

**SOLUSI OPTIMAL MASALAH PENUGASAN DENGAN
METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE *NEW
APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZS)***

SKRIPSI

Disusun untuk memenuhi syarat memperoleh gelar Sarjana di

Jurusan Matematika



Oleh: **ISLAM NEGERI
SUNAN GUNUNG DJATI**
Euis Suryani

1167010021

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN GUNUNG DJATI
BANDUNG**

2021

LEMBAR PERSETUJUAN

**SOLUSI OPTIMAL MASALAH PENUGASAN DENGAN
METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE NEW
APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZS)**

SKRIPSI

Oleh:

Euis Suryani

NIM : 1167010021

Menyetujui:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Dr. Elis Ratna Wulan, S.Si, MT

NIP. 197301122000032001

Dr. Esih Sukaesih, M.Si

NIP. 197903132009012007

uin
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
SUNAN GUNUNG DJATI
BANDUNG

Mengetahui:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi,

Ketua Jurusan Matematika,

Dr. Hasniah Aliah, M.Si

NIP. 197806132005012014

Asep Solih Awalluddin, M.Si

NIP. 197611212009121004

LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul Solusi Optimal Masalah Penugasan Dengan Metode Sujatha-Murthy Dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* dinyatakan sah dan telah disidangkan dalam sidang munaqosah Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Gunung Djati Bandung pada tanggal 28 Juli 2023 oleh Majelis Sidang yang terdiri dari :

Ketua Majelis,

Sekretaris,

Dr. Elis Ratna Wulan, S.Si, MT

NIP. 197301122000032001

Dr. Esih Sukaesih, M.Si

NIP. 197903132009012007

Mengetahui:

Penguji I,

Penguji II,

Annisa Martina, M.Si

NIP. 198803072019032014

Mia Siti Khumaeroh, M.Si

NIP. 199305092019032018



PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Euis Suryani

NIM 1167010021

Judul Skripsi : Solusi Optimal Masalah Penugasan Dengan Metode Sujatha-Murthy Dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*

Menyatakan bahwa Skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan merupakan duplikasi ataupun plagiasi (jiplakan) dari hasil penelitian orang lain. Sepengetahuan saya, topik/ judul dari Skripsi ini belum pernah ditulis oleh orang lain.

Apabila skripsi ini terbukti merupakan hasil duplikasi atau plagiasi (jiplakan) dari hasil penelitian orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi akademik dan sanksi hukum yang berlaku.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Bandung, 28 Juli 2023

Yang Menyatakan



EUIS SURYANI
NIM. 1167010021

ABSTRAK

Nama : Euis Suryani
NIM : 1167010021
Judul : **Solusi Optimal Masalah Penugasan Dengan Metode Sujatha-Murthy Dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)***

Riset operasi merupakan ilmu yang digunakan untuk mengoptimalkan pembagian sumber daya sehingga pembagian tugas dapat efektif dan efisien. Salah-satu bagian dapat diselesaikan dengan pemrograman linear dalam kehidupan sehari-hari adalah masalah penugasan (Assignment Problem). Penelitian ini membahas tentang masalah penugasan dengan contoh kasus seimbang menggunakan metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* dan membandingkan hasil solusi optimalnya. Metode Sujath-Murthy diawali dengan melakukan pengurangan elemen pada setiap kolom oleh nilai terkecil pada kolom yang bersesuaian, solusi optimal didapatkan dengan cara mengidentifikasi baris yang terdapat nilai perbedaan terbesar dan selanjutnya akan dipilih elemen dengan nilai terkecil pada kolom yang telah dipilih. Sedangkan metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* menentukan solusi optimal dengan cara menentukan nilai suffix terbesar pada setiap kolom yang bersesuaian pada masalah minimasi. Dari analisis perbandingan kedua metode terdapat hasil akhir penugasan menggunakan metode Sujatha Murthy yaitu 28\$ untuk contoh kasus 1, 28\$ untuk contoh kasus 2 dan 458\$ untuk contoh kasus 3, sedangkan *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* menghasilkan solusi optimal untuk contoh kasus 1 yaitu 24\$, untuk contoh kasus 2 yaitu 25\$ dan 465 untuk contoh kasus 3. Maka kesimpulan yang dapat diambil yaitu mencari nilai optimal masalah penugasan dengan menggunakan *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* lebih baik daripada menggunakan Metode Sujath-Murthy.

Kata kunci : Masalah penugasan, solusi optimal, metode Sujatha-Murthy, Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*.

ABSTRACT

Nama : Euis Suryani
NIM : 1167010021
Judul : **Optimal Solution Of Assignment Problems Using The Sujatha-Murthy Method And The New Approach Of Zero Suffix (Nazs) Method**

Operations research is a science that is used to optimize the distribution of resources so that the division of tasks can be effective and efficient. One of the parts that can be solved by linear programming in everyday life is the assignment problem. This study discusses the assignment problem with balanced case examples using the Sujatha-Murthy method and the New Approach Of Zero Suffix (Nazs) method and compares the optimal solution results. The Sujatha-Murthy method begins by reducing the elements in each column by the smallest value in the corresponding column, the optimal solution is obtained by identifying the row with the largest difference value and then selecting the element with the smallest value in the selected column. While the New Approach Of Zero Suffix (Nazs) method determines the optimal solution by determining the largest suffix value in each column that corresponds to the minimization problem. From the comparative analysis of the two methods, the final results of the assignment using the Sujatha Murthy method are 28\$ for case 1, 28\$ for case 2 and 458\$ for case 3, while the New Approach Of Zero Suffix (Nazs) produces the optimal solution for the case example. 1 is 24\$, for case 2 is 25\$ and 465 for case 3. The conclusion that can be drawn is that finding the optimal value of the assignment problem using the New Approach Of Zero Suffix (Nazs) is better than using the Sujatha-Murthy Method.

Keywords : Assignment problem, optimal solution, Sujatha-Murthy method, New Approach Of Zero Suffix (Nazs) Method.

KATA PENGANTAR

Puji syukur mari kita panjatkan kepada Allah SWT karena berkat rahmat dan hidayahnya penulis dapat menyelesaikan Skripsi ini. Tak lupa shalawat beserta salam kepada baginda Nabi Muhammad SAW, kepada keluarganya, sahabatnya dan kita selaku umatnya.

Syukur Alhamdulillah berkat rahmat dan karunia-Nya penulis diberikan kelancaran dan kemudahan sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul **“SOLUSI OPTIMAL MASALAH PENUGASAN DENGAN METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE *NEW APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZS)***. Ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada beberapa pihak yang telah membantu, memotifasi dan memberikan do'a demi terselesaikannya skripsi ini. Dengan ini penulis penulis mengucapkan dengan tulus rasa syukur dan terimakasih kepada :

1. Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan nikmat yang tidak terhingga besarnya
2. Alm. Papah dan Almh. mamah terimakasih banyak atas kasih sayang, doa dan segala dukungannya selama ini.
3. Adik tersayang Tita, sepupu Delfia, kaka, kaka ipar dan kepada seluruh keluarga besar yang telah mendukung dan mendoakan.
4. Doni Iskandar selaku suami tercinta yang selalu memberikan motivasi, dukungan juga doanya.
5. Ibu Dr. Elis Ratna Wulan, S.Si., MT, selaku Dosen Pembimbing I, dan Ibu Dr. Esih Sukaesih selaku Dosen Pembimbing II yang telah membimbing, meluangkan waktunya, memberikan motivasi, dan arahan dengan penuh kesabaran dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak Asep Solih Awalluddin, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika beserta para dosen Jurusan Matematika yang selalu memberikan motivasi dan ilmu pengetahuan yang sangat bermanfaat kepada penulis.

7. Ghita Auliya Adilla, Aldi Fauzan Z, Afrel Ihza, Haifa Fauziah, CILOK Squard (Alia, Asri, Ilva, Iis, Fauziah, Andriani) selaku sahabat terdekat yang telah mendukung pada proses penyelesaian skripsi ini.
8. Teman-teman angkatan 2016, dan terkhusus Matematika 2016-A yang senantiasa saling mendukung.
9. Semua pihak yang telah memberikan bantuan, yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga Allah Swt membalas dengan balasan yang setimpal atas segala kebbaikannya yang telah diberikan kepada penulis.

Penulis menyadari akan keterbatasan ilmu yang dimiliki bahwa penulisan skripsi ini masih terdapat kekurangan. Maka dari itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca sebagai bahan perbaikan di masa mendatang.

Akhir kata penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca pada umumnya dan penulis pada khususnya. Atas segala perhatiannya, penulis mengucapkan terimakasih.

Bandung, Juli 2023



Penulis

DAFTAR ISI

| | |
|---|------------|
| LEMBAR PERSETUJUAN | |
| LEMBAR PENGESAHAN | |
| PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI | |
| ABSTRAK | |
| <i>ABSTRACT</i> | |
| KATA PENGANTAR..... | i |
| DAFTAR ISI..... | iii |
| DAFTAR GAMBAR..... | v |
| DAFTAR TABEL..... | vi |
| BAB I PENDAHULUAN..... | 1 |
| 1.1 Latar Belakang..... | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah..... | 3 |
| 1.3 Batasan Masalah..... | 3 |
| 1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian..... | 3 |
| 1.5 Metode Penelitian..... | 4 |
| 1.6 Sistematika Penulisan..... | 4 |
| BAB II LANDASAN TEORI..... | 6 |
| 2.1 Riset Operasi..... | 6 |
| 2.2 Pemograman Linear..... | 7 |
| 2.3 Optimisasi..... | 8 |
| 2.4 Metode Transportasi..... | 9 |
| 2.5 Masalah Penugasan..... | 11 |
| BAB III ALGORITMA PENENTUAN SOLUSI OPTIMAL MASALAH PENUGASAN DENGAN METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE <i>NEW APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZS)</i> | 15 |
| 3.1 Metode Sujatha-Murthy..... | 15 |

| | |
|--|------------|
| 3.2 Metode New Approach Of Zero Suffix | 18 |
| BAB IV STUDI KASUS DAN ANALISIS DATA | 21 |
| 4.1 Objek Penelitian | 21 |
| 4.2 Analisis Data Kasus 1 | 21 |
| 4.2.1 Analisis data kasus 1 dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy | 22 |
| 4.2.2 Analisis Data Kasus 1 Dengan Menggunakan Metode <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 31 |
| 4.2.3 Analisis Perbandingan Hasil Kasus 1 Minimasi- <i>Balanced</i> | 45 |
| 4.3 Analisis Data Kasus 2 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy dan Metode <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 46 |
| 4.3.1 Analisis Data Kasus 2 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy 46 | |
| 4.3.2 Analisis Data Kasus 2 Dengan Menggunakan Metode <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 58 |
| 4.3.3 Analisis Perbandingan Hasil Kasus 2 Minimasi- <i>Balanced</i> | 75 |
| 4.4 Analisis Data Kasus 3 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy dan Metode <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 76 |
| 4.4.1 Analisis Data Kasus 3 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy 77 | |
| 4.4.3 Analisis Perbandingan Hasil Kasus 3 Minimasi- <i>Balanced</i> | 115 |
| 4.5 Hasil Perbandingan Metode Sujatha Murthy dan Metode <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 116 |
| BAB V PENUTUP..... | 118 |
| 5.1 Kesimpulan..... | 118 |
| 5.2 Saran | 119 |

