

BAB I

PENDAHULUAN

Bagian ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian, dan sistematika penulisan untuk pembahasan karakterisasi graf annihilator ideal dari ring Z_n .

1.1 Latar Belakang

Perkembangan teori graf memang sangat menarik perhatian para ilmuwan, khususnya para pakar aljabar. Dalam teori aljabar konsep ring komutatif merupakan pondasi dalam mengimplementasikan graf ke bentuk aljabar atau sebaliknya. Menghubungkan graf dengan struktur aljabar merupakan topik penelitian yang menarik dalam dua puluh tahun terakhir. Ada banyak tulisan tentang penentuan sebuah graf ke dalam ring, kebanyakan fokus pada graf pembagi nol. Konsep dari graf pembagi nol pada R pertama kali diperkenalkan oleh Beck [7], pada tahun 1988 yang secara umum tertarik pada pewarnaan. Beck mendefinisikan graf pembagi nol atas ring komutatif R dengan notasi $\Gamma(R)$ adalah graf yang dua titiknya terhubung jika perkalian keduanya nol. Pembahasan tentang graf pembagi nol dari ring komutatif ini kemudian dilanjutkan oleh Anderson dan Naseer pada tahun 1993 [3].

Pada tahun 1999 Anderson dan Livingston [4] menghubungkan sebuah graf $\Gamma(R)$ dengan titik $Z^*(R) = Z(R) \setminus \{0\}$, himpunan dari pembagi nol tak nol dari ring komutatif R dengan identitas, dan untuk $x, y \in Z^*(R)$ yang berbeda, titik x dan y bertetangga jika dan hanya jika $xy = 0$. Graf pembagi nol pada ring komutatif telah dipelajari secara terus menerus oleh banyak penulis dan menjadi bidang utama penelitian.

Pada tahun 2002, Redmond meneliti tentang graf pembagi nol atas ring tak komutatif yang salah satu hasilnya yaitu graf pembagi nol atas ring tak komutatif adalah graf berarah. Pada tahun 2003 [12], ia memperluas graf pembagi nol pada ring komutatif ke graf pembagi nol berdasarkan ideal $\Gamma_1(R)$, yaitu sebuah graf tak berarah dimana I adalah ideal dari ring R , dengan himpunan titik-titiknya termuat dalam himpunan $\{x \in R - I; xy \in I \text{ untuk suatu } y \in R - I\}$, dan dua titik berbeda x dan y bertetangga jika dan hanya jika $xy \in I$.

Pada tahun 2016 [9] Afkhami, Hoseini dan Khasyarmanesh melakukan penelitian tentang graf annihilator di R sehubungan dengan ideal sejati I di R dinotasikan dengan $AG_1(R)$, misal $x \in R$ dimana $A_1(x) = \{r \in R: rx \in I\}$ yaitu sebuah graf tak berarah dengan himpunan titiknya $\{x \in R \setminus I; xy \in I \text{ untuk suatu } y \notin I\}$, dan dua titik berbeda x dan y bertetangga jika dan hanya jika $A_1(xy) \neq A_1(x) \cup A_1(y)$.

Pada tahun 2021 [1] Ami, Vika dan Supriyadi mendalami penelitian tentang graf annihilator ideal dari ring komutatif dengan bilangan bulat modulo n dinotasikan dengan $AG_1(Z_n)$ adalah graf tak berarah dengan himpunan titiknya $\{x \in Z_n \setminus I; xy \in I, y \notin I\}$ dan dua titik berbeda x dan y bertetangga jika dan hanya jika $A_1(xy) \neq A_1(x) \cup A_1(y)$.

Berdasarkan banyak penelitian tentang teori graf ideal pembagi nol sampai graf annihilator ideal untuk ring komutatif yang dikaitkan dengan teori aljabar maka penulis tertarik untuk meneliti tugas akhir tentang bagaimana sifat dari graf annihilator ideal dari ring Z_n yang ditulis dalam judul *Karakterisasi Graf Annihilator Ideal Dari Ring Z_n* .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan pada uraian latar belakang diatas, maka rumusan masalah yang akan dikaji pada tugas akhir ini adalah

1. Bagaimana sifat ketetanggaan dari graf annihilator ideal dari ring Z_n
2. Bagaimana nilai girth dari graf annihilator ideal dari ring Z_n
3. Bagaimana diameter dari graf annihilator ideal dari ring Z_n

1.3 Batasan Masalah

Dalam pembahasan masalah tersebut, terdapat beberapa batasan diantaranya adalah

1. Ring yang dikaji adalah ring berhingga bersifat komutatif
2. Ring yang dikaji adalah bilangan bulat modulo n
3. Ideal yang dikaji adalah ideal siklik dan ideal yang dibangun oleh bilangan prima.

1.4 Tujuan dan Manfaat

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan dan manfaat dari penelitian ini adalah

1. Untuk mengetahui sifat ketetanggaan pada graf annihilator ideal dari ring Z_n
2. Untuk mengetahui nilai girth pada graf annihilator ideal dari ring Z_n
3. Untuk mengetahui nilai diameter pada graf annihilator ideal dari ring Z_n

Manfaat dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi penelitian dalam bidang aljabar, khususnya mengenai karakterisasi graf annihilator ideal dari ring Z_n bagian ketetanggaan, girth dan diameter.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan untuk menyusun skripsi ini adalah sebagai berikut :

1. Studi literatur
Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dengan mencari referensi yang mendukung tugas akhir dan berkaitan dengan karakterisasi graf annihilator ideal dari ring Z_n .
2. Analisis
Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap graf yang dibuat, yaitu dengan menentukan sifat ketetanggaan, nilai girth dan diameter pada graf tersebut.
3. Kesimpulan
Pada tahap ini diperoleh kesimpulan berdasarkan hasil analisis yang dilakukan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penyusunan skripsi ini adalah sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori-teori yang mendasari pembahasan dalam skripsi.

BAB III KARAKTERISASI GRAF ANNIHILATOR IDEAL PADA RING KOMUTATIF

Bab ini berisi pembahasan umum dari skripsi, meliputi keteanggaan dan nilai girth dari graf annihilator ideal dari ring komutatif.

BAB IV KARAKTERISASI GRAF ANNIHILATOR IDEAL DARI RING

Bab ini berisi pembahasan utama dari skripsi ini, meliputi keteanggaan, nilai girth dan diameter dari graf annihilator ideal dari ring Z_n .

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji dan terdapat saran untuk pengembangan lebih lanjut pembahasan tersebut.

