

ABSTRAK

Nama : Bintang Puja Rahayu

NIM : 1187010013

Judul : Dimensi Metrik dan Dimensi Atas Graf Pembagi Nol

Misalkan $Z^*(R)$ himpunan pembagi nol yang tak nol dari ring komutatif. Graf pembagi nol dari R adalah $\Gamma(R)$ dengan himpunan titik $Z^*(R)$, dimana dua titik berbeda x dan y bertetangga jika dan hanya jika $xy = 0$. Misalkan G graf terhubung pada n titik. Untuk suatu titik $v \in V(G)$, representasi $r(v|W)$ untuk v terhadap suatu himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ dari titik-titik G adalah tupel- k yang didefinisikan sebagai $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$. Dimana $d(x, y)$ menyatakan jarak antara dua titik x dan y dari graf G . Himpunan W disebut himpunan pembeda jika semua titik dari G memiliki representasi yang berbeda terhadap W . Himpunan pembeda W disebut himpunan pembeda minimal jika tidak ada subset sejati dari W yang merupakan himpunan pembeda dari G . Himpunan pembeda minimal dengan jumlah titik terkecil disebut himpunan pembeda minimum atau basis metrik untuk G . Kardinalitas atau jumlah titik dalam basis metrik disebut dimensi metrik G , yang dilambangkan dengan $\dim(G)$. Kemudian dikembangkan konsep dimensi atas yaitu kardinalitas dari himpunan pembeda minimal dengan jumlah titik terbesar yang basis atas dari G . Dimensi atas dilambangkan dengan $\dim^+(G)$. Langkah menentukan dimensi metrik dan dimensi atas yaitu menentukan graf pembagi nol dari suatu ring, mencari jarak dari graf pembagi nol, dan mencari representasi berbeda dari W . Titik kembar akan mempermudah menentukan himpunan pembeda dari suatu graf pembagi nol. Titik kembar adalah dua titik berbeda u dan v dari G , jika $d(u, x) = d(v, x) \forall x \in V(G) - \{u, v\}$ dimana G adalah graf terhubung dengan $|V(G)| \geq 2$. Skripsi ini membahas mengenai dimensi metrik dan dimensi atas dari graf pembagi nol. Berdasarkan hasil analisis dapat disimpulkan bahwa jika karakteristik ring ganjil maka nilai $\dim^+(\Gamma(R)) = \dim(\Gamma(R))$. Jika ring \mathbb{Z}_n , dengan n bukan bilangan prima dan $n \neq 1$, maka $\dim(\Gamma(\mathbb{Z}_n)) = \dim^+(\Gamma(\mathbb{Z}_n)) =$

$V(\Gamma(\mathbb{Z}_n)) = k$. Nilai dari $\dim(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})) = \dim^+(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})) = p - 2$ dengan p bilangan prima lebih besar dari 3 dan $\dim(\Gamma(\mathbb{Z}_{mn})) = \dim^+(\Gamma(\mathbb{Z}_{mn})) = m + n - 4$ dimana $m, n \in P$ dengan $m \geq 3$ dan $n > 3$.

Kata Kunci : Dimensi Metrik, Dimensi Atas, Graf Pembagi Nol, Ring Komutatif