DAFTAR GAMBAR

| | |
|---|----|
| Gambar 3.1 Flowchart metode Sujatha-Murthy | 17 |
| Gambar 3.2 Flowchart Metode New Approach Of Zero Suffix..... | 20 |



DAFTAR TABEL

| | |
|---|----|
| Tabel 4. 1 Data Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 1 dengan data seimbang (balance)..... | 22 |
| Tabel 4. 2 Data awal penugasan contoh kasus 1 dengan metode Sujatha-Murthy | 22 |
| Tabel 4. 3 Nilai Terkecil Pada Setiap Kolom..... | 23 |
| Tabel 4. 4 Hasil dari Pengurangan Nilai Terkecil Pada Setiap Kolom | 24 |
| Tabel 4. 5 Penentuan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom | 24 |
| Tabel 4. 6 Hasil dari pengurangan elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama..... | 25 |
| Tabel 4. 7 Hasil identifikasi nilai terbesar | 25 |
| Tabel 4. 8 Alokasi Penugasan | 26 |
| Tabel 4. 9 Hasil Identifikasi Nilai selisih terbesar..... | 26 |
| Tabel 4. 10 Alokasi Penugasan | 27 |
| Tabel 4. 11 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 27 |
| Tabel 4. 12 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 28 |
| Tabel 4. 13 Alokasi Penugasan | 28 |
| Tabel 4. 14 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 28 |
| Tabel 4. 15 Alokasi Penugasan | 29 |
| Tabel 4. 16 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 1 dengan data seimbang (balance)..... | 29 |
| Tabel 4. 17 Data awal penugasan contoh kasus 1 dengan metode New Approach Of Zero Suffix (NAZS)..... | 31 |
| Tabel 4. 18 Biaya minimum pada setiap baris | 31 |
| Tabel 4. 19 Hasil pengurangan biaya minimum pada setiap baris | 32 |
| Tabel 4. 20 Biaya minimum pada setiap kolom | 32 |
| Tabel 4. 21 Hasil pengurangan biaya minimum pada setiap kolom..... | 33 |
| Tabel 4. 22 Penentuan nilai suffix | 33 |
| Tabel 4. 23 Hasil penjumlahan nilai suffix | 34 |
| Tabel 4. 24 Nilai Suffix Terbesar | 35 |
| Tabel 4. 25 Alokasi Penugasan | 35 |

| | |
|--|----|
| Tabel 4. 26 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 36 |
| Tabel 4. 27 Penentuan Nilai Suffix | 36 |
| Tabel 4. 28 Hasil Penjumlahan nilai suffix | 37 |
| Tabel 4. 29 Nilai Suffix Terbesar | 37 |
| Tabel 4. 30 Hasil Penugasan | 38 |
| Tabel 4. 31 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 38 |
| Tabel 4. 32 Penentuan Nilai Suffix | 39 |
| Tabel 4. 33 Hasil Penjumlahan nilai suffix | 39 |
| Tabel 4. 34 Nilai Suffix Terbesar | 40 |
| Tabel 4. 35 Hasil Penugasan | 41 |
| Tabel 4. 36 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 41 |
| Tabel 4. 37 Penentuan nilai suffix | 41 |
| Tabel 4. 38 Hasil Penjumlahan nilai suffix | 42 |
| Tabel 4. 39 Nilai suffix terbesar | 42 |
| Tabel 4. 40 Hasil Penugasan | 43 |
| Tabel 4. 41 Hasil Akhir Penugasan | 43 |
| Tabel 4. 42 Perbandingan Hasil Contoh Kasus 1 : Minimasi –Balanced..... | 45 |
| Tabel 4. 43 Data Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (balance)..... | 46 |
| Tabel 4. 44 Data awal penugasan contoh kasus 2 dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy | 47 |
| Tabel 4. 45 Nilai Terkecil pada Setiap Kolom | 48 |
| Tabel 4. 46 Hasil Pengurangan Elemen Terkecil pada Setiap Kolom..... | 48 |
| Tabel 4. 47 Penentuan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom | 49 |
| Tabel 4. 48 Hasil dari pengurangan elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama..... | 49 |
| Tabel 4. 49 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 50 |
| Tabel 4. 50 Alokasi Penugasan | 51 |
| Tabel 4. 51 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 51 |
| Tabel 4. 52 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 52 |
| Tabel 4. 53 Alokasi Penugasan | 52 |

| | |
|--|----|
| Tabel 4. 54 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 53 |
| Tabel 4. 55 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 53 |
| Tabel 4. 56 Alokasi Penugasan | 54 |
| Tabel 4. 57 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 54 |
| Tabel 4. 58 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 54 |
| Tabel 4. 59 Alokasi Penugasan | 55 |
| Tabel 4. 60 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 55 |
| Tabel 4. 61 Alokasi Penugasan | 56 |
| Tabel 4. 62 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (balance)..... | 56 |
| Tabel 4. 63 Data awal penugasan contoh kasus 2 dengan metode New Approach Of Zero Suffix (NAZS)..... | 58 |
| Tabel 4. 64 Biaya minimum pada Setiap Baris | 58 |
| Tabel 4. 65 Hasil pengurangan biaya minimum pada setiap baris | 59 |
| Tabel 4. 66 Biaya Minimum pada Setiap Kolom | 59 |
| Tabel 4. 67 Hasil Pengurangan biaya minimum pada kolom..... | 60 |
| Tabel 4. 68 Penentuan Nilai Suffix | 61 |
| Tabel 4. 69 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 62 |
| Tabel 4. 70 Nilai Suffix Terbesar | 62 |
| Tabel 4. 71 Alokasi Penugasan | 63 |
| Tabel 4. 72 Hasil Penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan..... | 64 |
| Tabel 4. 73 Penentuan Nilai Suffix | 64 |
| Tabel 4. 74 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 65 |
| Tabel 4. 75 Nilai Suffix Terbesar | 65 |
| Tabel 4. 76 Alokasi Penugasan | 66 |
| Tabel 4. 77 Hasil Penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan..... | 66 |
| Tabel 4. 78 Penentuan Nilai Suffix | 67 |
| Tabel 4. 79 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 67 |
| Tabel 4. 80 Nilai Suffix Terbesar | 68 |
| Tabel 4. 81 Alokasi Penugasan | 68 |
| Tabel 4. 82 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan..... | 69 |
| Tabel 4. 83 Nilai minimum pada setiap baris..... | 69 |

| | |
|---|----|
| Tabel 4. 84 Hasil Reduksi Baris | 69 |
| Tabel 4. 85 Penentuan Nilai Suffix | 70 |
| Tabel 4. 86 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 70 |
| Tabel 4. 87 Nilai Suffix Terbesar | 70 |
| Tabel 4. 88 Alokasi Penugasan | 71 |
| Tabel 4. 89 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 71 |
| Tabel 4. 90 Penentuan Nilai Suffix | 71 |
| Tabel 4. 91 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 72 |
| Tabel 4. 92 Nilai Suffix Terbesar | 72 |
| Tabel 4. 93 Alokasi Penugasan | 73 |
| Tabel 4. 94 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (balance)..... | 73 |
| Tabel 4. 95 Perbandingan Hasil Contoh Kasus 1 : Minimasi –Balanced..... | 75 |
| Tabel 4. 96 Data Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (balance)..... | 76 |
| Tabel 4. 97 Data Awal penugasan contoh kasus 3 dengan metode Sujatha Murthy | 77 |
| Tabel 4. 98 Elemen Terkecil Pada Setiap Kolom..... | 78 |
| Tabel 4. 99 Hasil Pengurangan Elemen Terkecil pada Setiap Kolom..... | 78 |
| Tabel 4. 100 Penentuan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom | 79 |
| Tabel 4. 101 Hasil dari pengurangan elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama..... | 80 |
| Tabel 4. 102 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 80 |
| Tabel 4. 103 Alokasi Penugasan | 81 |
| Tabel 4. 104 Hasil identifikasi Nilai Selisih Terbesar..... | 82 |
| Tabel 4. 105 Alokasi Penugasan | 83 |
| Tabel 4. 106 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 83 |
| Tabel 4. 107 Alokasi Penugasan | 84 |
| Tabel 4. 108 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar | 84 |
| Tabel 4. 109 Alokasi Penugasan | 85 |
| Tabel 4. 110 Hasil Identifikasi Selisih Tebesar..... | 85 |

| | |
|--|-----|
| Tabel 4. 111 Alokasi Penugasan | 86 |
| Tabel 4. 112 Identifikasi Selisih Terbesar | 86 |
| Tabel 4. 113 Alokasi Penugasan | 87 |
| Tabel 4. 114 Identifikasi Selisih Terbesar | 87 |
| Tabel 4. 115 Alokasi Penugasan | 88 |
| Tabel 4. 116 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (balance)..... | 88 |
| Tabel 4. 117 Data awal penugasan contoh kasus 1 dengan metode New Approach Of Zero Suffix (NAZS) | 90 |
| Tabel 4. 118 Biaya Minimum pada Setiap Baris..... | 91 |
| Tabel 4. 119 Hasil Pengurangan pada Setiap Baris..... | 91 |
| Tabel 4. 120 Biaya minimum pada setiap kolom | 92 |
| Tabel 4. 121 Hasil Pengurangan Biaya Minimum pada Setiap Kolom..... | 93 |
| Tabel 4. 122 Penentuan nilai suffix | 94 |
| Tabel 4. 123 Hasil penjumlahan nilai suffix | 94 |
| Tabel 4. 124 Nilai Suffix Terbesar | 95 |
| Tabel 4. 125 Alokasi Penugasan | 97 |
| Tabel 4. 126 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 97 |
| Tabel 4. 127 Penentuan Nilai Suffix | 98 |
| Tabel 4. 128 Hasil Penjumlahan nilai suffix | 99 |
| Tabel 4. 129 Nilai Suffix Terbesar | 99 |
| Tabel 4. 130 Alokasi Penugasan | 100 |
| Tabel 4. 131 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 100 |
| Tabel 4. 132 Penentuan Nilai Suffix | 101 |
| Tabel 4. 133 Hasil Penjumlahan nilai suffix | 102 |
| Tabel 4. 134 Nilai Suffix Terbesar | 102 |
| Tabel 4. 135 Alokasi Penugasan | 103 |
| Tabel 4. 136 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 103 |
| Tabel 4. 137 Penentuan Nilai Suffix | 104 |
| Tabel 4. 138 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 104 |
| Tabel 4. 139 Nilai Suffix Terbesar | 105 |
| Tabel 4. 140 Alokasi Penugasan | 106 |

