

## ABSTRAK

Nama : Lela Nurohmah  
NIM : 1187010043  
Judul Skripsi : Sifat-sifat Lattice Subgrup dari Grup Matriks  $2 \times 2$  Atas  $\mathbb{Z}_2$  dan  $\mathbb{Z}_3$

Grup merupakan himpunan tak kosong dengan operasi pada himpunannya bersifat tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas serta memiliki invers. Himpunan bagian grup yang jika operasi pada himpunan bagian tersebut memenuhi 4 aksioma grup maka himpunan bagian tersebut disebut subgrup. Selanjutnya subgrup dapat membentuk suatu relasi pengurutan parsial yang memiliki sifat refleksif, antisimetris dan transitif. Oleh karenanya, relasi subgrup-subgrup dari suatu grup dapat digambarkan pada sebuah diagram lattice.  $L(G)$  didefinisikan sebagai lattice dari subgrup  $G$ . Lattice  $L(G)$  memiliki sifat-sifat tertentu seperti complemented, modular dan distributif. Namun tidak semua lattice memiliki sifat tersebut. Hanya lattice dengan karakteristik tertentu yang memenuhi ketiga sifat tersebut. Skripsi ini mengkaji bentuk diagram lattice  $L(G)$  dimana  $G$  adalah grup matriks  $2 \times 2$  atas  $\mathbb{Z}_p$  yang memiliki determinan sama dengan satu dengan operasi perkalian matriks modulo  $p$ , dimana  $p$  adalah bilangan prima yaitu 2 ( $\mathbb{Z}_2$ ) dan 3 ( $\mathbb{Z}_3$ ). Hasil penelitian menunjukkan bahwa lattice  $L(G)$  dari grup matriks  $2 \times 2$  atas  $\mathbb{Z}_2$  hanya memiliki satu sifat yaitu modular saja, sementara  $L(G)$  dari grup matriks  $2 \times 2$  atas  $\mathbb{Z}_3$  tidak memiliki ketiga sifat lattice baik complemented, modular maupun distributive. Hal ini dipengaruhi oleh subgrup dari masing-masing grup yang membentuk lattice.

**Kata kunci** : Grup, Lattice, Sifat-Sifat Lattice.

## ABSTRACT

Name : Lela Nurohmah  
NIM : 1187010043  
Title : Lattice Subgroup Properties of the Matrix  $2 \times 2$  over  $\mathbb{Z}_2$  and  $\mathbb{Z}_3$

A group is a non-empty set with operations on the set being closed, associative, having an identity element and having an inverse. A subset of a group which if the operations on the subset satisfy the 4 axioms of the group then the subgroup is called a subgroup. Furthermore, the subgroups can form a partial ordering relation that has reflexive, antisymmetric and transitive properties. Therefore, the subgroup relations of a group can be represented on a lattice diagram.  $L(G)$  is defined as a lattice from subgroup  $G$ .  $L(G)$  lattice has certain properties such as complemented, modular and distributive. But not all lattices have these properties. Only lattices with certain characteristics meet these three properties. This thesis examines the form of the  $L(G)$  lattice diagram where  $G$  is a  $2 \times 2$  matrix group over  $\mathbb{Z}_p$  which has a determinant equal to one with the matrix multiplication operation modulo  $p$ , where  $p$  is a prime number, namely  $2 \mathbb{Z}_2$  and  $3 \mathbb{Z}_3$ . The results showed that the lattice  $L(G)$  from the  $2 \times 2$  matrix group on  $\mathbb{Z}_2$  only had one trait namely modular, while  $L(G)$  from the  $2 \times 2$  matrix group on  $\mathbb{Z}_3$  did not have all three lattice properties either, complemented, modular or distributive. This is influenced by the subgroups of each group that forms the lattice.

**Keywords:** Group, Lattice, Lattice Characteristics.