

# BAB I

## PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan dalam membahas teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm.

### 1.1. Latar Belakang Masalah

Analisis fungsional merupakan salah satu cabang dari matematika analisis klasik. Analisis fungsional memiliki peranan yang cukup besar dalam berbagai bidang matematika. Pada analisis fungsional dibahas mengenai "ruang" yang disertai dengan "fungsi" yang terdefinisi pada ruang tersebut. Sebagai contoh, ruang vektor yang disertai "fungsi norm" dinamakan sebagai "ruang norm". Selanjutnya himpunan tak kosong yang disertai "fungsi jarak" dinamakan sebagai "ruang metrik". Fungsi jarak pada ruang metrik merupakan fungsi bernilai riil [1]. Ruang metrik sendiri merupakan salah satu konsep penting dalam bidang analisis. Hal ini dikarenakan konsep ruang metrik banyak digunakan dalam pembahasan konsep-konsep analisis yang lain dan juga digunakan pada bidang aplikasi. Sebagai contoh, untuk menentukan kekonvergenan dari barisan bilangan riil digunakan fungsi nilai mutlak  $|x - y|$ , dimana fungsi nilai mutlak  $|x - y|$  juga menyatakan jarak antara titik  $x$  dan  $y$ . Salah satu teorema yang memanfaatkan konsep kekonvergenan pada ruang metrik adalah teorema titik tetap Banach. Teorema titik tetap Banach telah banyak dikembangkan dalam analisis fungsional yaitu untuk mengetahui keberadaan dan ketunggalan dari titik tetap tersebut. Untuk sebarang himpunan tak kosong  $X$ , titik  $x \in X$  disebut titik tetap dari suatu pemetaan  $T$  jika  $T(x) = x$  [1].

Pada tahun 1922, seorang ahli matematika, Stefan Banach menemukan dan membuktikan teorema yang menyatakan ketunggalan titik tetap. Teorema tersebut dikenal dengan teorema titik tetap Banach. Teorema ini merupakan teorema keberadaan dan ketunggalan dari suatu titik tetap pada suatu pemetaan kontraktif di

ruang norm lengkap. Teorema titik tetap Banach memiliki peran yang penting dalam metode iterasi. Metode iterasi merupakan salah satu metode yang seringkali digunakan untuk perhitungan numerik. Pembuktian kekonvergenan dan estimasi kesalahan seringkali diperoleh dari aplikasi teorema titik tetap Banach. Teorema ini memberikan syarat cukup untuk keberadaan dan ketunggalan titik tetap suatu pemetaan kontraktif.

Seringkali model matematika di belakang fenomena ini nonlinier. Oleh karena itu, diperlukan alat yang tepat untuk mengatasi kompleksitasnya. Teori titik tetap adalah salah satu alat yang digunakan untuk memberikan kondisi yang cukup bagi keberadaan titik-titik dan untuk membangun metode pendekatan konvergen. Penulis tertarik di sini dalam dua hasil penting yang didirikan dalam konteks ruang norm lengkap. Dalam [2] Maia menggeneralisasi prinsip kontraksi Banach [7] dalam ruang yang dilengkapi dengan dua metrik. Dengan menunjukkan bahwa pemetaan kontinu mengakui titik tetap yang unik. Ditunjukkan bahwa teorema titik tetap berguna untuk mempelajari masalah ketergantungan data, masalah penempatan yang baik dan kelas tertentu dari persamaan diferensial, Pada tahun 2012. Samet, Vetro dan Vetro [3] memperkenalkan konsep pemetaan tipe kontraktif  $\alpha - \psi$ . Mereka mengembangkan keluarga titik tetap Banach [7]. Oleh karena itu penulis tertarik untuk mengambil judul teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm.

## 1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, pada skripsi ini suatu rumusan masalah yang akan di bahas yaitu: Bagaimana pembuktian teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm?

## 1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah yang akan diteliti dalam skripsi ini berdasarkan pada latar belakang dan rumusan masalah diatas yaitu: Teorema titik tetap dengan menggunakan pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$ .

## 1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan dari skripsi yang akan diajukan adalah sebagai berikut:

1. Membuat teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm.
2. Membuktikan teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm.

Adapun manfaat dari skripsi yang akan diajukan yaitu menambah wawasan bagi dunia pengetahuan salah satunya dalam bidang analisis fungsional, terutama mengenai teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm.

## 1.5. Metode Penelitian

Penelitian ini adalah tinjauan pustaka, yakni dengan mencari serta mengkaji beberapa literatur yang berkaitan dengan topik teorema titik tetap dalam bidang lain baik berupa buku, artikel, ataupun jurnal internasional. Penelitian ini didasarkan pada paper yang berjudul “*Fixed Point Theorems For Maia  $\alpha - \psi$  Contractive Type Mappings With Applications*” yang ditulis oleh Imed Kedim dan Maher Berzig yang dipublikasikan pada tahun 2021 [4].

## 1.6. Sistematika Penulisan

Berdasarkan sistematika penulisannya, skripsi ini terdiri atas empat bab beserta daftar pustaka, dimana dalam setiap bab terdapat beberapa subbab yang bersangkutan, yaitu sebagai berikut:

### BAB 1 : PENDAHULUAN

Bab ini berisikan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan dalam laporan ini.

### BAB II: LANDASAN TEORI

Bab ini berisikan tentang teori-teori yang mendasari pembahasan dalam skripsi ini.

### BAB III: TEOREMA TITIK TETAP PEMETAAN KONTRAKTIF $\alpha - \psi$ PADA RUANG NORM

Bab ini berisikan pembahasan-pembahasan tentang penelitian ini, mengenai teorema dan pembuktian pada teorema titik tetap pemetaan kontraktif  $\alpha - \psi$  pada ruang norm.

### BAB IV: PENUTUP

Bab ini berisikan kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji dalam makalah ini dan saran untuk pengembangan lebih lanjut untuk pembahasan tersebut. Kemudian diakhiri dengan daftar pustaka.