| | |
|--|-----|
| Tabel 4. 141 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 106 |
| Tabel 4. 142 Penentuan Nilai Suffix | 106 |
| Tabel 4. 143 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 107 |
| Tabel 4. 144 Penentuan Nilai Suffix Terbesar | 107 |
| Tabel 4. 145 Alokasi Penugasan | 108 |
| Tabel 4. 146 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 108 |
| Tabel 4. 147 Hasil Reduksi Baris | 109 |
| Tabel 4. 148 Penentuan Nilai Suffix | 109 |
| Tabel 4. 149 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 109 |
| Tabel 4. 150 Nilai Suffix Terbesar | 110 |
| Tabel 4. 151 Alokasi Penugasan | 110 |
| Tabel 4. 152 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan | 110 |
| Tabel 4. 153 Hasil Reduksi Baris | 111 |
| Tabel 4. 154 Penentuan Nilai Suffix | 111 |
| Tabel 4. 155 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix..... | 111 |
| Tabel 4. 156 Nilai Suffix Terbesar | 112 |
| Tabel 4. 157 Alokasi Penugasan | 112 |
| Tabel 4. 158 Hasil Akhir Penugasan | 113 |
| Tabel 4. 159 Perbandingan Hasil Contoh Kasus 3 : Minimasi –Balanced..... | 115 |
| Tabel 4. 160 Perbandingan Hasil Solusi Optimal Metode Sujatha Murthy dan metode New Approach Of Zero Suffix (NAZS) | 116 |

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah suatu cabang ilmu pengetahuan yang merupakan ilmu deduktif karena dalam proses mencari kebenaran harus dibuktikan dengan teorema, sifat dan dalil. Matematika merupakan ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah kehidupan manusia di lingkungan kerja maupun di kehidupan bermasyarakat. Ilmu matematika yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang timbul di masyarakat salah-satunya adalah riset operasi.

Istilah Riset Operasi (Operation research) pertama kali digunakan pada tahun 1940 oleh Mc Cloky dan Trefthen di kota kecil, Bowdsey, Inggris. Pada masa awal perang 1939 [2]. Secara harfiah definisi riset operasi terbagi kedalam dua suku kata yaitu riset dan operasi, riset merupakan suatu proses yang terorganisasi dalam mencari kebenaran akan masalah sedangkan operasi dapat didefinisikan sebagai tindakan-tindakan yang diterapkan pada beberapa masalah atau hipotesa.

Dalam pengertian yang lebih luas riset operasi (operation research) merupakan cara untuk memformulasikan permasalahan-permasalahan dalam kehidupan sehari-hari kedalam model matematis untuk mendapatkan solusi yang optimal.

Masalah penugasan merupakan suatu kasus khusus dari masalah pemrograman linear. Dalam dunia industri dan usaha, manajemen sering menghadapi masalah-masalah yang berhubungan dengan penugasan optimal dari bermacam-macam sumber yang produktif yang mempunyai tingkat efisiensi yang berbeda-beda untuk tugas yang berbeda-beda pula [3].

Pada saat menyelesaikan tugas sehari-hari manusia dianjurkan untuk bekerja sesuai dengan tugas dan fungsinya masing-masing. Seperti yang tertera pada Surat Al-Mulk ayat 15 dibawah ini:

هـ ۞ اَلَمْ يَجْعَلْ لَكَ مِا ۞ ذَلٰلِيْلٌ شَرِيْۙ ۞ حٰۙا ۞ لَكَ اِيۙ ۞ ر ۞ اَلَمْ يَجْعَلْ لَكَ ۙا ۞
 اَلَمْ يَجْعَلْ لَكَ ۙا ۞ نٰطٰۙ ۞ نِۙ ۞ مِۙ ۞ ا ۞ اَلَمْ يَجْعَلْ لَكَ ۙا ۞
 ع ۞

Artinya : “Dialah yang menjadikan bumi untuk kamu yang mudah dijelajahi, maka jelajahilah segala penjurunya dan makanlah sebagian dari rejeki-Nya. Dan hanya kepada-Nya-lah kamu (kembali setelah) dibangkitkan. (Al-Mulk ayat 15)

Pelajaran yang dapat diambil dari ayat diatas yaitu Allah SWT menciptakan alam ini bertujuan untuk memudahkan keperluan dan kebutuhan manusia yang di kehendaki-Nya. Maka manusia dianjurkan untuk mencari manfaat tersebut ke seluruh bidang untuk keperluan mata pencaharian dan perdagangan.

Seiring berkembangnya zaman terdapat kajian-kajian baru yang tercipta bertujuan untuk menyelesaikan masalah penugasan. Dalam menyelesaikan masalah penugasan suatu metode dikatakan baru dapat dilihat dari berbagai faktor salah satunya dapat dilihat dari tahun penerbitan dan dapat dilihat bahwa metode tersebut baru dikaji dan dikembangkan oleh penulis. Seperti Metode New Approach Off Zero Suffix (NAZs) yaitu metode baru dimana metode ini merupakan metode perbaikan dari metode hungarian jika dilihat metode ini mempunyai keunggulan pada penyelesaian masalah penugasan dilihat dari algoritma dan iterasinya dalam menyelesaikan masalah penugasan namun baru diperkenalkan oleh Bhavika M Patel dan Mitali J.Doshi pada tahun 2019.

Berdasarkan uraian-uraian di atas penulis tertarik mengkaji suatu metode yang dituangkan pada skripsi yang berjudul “**SOLUSI OPTIMAL MASALAH PENUGASAN DENGAN METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE NEW APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZs)**” . Dimana metode Sujatha-Murthy dan metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZs)* keduanya merupakan perbaikan dari metode hungarian.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah penulis sampaikan sebelumnya, penulis merumuskan masalah dalam penulisan Skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menerapkan metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix* (NAZs) dalam masalah penugasan dengan kasus minimasi dimana datanya seimbang (*balance*) agar diperoleh solusi yang optimal.
2. Bagaimana hasil dari analisi perbandingan solusi yang optimal pada metode Sujatha-Murthy dan metode *New Approach Of Zero Suffix* (NAZs) penugasan kasus minimasi data yang seimbang (*balance*).

1.3 Batasan Masalah

Skripsi ini dibatasi untuk masalah penugasan pada:

1. Data yang diperoleh berdasarkan data sekunder.
2. Adapun ukuran data untuk masalah penugasan yang akan diteliti adalah kasus minimasi dengan matriks (5×5), (6×6) dan (8×8) untuk kasus seimbang (*balanced*).

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Adapun tujuan yang diharapkan oleh penulis dalam penelitian skripsi ini, yaitu :

1. Menerapkan metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix* (NAZs) pada penentuan solusi optimal masalah penugasan pada kasus minimasi dengan menggunakan data yang seimbang.
2. Mambandingkan solusi optimal metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach of Zero Suffix* (NAZs) pada masalah penugasan kasus minimasi dengan data seimbang (*balance*).

Manfaat yang diharapkan pada penelitian ini, yaitu:

1. Memahami bagaimana caranya pengaplikasian dari metode Sujatha-Murthy dan Metode New Approach Of Zero Suffix (NAZs) pada masalah penugasan sehingga mendapatkan solusi yang optimal.
2. Memberikan pemahaman mengenai perbandingan metode Sujatha Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix* (NAZs) pada hasil solusi optimal yang terbaik.
3. Hasil penelitian yang didapatkan pada skripsi ini diharapkan dapat memberikan pengetahuan dan dapat dikembangkan dalam mengkaji ilmu riset operasi pada kasus masalah penugasan.

1.5 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini yaitu perbandingan dua metode yang bersifat study literatur atau pendekatan teoritis, yaitu dengan mengumpulkan data mengenai penugasan, Metode Sujatha-Murthy dan metode New Approach Of Zero Suffix (NAZs) dari sumber-sumber yaitu jurnal, skripsi, tesis, disertasi, artikel dan lainnya. Kemudian sumber-sumber tersebut dianalisis dan dipahami sebagai pendukung pada penentuan solusi optimal kasus minimasi.

1.6 Sistematika Penulisan

Agar dapat memahami lebih lanjut mengenai tugas akhir ini, maka skripsi ini terdiri atas empat bab yang mana pada setiap babnya terdapat beberapa subbab. Dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Pada bab ini menerangkan latar belakang masalah yang menjelaskan mengenai alasan tersajinya penelitian ini, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, ruang lingkup penelitian dan sistematika penelitian.

BAB II : LANDASAN TEORI

Pada bab ini, terdapat penjelasan-penjelasan mengenai masalah penugasan yaitu riset operasi, Pemograman linear, Masalah Transfortasi, Masalah Penugasan dan Metode Hungarian agar pembaca memahami istilah-istilah yang terdapat pada study litelatur ini.

BAB III : PENENTUAN SOLUSI OPTIMAL MASALAH PENUGASAN DENGAN METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE *NEW APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZS)*.

Pada bab ini, terdapat pembahasan mengenai algoritma dari kedua metode, yaitu Metode Sujatha-Murthy Dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* yang dapat digunakan agar mendapatkan solusi optimal.

BAB IV : CONTOH KASUS DAN ANALISIS

Dalam bab ini terdapat analisis dan uraian contoh kasus sebagai pengaplikasian dari Metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZs)*.

