugas akhir ini adalah

1. Bagaimana perbandingan diameter graf pembagi nol dengan graf annihilator dari ring komutatif ?
2. Bagaimana perbandingan diameter graf pembagi nol terkompres dengan graf annihilator terkompres dari ring komutatif ?

## 1.3 Batasan Masalah

Dalam pembahasan masalah tersebut, terdapat beberapa batasan diantaranya adalah

1. Ring yang dikaji adalah ring berhingga yang bersifat komutatif.
2. Ring yang dikaji adalah bilangan bulat modulo  $n$ .
3. Graf yang dikaji adalah graf sederhana.

## 1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Adapun tujuan dari skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui perbandingan diameter graf pembagi nol dengan graf annihilator dari ring komutatif ?
2. Untuk mengetahui perbandingan diameter graf pembagi nol terkompres dengan graf annihilator terkompres dari ring komutatif

Manfaat dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi penelitian dalam bidang aljabar, khususnya mengenai perbandingan diameter graf pembagi nol dengan graf annihilator dan graf pembagi nol terkompres dengan graf annihilator terkompres dari ring komutatif.

## 1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan untuk menyusun skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Studi literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dengan mencari referensi yang mendukung tugas akhir dan berkaitan dengan graf pembagi nol dan graf pembagi nol terkompres serta graf annihilator dan graf annihilator terkompres dari ring komutatif.

2. Analisis

Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap graf yang dibuat, yaitu dengan menentukan diameter pada setiap graf tersebut.

3. Kesimpulan

Pada tahap ini diperoleh kesimpulan berdasarkan hasil analisis yang dilakukan.

## 1.6 Sistematika penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut :

### BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori-teori yang mendasari pembahasan dalam skripsi ini.

### BAB III DIAMETER GRAF PEMBAGI NOL DAN GRAF ANNIHILATOR DARI RING KOMUTATIF

Bagian ini berisi pembahasan utama dari skripsi ini, meliputi diameter graf pembagi nol dan graf annihilator dari ring komutatif.

#### BAB IV DIAMETER GRAF PEMBAGI NOL TERKOMPRES DAN GRAF ANNIHILATOR TERKOMPRES DARI RING KOMUTATIF

Bagian ini berisi pembahasan utama dari skripsi ini, meliputi diameter graf pembagi nol terkompres dan graf annihilator terkompres dari ring komutatif.

#### BAB IV PENUTUP

Bagian ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji. Selain itu, terdapat saran untuk pengembangan lebih lanjut pembahasan tersebut.