BAB V : PENUTUP

Dalam bab ini, terdapat penjelasan mengenai kesimpulan dan hasil yang didapatkan dalam penelitian. Serta saran yang dapat digunakan untuk mengkaji dan mengembangkan penelitian lainnya.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Riset Operasi

Riset operasi bermula dari kalangan militer. Pada masa Perang Dunia II, angkatan perang Inggris membentuk suatu team yang terdiri atas para ilmuwan untuk mempelajari persoalan-persoalan strategi dan taktik sehubungan dengan serangan-serangan yang dilancarkan musuh terhadap negaranya. Tujuan mereka adalah untuk menentukan penggunaan sumber-sumber kemiliteran yang terbatas, seperti radar dan bomber, dengan cara yang paling efektif. Karena team tersebut melakukan research (penelitian) terhadap operasi-operasi militer, maka munculah nama “Military Operations Research” (Penelitian Operasional untuk Masalah Kemiliteran), yang semenjak kelahirannya sudah ditandai dengan digunakannya pengetahuan ilmiah dalam usaha menentukan penggunaan sumber-sumber yang terbatas [3].

Keberhasilan kelompok-kelompok penelitian operasi militer semasa PD II menarik perhatian para industriawan pada bidang ini. Pertumbuhan industri yang pesat menyebabkan team-team riset sangat dibutuhkan dalam dunia bisnis, karena masalah-masalah yang timbul pada dasarnya sama walaupun konteksnya berbeda dengan yang dihadapi kalangan militer. Memasuki tahun 1950-an kegiatan riset operasi telah berkembang cepat di dunia bisnis, pemerintahan dan lembaga swasta [4]. Jadi Riset Operasi adalah teknik yang dipergunakan untuk memecahkan persoalan guna mengalokasikan sumber-sumber yang serba terbatas secara efisien dan efektif agar diperoleh hasil operasi yang optimum[5].

Untuk memperoleh penyelesaian atas suatu masalah secara pragmatis dan sistematis, maka dalam Riset Operasi diterapkan beberapa tahapan yaitu sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi masalah
2. Mengubah masalah tersebut menjadi bentuk model matematika
3. Menentukan solusi akan masalahnya
4. Validitas (keabsahan) model

5. Mengaplikasikan hasil dari pemecahan masalah

2.2 Pemrograman Linear

Pemrograman linear merupakan suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal. Dalam memecahkan masalah program linear menggunakan model matematis. Kata “programming” berarti perencanaan. Kata “linear” berarti bahwa semua fungsi-fungsi matematis yang disajikan dalam model ini haruslah fungsi-fungsi linear. Jadi, Pemrograman Linear mencakup perencanaan kegiatan-kegiatan untuk mencapai suatu hasil yang “optimal”, yaitu paling baik (menurut model matematis) di antara alternatif-alternatif yang mungkin, dengan menggunakan fungsi linear [7].

Keberhasilan sebuah teknik riset operasi pada akhirnya diukur berdasarkan penyebaran penggunaannya sebagai sebuah alat pengambilan keputusan. Sejak diperkenalkan di akhir dasawarsa 1940-an, pemrograman linear telah terbukti merupakan salah satu alat riset operasi yang paling efektif [7]. Pemrograman linear adalah salah satu teknik untuk menentukan besarnya masing-masing nilai variabel keputusan sedemikian rupa sehingga nilai fungsi tujuan yang linear menjadi optimum (maksimum atau minimum) dengan memperhatikan kendala yang ada [3].

Dalam model Pemrograman Linear dikenal 2 (dua) macam “fungsi”, yaitu fungsi tujuan dan fungsi-fungsi batasan. Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran di dalam permasalahan Program Linear yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Sedangkan fungsi batasan adalah bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke segala kondisi [4].

Secara matematis, bentuk standar model Program Linear adalah sebagai berikut [4]:

Fungsi tujuan: Memaksimumkan atau Meminimumkan

$$z = \sum_{i=1}^m c_i x_i \quad (2.1)$$

dengan batasan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_m (\leq, =, \geq) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_m (\leq, =, \geq) b_2$$

⋮

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_m (\leq, =, \geq) b_m$$

dan

$$x_1, x_2, \dots, x_m \geq 0$$

Dimana:

c_i : Parameter fungsi tujuan ke – i

x_i : Variabel keputusan ke – i

a_{ij} : Parameter fungsi kendala ke – i untuk variabel keputusan ke – j

b_i : Kapasitas kendala ke – i

2.3 Optimisasi

Optimisasi merupakan pendekatan normatif dengan mengidentifikasi penyelesaian terbaik dari suatu permasalahan yang diarahkan pada titik maksimum dan minimum suatu fungsi tujuan sesuai dengan tujuannya optimisasi dapat dikembangkan dalam penyelesaian sebuah aplikasi masalah dalam perusahaan atau produksi [2].

Optimisasi produksi diperlukan perusahaan dalam rangka mengoptimalkan sumberdaya yang digunakan agar suatu produksi dapat menghasilkan produk dalam kuantitas dan kualitas yang diharapkan, sehingga perusahaan dapat mencapai tujuannya. Optimisasi produksi adalah penggunaan faktor-faktor produksi yang terbatas seefisien mungkin. Faktor-faktor produksi tersebut adalah modal, mesin, peralatan, bahan baku, bahan pembantu dan tenaga kerja [1].

Optimisasi adalah aktivitas untuk mendapatkan hasil terbaik dalam berbagai keadaan yang diberikan. Tujuannya untuk meminimalkan usaha yang diperlukan atau untuk memaksimalkan manfaat yang diinginkan [6].

Usaha yang diperlukan atau manfaat yang diinginkan ini dapat dinyatakan sebagai fungsi dari variabel keputusan, sehingga optimisasi dapat dinyatakan sebagai proses untuk menemukan kondisi yang memberikan nilai minimum atau maksimum dari sebuah fungsi tujuan.

Dalam optimisasi, fungsi tujuan memiliki 2 (dua) cara, yaitu [7]:

1. Maksimasi, merupakan optimisasi untuk menghasilkan tingkat output tertentu dengan menggunakan input yang ditentukan untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal. Maksimasi berkaitan dengan keuntungan yang biasanya dilihat dari hasil laba, sistem kerja yang efektif dan alokasi penugasan.
2. Minimasi, merupakan optimisasi untuk menghasilkan tingkat output tertentu dengan menggunakan input atau biaya yang paling minimal. Minimasi berkaitan dengan biaya distribusi, biaya yang dibayarkan perusahaan untuk gaji karyawan, biaya persediaan dan waktu proses pelayanan.

Dalam rangka mengoptimalkan sumber daya terbatas dalam suatu produksi untuk menghasilkan produk dalam kuantitas dan kualitas yang diharapkan biasanya perusahaan mencapai tujuannya dengan optimisasi. Dalam hal produksi optimisasi digunakan pada faktor-faktor produksi (modal, mesin, bahan baku, tenaga kerja) yang terbatas seefisien mungkin.

2.4 Metode Transfortasi

Metode transportasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama, ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal. Alokasi produk ini harus diatur sedemikian rupa, karena terdapat perbedaan biaya-biaya alokasi dari satu sumber ke tempat-tempat tujuan berbeda-beda, dan dari beberapa sumber ke suatu tempat tujuan juga berbeda-beda [1].

Model transportasi menggunakan sarana sebuah matriks untuk memberikan gambaran mengenai kasus distribusi. Sebuah matriks transportasi memiliki m baris dan n kolom. Sumber-sumber berjajar pada baris ke-1 hingga ke- m , sedang tujuan-tujuan berbaris pada kolom ke-1 hingga ke- n . Dengan demikian [8], secara matematis fungsi tujuannya yaitu:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = s_i, \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = t_j, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \quad (2.4)$$

dimana $X_{ij} \geq 0$

T_j : Tujuan ke- j

S_i : Sumber ke- i

t_j : Kebutuhan tujuan ke- j

s_i : Kapasitas sumber ke- i

C_{ij} : Biaya angkut per satuan barang dari sumber i ke tujuan j

X_{ij} : Satuan barang yang akan diangkut dari sumber i ke tujuan j

Tabel 2.1 Matriks Transportasi

| SUMBER | TUJUAN | | | | Kapasitas sumber per periode |
|--------|----------------------|----------------------|-----|----------------------|---------------------------------|
| | T_1 | T_2 | ... | T_n | |
| S_1 | C_{11} X_{11} | C_{12} X_{12} | ... | C_{1n} X_{1n} | S_1 |
| S_2 | C_{21} X_{21} | C_{22} X_{22} | ... | C_{2n} X_{2n} | S_2 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| S_m | C_{m1} X_{m1} | C_{m2} X_{m2} | ... | C_{mn} X_{mn} | S_m |

| | | | | | |
|------------------------------------|-------|-------|-----|-------|--------------------------|
| Kebutuhan tujuan per periode | t_1 | t_2 | ... | t_n | $\sum S_i$ $\sum t_j$ |
|------------------------------------|-------|-------|-----|-------|--------------------------|

Ciri khusus persoalan transportasi diantaranya:

1. Terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu
2. Kuantitas komoditas atau barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan, besarnya tertentu.
3. Komoditas yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya sesuai dengan permintaan dan atau kapasitas sumber.
4. Ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu.

1.5 Masalah Penugasan

Masalah penugasan merupakan suatu kasus khusus dari masalah pemrograman linear. Dalam dunia industri dan usaha, manajemen sering menghadapi masalah-masalah yang berhubungan dengan penugasan optimal dari bermacam-macam sumber yang produktif yang mempunyai tingkat efisiensi yang berbeda-beda untuk tugas yang berbeda-beda pula [4].

Istilah penugasan mengandung pengertian bahwa satu orang akan mengerjakan satu tugas tertentu. Model penugasan mungkin bisa dipikirkan sebagai bentuk khusus dari model transportasi. Pada model ini, kapasitas sumber ke- i dan tujuan ke- j adalah 1 sesuai dengan konsep dasarnya, sehingga nilai optimal variabel keputusan X_{ij} pasti hanya bernilai nol atau satu. Persamaan (2.3) dan (2.4) akan disederhanakan di dalam model penugasan sehingga S_i dan T_j pasti hanya bernilai 1 agar nilai optimal variabel keputusan X_{ij} hanya bernilai satu atau nol. Oleh karena itu, Fungsi tujuan dari masalah penugasan adalah [5].

$$\text{Min } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = 1, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

Dimana $X_{ij} = 1$ atau 0

$X_{ij} = 1$, jika terdapat penugasan dari sumber i ke tujuan j

$X_{ij} = 0$, jika tidak terdapat penugasan dari sumber i ke tujuan j

Tabel 2.2 Matriks Penugasan

| SUMBER | TUJUAN | | | | Kapasitas sumber per periode |
|------------------------------|----------------------|----------------------|-----|----------------------|------------------------------|
| | T_1 | T_2 | ... | T_n | |
| S_1 | C_{11} X_{11} | C_{12} X_{12} | ... | C_{1n} X_{1n} | 1 |
| S_2 | C_{21} X_{21} | C_{22} X_{22} | ... | C_{2n} X_{2n} | 1 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| S_m | C_{m1} X_{m1} | C_{m2} X_{m2} | ... | C_{mn} X_{mn} | 1 |
| Kebutuhan tujuan per periode | 1 | 1 | ... | 1 | $\sum S_i$ $\sum t_j$ |

Dalam masalah penugasan terdapat permasalahan diantaranya [12].

1. Elemen matriks yang tidak diketahui

Misalnya, dalam penugasan personalia seorang karyawan tidak dapat ditugaskan untuk melaksanakan pekerjaan tertentu karena tidak memenuhi syarat keterampilan yang diperlukan, defisiensi dalam pengetahuan teknis dan ketidakmampuan fisik. Penugasan dalam kasus khusus seperti ini tidak mungkin dilakukan karena tidak menguntungkan bagi perusahaan. Untuk mengatasi masalah itu adalah dengan menandai setiap elemen yang tidak memungkinkan untuk mengerjakan pekerjaan tersebut dengan bilangan M (bilangan M adalah bilangan yang sangat besar untuk kasus minimasi atau bilangan minus yang sangat besar untuk kasus maksimasi). Sedangkan masalah penyelesaian selanjutnya sama persis dengan prosedur biasanya. Jadi yang perlu diperhatikan adalah seorang karyawan untuk melaksanakan pekerjaan tertentu yang elemennya diberi tanda M harus dihindari.

2. Jumlah sumber tidak sama dengan jumlah tugas

Jika terdapat permasalahan jumlah sumber tidak sama dengan jumlah tugas, maka permasalahan ini dapat diselesaikan dengan menambah satu variabel *dummy* sehingga jumlah sumber sama dengan jumlah tugas. Konsekuensi dari solusi ini adalah akan diperoleh satu sumber yang tidak memperoleh tugas, atau satu tugas yang tidak ada sumbernya, tergantung mana jumlah sumber atau tugas yang lebih sedikit. Prosedur penyelesaian selanjutnya sama dengan penyelesaian permasalahan penugasan biasanya.

Masalah penugasan memiliki jenis ukuran data dalam pendistribusiannya, yaitu [13] :

1. Data Seimbang (*Balanced*)

Dalam data seimbang ini, jumlah total baris dan jumlah kolomnya sama. Penyajian data biasanya menggunakan sebuah matriks dengan berukuran $n \times n$. Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari beberapa bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks. Jika A adalah sebuah matriks, maka kita gunakan a_{ij} untuk menyatakan entri yang terdapat di dalam baris i dan kolom j dari A. sehingga matriks berukuran $n \times n$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

2. Data Tak Seimbang (*Unbalanced*)

Data tak seimbang ini biasanya berukuran $n \times (n-1)$ atau $(n-1) \times n$. ketika menyelesaikan masalah data yang tak seimbang ini, kita harus merubahnya terlebih dahulu seperti data seimbang dengan tujuan memiliki orde yang sama sehingga dapat didapatkan solusinya. Merubah dari data tak seimbang menjadi data seimbang yaitu dengan cara menambahkan *Dummy* pada kolom atau baris dengan bilangan terkecil dengan operasi metode tersebut, seperti jika Metode Hungarian menambahkan baris yang berisi angka nol (0) atau kolom yang berisi angka nol (0) sebagai *Dummy*. Dan jika *Modivied of Hungarian Method* dengan menambahkan baris yang berisi angka satu (1) atau kolom yang berisi angka satu (1) juga. Adapun matriksnya dapat dituliskan sebagai berikut :

Data berukuran $n \times (n-1)$

Misalkan $n = 4$, maka matriksnya berukuran 4×3

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{34} \end{bmatrix}$$

Data berukuran $(n-1) \times n$

Misalkan $n = 4$, maka matriksnya berukuran 3×4

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

BAB III
ALGORITMA PENENTUAN SOLUSI OPTIMAL MASALAH
PENUGASAN DENGAN METODE SUJATHA-MURTHY DAN METODE
NEW APPROACH OF ZERO SUFFIX (NAZS)

Masalah penugasan juga terbagi dalam dua kasus optimasi, yaitu kasus minimasi dan maksimasi. Minimasi yang biasanya mencari solusi optimal dengan meminimumkan pengeluaran, jumlah personal, maupun waktu pengerjaan proses. Maksimasi biasanya mencari solusi optimal dengan memaksimalkan keuntungan, hasil produksi, pemasukan atau biasa disebut dengan laba.

Dalam bab ini penulis akan mengilustrasikan bagaimana kasus minimasi akan diterapkan kemudian dengan metode Sujatha-Murthy dan metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*, untuk algoritmanya akan disajikan dibawah ini.

3.1 Metode Sujatha-Murthy

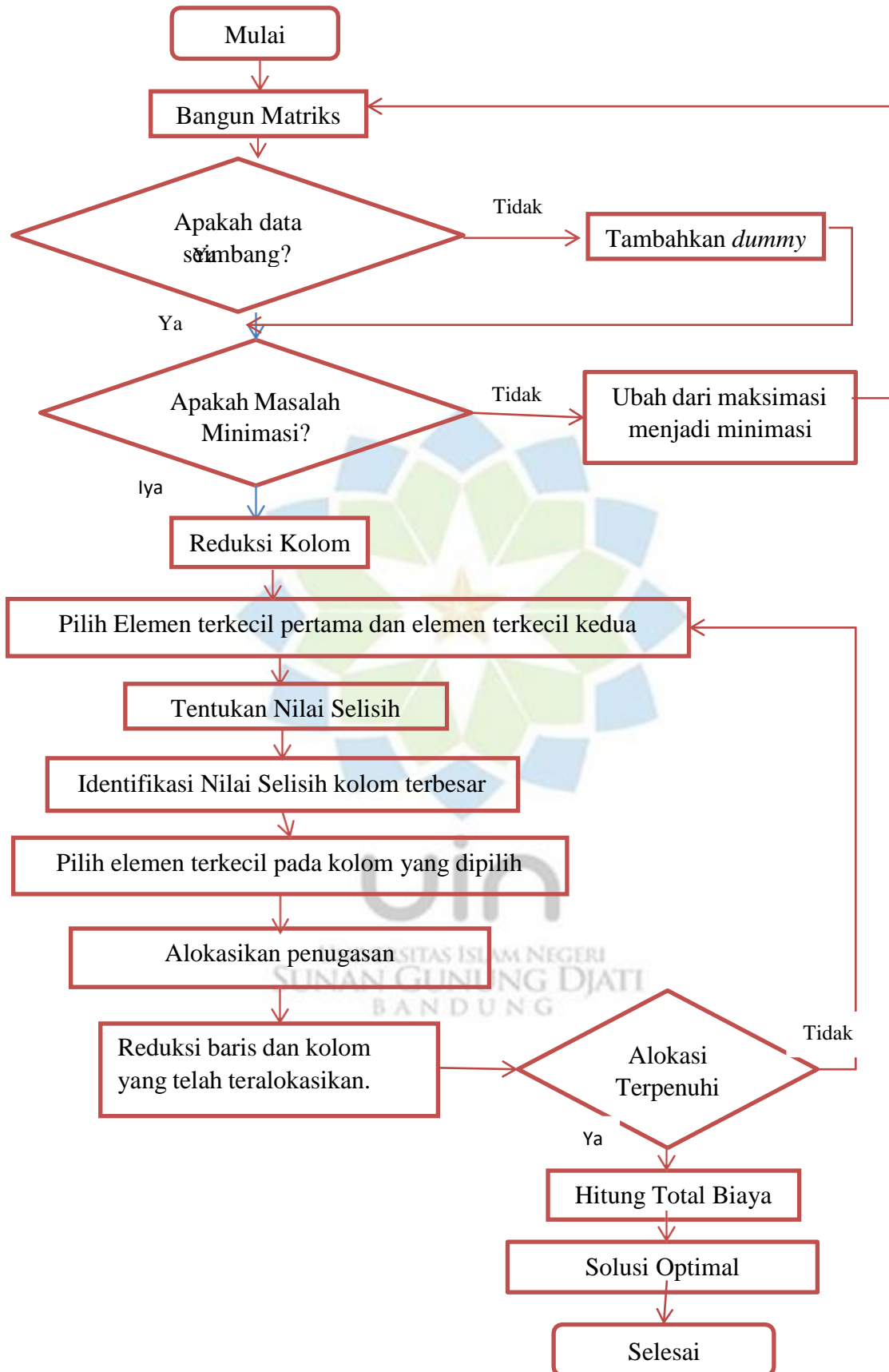
Algoritma Metode Sujatha Murthy adalah sebagai berikut [14]:

1. Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk maksimasi maka identifikasi elemen terbesar pada setiap kolom penugasan kemudian lakukan pengurangan semua elemen pada setiap kolom penugasan dengan elemen terbesar tersebut. Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk minimasi lanjut ke langkah 2.
2. Reduksi kolom dengan cara mentukan nilai terkecil pada setiap kolom kemudian kurangi nilai terkecil tersebut dengan nilai yang bersesuaian.
3. Tentukan nilai terkecil pertama dan nilai terkecil kedua pada setiap kolom. Kemudian cari selisih pada setiap kolomnya dengan cara mengurangi elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama untuk memperoleh nilai perbedaan, kemudian letakkan hasil pengurangan pada kolom yang sesuai
4. Mengidentifikasi baris yang memiliki nilai perbedaan terbesar pada kolom, kemudian pilih elemen dengan nilai terkecil pada kolom yang telah dipilih.
5. Alokasikan sumber dengan tujuan yang bersesuaian berdasarkan langkah 4. Kemudian reduksi baris dan kolom yang telah teralokasikan.
6. . Ulangi langkah 4 dan 5 sampai solusi optimal terpenuhi.

7. Hitung total biaya.

Untuk mempermudah dalam memahami algoritma di atas, perhatikan Gambar 3.1 yang merupakan flowchart dari algoritma masalah penugasan dengan Metode Sujatha-Murthy untuk masalah penugasan sebagai berikut:





Gambar 3.1 Flowchart metode Sujatha-Murthy

3.2 Metode New Approach Of Zero Suffix

Algoritma Metode New Approach Of Zero Suffix [15]:

1. Bangun matriks masalah penugasan
2. Reduksi Baris ; Tentukan biaya minimum disetiap baris, kemudian kurangkan biaya minimum pada baris tersebut dengan semua elemen baris yang bersesuaian pada matriks biaya.
3. Reduksi kolom; Tentukan biaya minimum disetiap kolom kemudian kurangkan biaya minimum pada kolom tersebut dengan semua elemen yang bersesuaian pada matriks biaya.
4. Tentukan nilai Suffiks dari semua nilai nol yang disebut sebagai Z_s menggunakan formula:

$$Z_s = \frac{\text{Jumlah } a_{ij}}{\text{Banyak Elemen } a_{ij} \times \text{Banyak Elemen } b_{ij}}$$

Dimana:

Z_s = Nilai Suffix

a_{ij} = Elemen bukan nol pada baris i dan kolom j

b_{ij} = Elemen nol pada baris i dan kolom j

Jika banyak elemen a_{ij} atau banyaknya elemen b_{ij} adalah 0 maka hasil dari nilai suffix adalah 0.

5. Pilih biaya terbesar pada Z_s dari semua nilai suffix. Jika terdapat nilai suffix maksimum maka lakukan penugasan pada sumber dan tujuan yang bersesuaian. Setelah penugasan selesai hapus baris dan kolom yang bersesuaian dari d_{ij} yang akan menghasilkan matriks biaya kemungkinan baru. Jika terdapat 2 atau lebih biaya Z_s yang sama lanjutkan ke langkah 6.
6. Jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang sama maka pilih Z_s dengan mencari selisih antara elemen maksimum dan elemen minimum dari posisi suffix dengan rumus:

$$C. D [R(i)] = \text{Max}_{cs} - \text{Min}_{cs}$$

Dimana :

$C.D [R(i)]$ = Biaya selisih dari sumber i

Max_{cs} = Biaya terbesar yang bersesuaian dengan posisi suffix

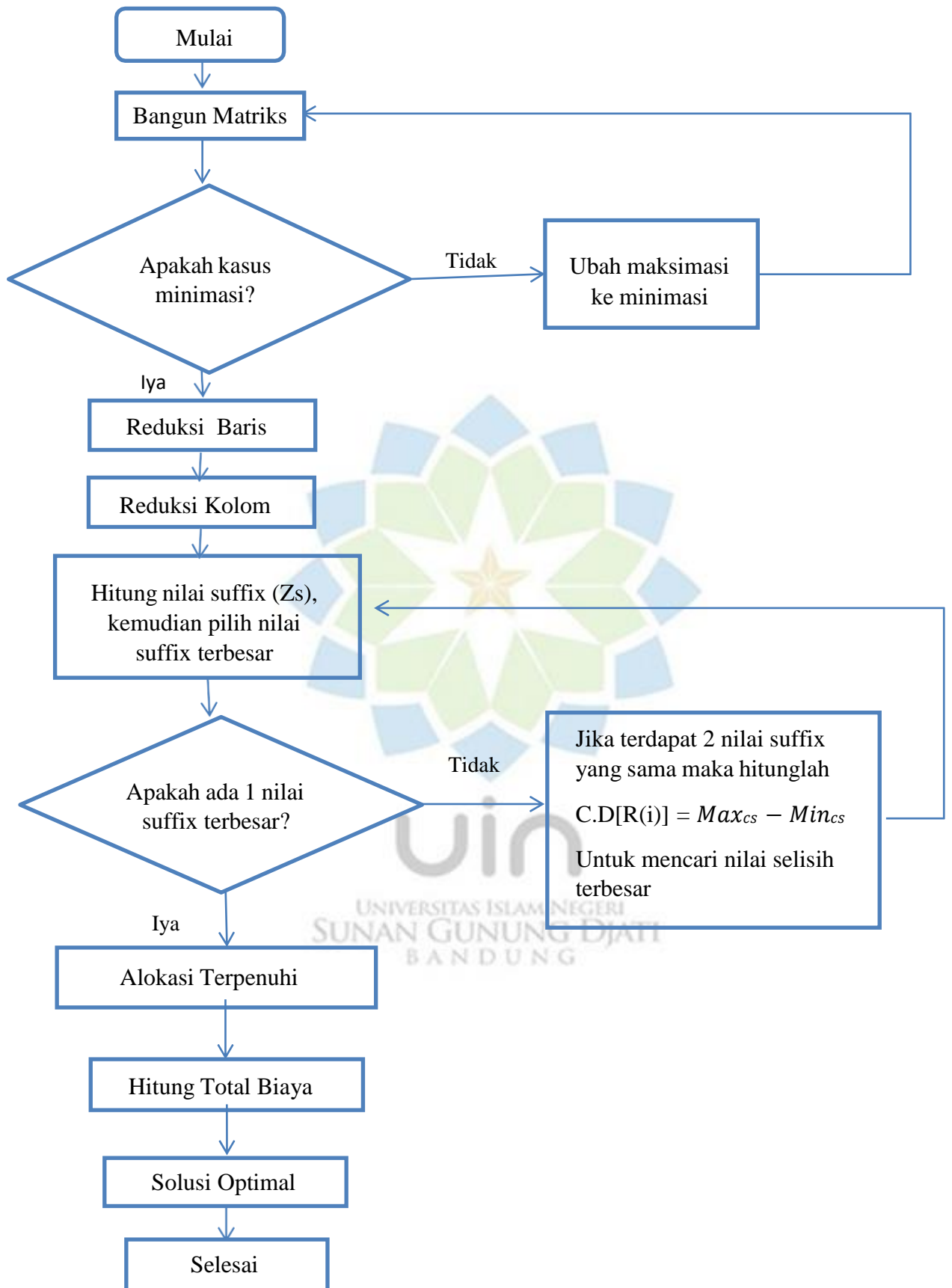
Min_{cs} = Biaya terkecil yang bersesuaian dengan posisi suffix

Pilih elemen dengan selisih terbesar untuk dialokasikan.

7. Jika pada langkah 6, terdapat 2 atau lebih nilai $Max\{C.D[R(i)]\}$ maka pilih nilai minimum dari nilai yang bersesuaian pada posisi suffix.
8. Ulangi langkah 2 samapi 7 hingga alokasi terpenuhi.
9. Hitung total biaya.

Untuk mempermudah dalam memahami algoritma di atas, perhatikan Gambar 3.2 yang merupakan flowchart dari algoritma masalah penugasan dengan Metode *New Approach Of Zero Suffix* (NAZS) untuk masalah penugasan sebagai berikut:





Gambar 3.2 Flowchart Metode New Approach Of Zero Suffix









BAB IV STUDI KASUS DAN ANALISIS DATA

4.1 Objek Penelitian

Data yang digunakan dalam skripsi ini adalah 3 data sekunder yang didapat dari beberapa jurnal, diantaranya:

1. Data diperoleh dari jurnal yang berjudul “*Maximin Zero Suffix Method for Solving Assignment Problems is Symmetric*” B.V. Manikanta dan S.Ranjeth Kumar. (2016) [14] Kasus minimasi dengan data seimbang (*Balanced*) dengan ukuran matriks 5×5
2. Data diperoleh dari jurnal yang berjudul “*A New Method Of Assigment Problem*”[18]. Kasus minimasi ukuran matriks 6×6 .
3. Data yang didapat dari jurnal nasional yang berjudul “Penyelesaian Masalah Penugasan Menggunakan Metode *Hungarian* dan Penalti”, Ayu Lestari dan Sri Basriati (2017) [17]. Kasus minimasi yang membentuk matriks ordo 8×8 .

Keterangan :

| | |
|--|---|
| Nilai Terkecil pada setiap Kolom |  |
| Elemen terkecil pertama |  |
| Elemen Terkecil kedua |  |
| Nilai selisih hasil pengurangan |  |
| Hasil akhir Penugasan dan metode yang terpilih |  |
| Nilai terkecil pada setiap baris |  |
| Nilai terkecil pada setiap kolom |  |
| Nilai Suffix Terbesar |  |

4.2 Analisis Data Kasus 1

Data yang diperoleh dari jurnal yang berjudul “*Maximin Zero Suffix Method for Solving Assignment Problems is Symmetric*” B.V. Manikanta dan S.Ranjeth

Kumar. (2016) [1]. Memberikan suatu permasalahan penugasan dimana perusahaan memiliki lima tugas yang akan dikerjakan oleh lima orang karyawan. Biaya penugasan setiap karyawan berbeda-beda, akan dicari solusi optimal untuk meminimumkan biaya setiap karyawan untuk setiap tugasnya. Untuk data biaya penugasan ditunjukkan pada tabel 4.1

Tabel 4. 1 Data Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 1 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |

4.2.1 Analisis data kasus 1 dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy

Dalam contoh kasus 1 ini akan menggunakan Metode Sujatha-Murthy, adapun algoritma untuk penugasan ini adalah:

Tabel 4. 2 Data awal penugasan contoh kasus 1 dengan metode Sujatha-Murthy

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |

Karena contoh kasus merupakan data yang seimbang (*balance*), Maka kita lanjutkan langkah ke 1

Langkah 1 : Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk maksimasi maka identifikasi elemen terbesar pada setiap kolom penugasan kemudian lakukan pengurangan semua elemen pada setiap kolom penugasan dengan elemen terbesar tersebut. Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk minimasi lanjut ke langkah 2

Karena contoh kasusnya adalah kasus minimasi maka kita akan lanjutkan ke langkah 2.

Langkah 2 : Reduksi kolom dengan cara menentukan nilai terkecil pada setiap kolom kemudian kurangi nilai terkecil tersebut dengan nilai yang bersesuaian

Tabel 4. 3 Nilai Terkecil Pada Setiap Kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |

Tabel 4. 4 Hasil dari Pengurangan Nilai Terkecil Pada Setiap Kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 5 | 2 | 6 | 9 | 0 |
| B | 0 | 3 | 0 | 8 | 6 |
| C | 2 | 0 | 11 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 13 | 0 | 6 |
| E | 2 | 0 | 11 | 4 | 2 |

Langkah 3 : Tentukan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolomnya. Cari selisih setiap kolom dengan cara mengurangi elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama untuk memperoleh nilai perbedaan serta letakkan hasil pengurangan di kolom yang sesuai.

Tabel 4. 5 Penentuan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 5 | 2 | 6 | 9 | 0 |
| B | 0 | 3 | 0 | 8 | 6 |
| C | 2 | 0 | 11 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 13 | 0 | 6 |
| E | 2 | 0 | 11 | 4 | 2 |

Tabel 4. 6 Hasil dari pengurangan elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 5 | 2 | 6 | 9 | 0 |
| B | 0 | 3 | 0 | 8 | 6 |
| C | 2 | 0 | 11 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 13 | 0 | 6 |
| E | 2 | 0 | 11 | 4 | 2 |
| | 0 | 0 | 6 | 0 | 2 |

Langkah 4 : Identifikasi baris yang memiliki nilai perbedaan terbesar kemudian pilih elemen dengan nilai terkecil pada kolom yang telah dipilih.

Tabel 4. 7 Hasil identifikasi nilai terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 5 | 2 | 6 | 9 | 0 |
| B | 0 | 3 | 0 | 8 | 6 |
| C | 2 | 0 | 11 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 13 | 0 | 6 |
| E | 2 | 0 | 11 | 4 | 2 |
| | 0 | 0 | 6 | 0 | 2 |

Langkah 5 : Alokasikan sumber dengan tujuan yang sesuai berdasarkan langkah 4. Tarik garis pada sumber dan tujuan yang telah teralokasikan.

Pada tabel 4.7 nilai selisih terbesar adalah 6 yang terletak pada mesin III, dan nilai terkecil pada mesin III adalah 0 yang terletak pada pekerjaan B.

Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan B kepada mesin III.
 Hasil alokasi penugasan dapat dilihat pada tabel 4.8

Tabel 4. 8 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|-------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 5 | 2 | 5 | 9 | 0 |
| B | 0 | 5 | 0 | 8 | 0 |
| C | 2 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| E | 2 | 0 | 1 | 4 | 2 |
| | 0 | 0 | 5 | 0 | 2 |

Langkah 6 : Ulangi langkah 4 dan 5 sampai solusi optimal terpenuhi.

Tabel 4. 9 Hasil Identifikasi Nilai selisih terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV | V |
|-------------------|---|----|----|---|
| A | 5 | 2 | 9 | 0 |
| C | 2 | 0 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 0 | 6 |
| E | 2 | 0 | 4 | 2 |
| | 0 | 0 | 0 | 2 |

Pada tabel 4.9 nilai selisih terbesar adalah 2 yang terletak pada mesin V, dan nilai terkecil pada mesin V adalah 0 yang terletak pada pekerjaan A. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan A kepada mesin V. Hasil alokasi penugasan dapat dilihat pada tabel 4.10

Tabel 4. 10 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV | V |
|-------------------|---|----|----|---|
| A | 5 | 2 | 9 | 0 |
| C | 2 | 0 | 0 | 3 |
| D | 0 | 0 | 0 | 5 |
| E | 2 | 0 | 4 | 2 |
| | 0 | 0 | 0 | 2 |

Tabel 4. 11 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV |
|-------------------|---|----|----|
| C | 2 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 |
| E | 2 | 0 | 4 |
| | 0 | 0 | 0 |

Dikarenakan nilai selisih pada tabel menunjukkan hasil yang sama maka kita akan melihat nilai awal pada masing-masing nilai terkecil yang bersesuaian dengan nilai selisih. Nilai awal pada mesin I dan pekerjaan D adalah 7, nilai awal pada mesin II pekerjaan C adalah 6, dan nilai awal pada mesin IV dan pekerjaan C adalah 6. Dapat dilihat bahwa nilai awal yang terbesar adalah 7 yaitu yang terletak pada pekerjaan D dan mesin I, maka dapat dialokasikan pekerjaan D oleh mesin I.

Tabel 4. 12 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV |
|--------------------|---|----|----|
| C | 2 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 |
| E | 2 | 0 | 4 |
| | 0 | 0 | 0 |

Hasil dari alokasi penugasan dapat di lihat pada Tabel 4.13

Tabel 4. 13 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV |
|--------------------|---|----|----|
| C | 2 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 |
| E | 2 | 0 | 4 |
| | 0 | 0 | 0 |

Tabel 4. 14 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | II | IV |
|--------------------|----|----|
| C | 0 | 0 |
| E | 0 | 4 |
| | 0 | 0 |

Dikarenakan nilai selisih pada tabel menunjukkan hasil yang sama maka kita akan melihat nilai awal pada masing-masing nilai terkecil yang bersesuaian dengan nilai selisih. Nilai awal pada II pekerjaan C adalah 6, dan nilai awal pada mesin IV dan pekerjaan C adalah 6. Dikarenakan nilai awal pada posisi selisih sama maka kita dapat mengalokasikan sumber dengan memilih random.

Tabel 4. 15 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | IV |
|-------------------|---|----|
| C | 0 | 0 |
| E | 0 | 4 |
| | 0 | 0 |

Karena pekerjaan C dikerjakan oleh mesin II maka pekerjaan E akan dikerjakan oleh mesin VI

Hasil dari penugasan dapat dilihat pada tabel 4.16

Tabel 4. 16 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 1 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|-------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |

Langkah 7: Hitung total biaya

$$\text{Minimasi } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 C_{ij} X_{ij}$$

$$= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{14}X_{14} + C_{15}X_{15} + C_{21}X_{22} + C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{25}X_{25} + C_{31}X_{31} + C_{32}X_{32} + C_{33}X_{33} + C_{34}X_{34} + C_{35}X_{35} + C_{41}X_{41} + C_{42}X_{42} + C_{43}X_{43} + C_{44}X_{44} + C_{45}X_{45} + C_{51}X_{51} + C_{52}X_{52} + C_{53}X_{53} + C_{54}X_{54} + C_{55}X_{55}$$

$$= (12 \times 0) + (8 \times 0) + (7 \times 0) + (15 \times 0) + (4 \times 1) + (7 \times 0) + (9 \times 0) + (1 \times 1) + (14 \times 0) + (10 \times 0) + (9 \times 0) + (6 \times 1) + (12 \times 0) + (6 \times 0) + (7 \times 0) + (7 \times 1) + (6 \times 0) + (14 \times 0) + (6 \times 0) + (10 \times 0) + (9 \times 0) + (6 \times 0) + (12 \times 0) + (10 \times 1) + (6 \times 0)$$

$$= 4 + 1 + 6 + 7 + 10$$

$$= 28 \$$$

Dari tabel 4.16 dapat dihitung biaya minimum yang dikeluarkan oleh setiap pekerjaan ke masing-masing mesin dalam masalah penugasan dengan satuan \$, dengan rincian sebagai berikut :

Pekerjaan A yang ditugaskan ke mesin V dengan biaya 4 \$.

Pekerjaan B yang ditugaskan ke mesin III dengan biaya 1 \$.

Pekerjaan C yang ditugaskan ke mesin II dengan biaya 6 \$.

Pekerjaan D yang ditugaskan ke mesin I dengan biaya 7 \$.

Pekerjaan E yang ditugaskan ke mesin IV dengan biaya 10 \$.

Sehingga dengan menggunakan Metode Sujatha Murthy didapatkan biaya seminimal mungkin yaitu 28 \$.

4.2.2 Analisis Data Kasus 1 Dengan Menggunakan Metode *New Approach Of*

Zero Suffix (Nazs)

Dalam contoh kasus 1 ini akan menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*, adapun algoritma untuk penugasan ini adalah:

Langkah 1 : Buatlah matriks masalah penugasan

Tabel 4. 17 Data awal penugasan contoh kasus 1 dengan metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZS)*

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |

Langkah 2 : Reduksi Baris dengan cara menentukan biaya minimum disetiap baris, kemudian kurangkan biaya minimum pada baris tersebut dengan semua elemen baris yang bersesuaian pada matriks biaya.

Tabel 4. 18 Biaya minimum pada setiap baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|---|
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |
|---|---|---|----|----|---|

Tabel 4. 19 Hasil pengurangan biaya minimum pada setiap baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 8 | 4 | 3 | 11 | 0 |
| B | 6 | 8 | 0 | 13 | 9 |
| C | 3 | 0 | 6 | 0 | 1 |
| D | 1 | 0 | 8 | 0 | 4 |
| E | 3 | 0 | 6 | 4 | 0 |

Langkah 3 : Reduksi kolom dengan cara menentukan biaya minimum disetiap kolom, kemudian kurangkan biaya minimum pada kolom tersebut dengan semua elemen kolom yang bersesuaian pada matriks biaya.

Tabel 4. 20 Biaya minimum pada setiap kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| A | 8 | 4 | 3 | 11 | 0 |
| B | 6 | 8 | 0 | 13 | 9 |
| C | 3 | 0 | 6 | 0 | 1 |
| D | 1 | 0 | 8 | 0 | 4 |
| E | 3 | 0 | 6 | 4 | 0 |

Tabel 4. 21 Hasil pengurangan biaya minimum pada setiap kolom

| | | | | | |
|--------------------|---|----|-----|----|---|
| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
| | | | | | |
| A | 7 | 4 | 3 | 11 | 0 |
| B | 5 | 8 | 0 | 13 | 9 |
| C | 2 | 0 | 6 | 0 | 1 |
| D | 0 | 0 | 8 | 0 | 4 |
| E | 2 | 0 | 6 | 4 | 0 |

Langkah 4 : Tentukan nilai Suffiks dari semua nilai nol yang disebut sebagai Z_s menggunakan formula :

$$Z_s = \frac{\text{Jumlah } a_{ij}}{\text{Banyak Elemen } a_{ij} \times \text{Banyak Elemen } b_{ij}}$$

Dimana:

Z_s = Nilai Suffix

a_{ij} = Elemen bukan nol pada baris i dan kolom j

b_{ij} = Elemen nol pada baris i dan kolom j

Tabel 4. 22 Penentuan nilai suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|-------------------------|---|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{7 + 4 + 3 + 11 + 9 + 1 + 4}{7 \times 2}$ | 2,78 |
| $S_{B \rightarrow III}$ | $Z_s = \frac{5 + 8 + 13 + 9 + 3 + 6 + 8 + 6}{8 \times 1}$ | 7,25 |
| $S_{C \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{2 + 6 + 1 + 4 + 8}{5 \times 4}$ | 1,05 |
| $S_{C \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{2 + 6 + 1 + 11 + 13 + 4}{6 \times 3}$ | 2,05 |

| | | |
|-------------------------|--|------|
| $S_{D \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{8+4+7+5+2+2}{6 \times 3}$ | 1,55 |
| $S_{D \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{8+4+4+8}{6 \times 3}$ | 1,20 |
| $S_{D \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{8+4+11+13+4}{5 \times 4}$ | 2,00 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{2+6+4+4+8}{5 \times 4}$ | 1,50 |
| $S_{E \rightarrow III}$ | $Z_s = \frac{2+6+4+9+1+4}{6 \times 3}$ | 1,44 |

Tabel 4. 23 Hasil penjumlahan nilai suffix

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| A | 7 | 4 | 3 | 11 | 0 [2,78] |
| B | 5 | 8 | 0 [7,25] | 13 | 9 |
| C | 2 | 0 [1,05] | 6 | 0 [2,05] | 1 |
| D | 0 [1,55] | 0 [1,20] | 8 | 0 [2,00] | 4 |
| E | 2 | 0 [1,50] | 6 | 4 | 0 [1,44] |

Langkah 5 :Pilih biaya terbesar pada Z_s dari semua nilai suffix. Jika terdapat nilai suffix maksimum maka lakukan penugasan pada sumber dan tujuan yang bersesuaian. Setelah penugasan selesai hapus baris dan kolom yang bersesuaian dari d_{ij} yang akan menghasilkan matriks biaya kemungkinan baru. Jika terdapat 2 atau lebih biaya Z_s yang sama lanjutkan ke langkah 6.

Tabel 4. 24 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| A | 7 | 4 | 3 | 11 | 0 [2,78] |
| B | 5 | 8 | 0 [7,25] | 13 | 9 |
| C | 2 | 0 [1,05] | 6 | 0 [2,05] | 1 |
| D | 0 [1,55] | 0 [1,20] | 8 | 0 [2,00] | 4 |
| E | 2 | 0 [1,50] | 6 | 4 | 0 [1,44] |

Pada tabel 4.24 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 7,25 yang terletak pada pekerjaan B dan mesin III. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan B kepada mesin 3, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 25 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| A | 7 | 4 | 3 | 11 | 0 [2,78] |
| B | 5 | 8 | 0 [7,25] | 13 | 9 |
| C | 2 | 0 [1,05] | 6 | 0 [2,05] | 1 |
| D | 0 [1,55] | 0 [1,20] | 8 | 0 [2,00] | 4 |
| E | 2 | 0 [1,50] | 6 | 4 | 0 [1,44] |

Langkah 8 : Ulangi langkah 2 sampai 7 hingga alokasi terpenuhi

Tabel 4. 26 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| | | | | | |
|--------------------|--|---|----|----|---|
| Mesin Pekerjaan | | I | II | IV | V |
| A | | 7 | 4 | 11 | 0 |
| C | | 2 | 0 | 0 | 1 |
| D | | 0 | 0 | 0 | 4 |
| E | | 2 | 0 | 4 | 0 |

Tabel 4. 27 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|-------------------------|---|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{7 + 4 + 11 + 1 + 4}{5 \times 2}$ | 2.70 |
| $S_{C \rightarrow III}$ | $Z_s = \frac{2 + 1 + 4}{3 \times 4}$ | 0.58 |
| $S_{C \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{2 + 1 + 11 + 4}{4 \times 3}$ | 1.50 |
| $S_{D \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{4 + 7 + 2 + 2}{4 \times 3}$ | 1.25 |
| $S_{D \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{14 + 4}{2 \times 5}$ | 1.80 |
| $S_{D \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{4 + 11 + 4}{3 \times 4}$ | 1.58 |
| $S_{E \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{2 + 4 + 1 + 4}{4 \times 3}$ | 0.91 |
| $S_{D \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{2 + 4 + 4}{3 \times 4}$ | 0.83 |

Tabel 4. 28 Hasil Penjumlahan nilai suffix

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | V |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 4 | 11 | 0[2.70] |
| C | 2 | 0[0.58] | 0[1.50] | 1 |
| D | 0[1.25] | 0[1.80] | 0[1.58] | 4 |
| E | 2 | 0[0.91] | 4 | 0[0.83] |

Tabel 4. 29 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | V |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 4 | 11 | 0[2.70] |
| C | 2 | 0[0.58] | 0[1.50] | 1 |
| D | 0[1.25] | 0[1.80] | 0[1.58] | 4 |
| E | 2 | 0[0.91] | 4 | 0[0.83] |

Pada tabel 4.29 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 2,70 yang terletak pada pekerjaan A dan mesin V. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan A kepada mesin V, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 30 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV | V |
|-------------------|---------|---------|---------|--------|
| A | 7 | 4 | 11 | 0[2 0] |
| C | 2 | 0[0.58] | 0[1.50] | |
| D | 0[1.25] | 0[1.80] | 0[1.58] | |
| E | 2 | 0[0.91] | 4 | 0[0 3] |

Tabel 4. 31 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV |
|-------------------|---|----|----|
| C | 2 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 |
| E | 2 | 0 | 4 |

Tabel 4. 32 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|------------------------|----------------------------------|-------------------|
| $S_{C \rightarrow 2}$ | $Z_s = \frac{2}{1 \times 4}$ | 0.50 |
| $S_{C \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{2 + 4}{2 \times 3}$ | 1.00 |
| $S_{D \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{2 + 2}{2 \times 3}$ | 0.66 |
| $S_{D \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{0}{0}$ | 0.00 |
| $S_{D \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{4}{1 \times 4}$ | 1.00 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{2 + 1}{2 \times 3}$ | 0.50 |

Tabel 4. 33 Hasil Penjumlahan nilai suffix

| Mesin Pekerjaan | Mesin | | |
|--------------------|---------|---------|---------|
| | I | II | IV |
| C | 2 | 0[0.50] | 0[1.00] |
| D | 0[0.66] | 0[0.00] | 0[1.00] |
| E | 2 | 0[0.50] | 4 |

Tabel 4. 34 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV |
|-------------------|---------|---------|---------|
| C | 2 | 0[0.50] | 0[1.00] |
| D | 0[0.66] | 0[0.00] | 0[1.00] |
| E | 2 | 0[0.50] | 4 |

Pada tabel 4.34 terdapat lebih dari satu nilai maksimum yaitu $Z_s = 1.00$. Maka untuk menentukan penugasan kita akan lakukan langkah 6.

Langkah 6 : Jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang sama maka pilih Z_s dengan mencari selisih antara elemen maksimum dan elemen minimum dari posisi suffix dengan rumus:

$$C. D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

Dimana :

$C. D [R(i)]$ = Biaya selisih dari sumber i

Max_{cs} = Biaya terbesar yang bersesuaian dengan posisi suffix

Min_{cs} = Biaya terkecil yang bersesuaian dengan posisi suffix

Nilai awal pada nilai suffix [1,00] yang terlerak pada mesin IV dan pekerjaan C adalah 6, dan nilai awal pada nilai suffix [1,00] yang terletak pada mesin IV dan pekerjaan D adalah 6. Maka:

$$C. D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

$$C. D [R(C)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 6 - 0 = 6$$

$$C. D [R(D)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 6 - 0 = 6$$

$$\text{Max} \{C. D [R(C)], C. D [R(D)]\} = 6$$

Karena nilai selisihnya sama yaitu bernilai 6 maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan C kepada mesin IV.

Tabel 4. 35 Hasil Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III |
|-------------------|---------|---------|---------|
| C | 2 | 0[0.50] | 0[1.00] |
| D | 0[0.66] | 0[0.00] | 0[1.00] |
| E | 2 | 0[0.50] | 0 |

Tabel 4. 36 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II |
|-------------------|---|----|
| D | 0 | 0 |
| E | 2 | 0 |

Tabel 4. 37 Penentuan nilai suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|------------------------|------------------------------|-------------------|
| $S_{D \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{Z}{1 \times 2}$ | 1.00 |
| $S_{D \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{0}{0}$ | 0.00 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{Z}{1 \times 2}$ | 1.00 |

Tabel 4. 38 Hasil Penjumlahan nilai suffix

| Mesin \ Pekerjaan | I | II |
|-------------------|----------|---------|
| D | 0 [1.00] | 0[0.00] |
| E | 2 | 0[1.00] |

Tabel 4. 39 Nilai suffix terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | I | II |
|-------------------|----------|---------|
| D | 0 [1.00] | 0[0.00] |
| E | 2 | 0[1.00] |

Pada tabel 4.39 terdapat lebih dari satu nilai maksimum yaitu $Z_s = 1.00$. Maka untuk menentukan penugasan kita akan lakukan langkah 7

Langkah 6 : Jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang sama maka pilih Z_s dengan mencari selisih antara elemen maksimum dan elemen minimum dari posisi suffix dengan rumus:

$$C. D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

Dimana :

$C. D [R(i)]$ = Biaya selisih dari sumber i

Max_{cs} = Biaya terbesar yang bersesuaian dengan posisi suffix

Min_{cs} = Biaya terkecil yang bersesuaian dengan posisi suffix

Nilai awal pada nilai suffix [1,00] yang terletak pada mesin I dan pekerjaan D adalah 7 , dan nilai awal pada nilai suffix [1,00] yang terletak pada mesin II dan pekerjaan E adalah 6. Maka:

$$C.D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

$$C.D [R(D)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 7 - 0 = 7$$

$$C.D [R(E)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 6 - 0 = 6$$

$$Max \{C.D [R(D)], C.D [R(E)]\} = 7$$

Karena nilai selisih yang terbesar terletak pada pekerjaan E mesin II maka kita bisa langsung mengalokasikannya. Maka pekerjaan D akan dikerjakan oleh mesin I.

Tabel 4. 40 Hasil Penugasan

| | | |
|-------------------|---|----------|
| Mesin \ Pekerjaan | I | I |
| | D | 0 [1.00] |
| E | 2 | 0 [1 0] |

Hasil akhir dari penugasan dapat dilihat pada tabel 4.41

Tabel 4. 41 Hasil Akhir Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V |
|-------------------|----|----|-----|----|----|
| A | 12 | 8 | 7 | 15 | 4 |
| B | 7 | 9 | 1 | 14 | 10 |
| C | 9 | 6 | 12 | 6 | 7 |
| D | 7 | 6 | 14 | 6 | 10 |
| E | 9 | 6 | 12 | 10 | 6 |

Langkah 9 : Hitung total biaya

$$\text{Minimasi } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 C_{ij} X_{ij} \\ &= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{14}X_{14} + C_{15}X_{15} + C_{21}X_{22} + \\ &C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{25}X_{25} + C_{31}X_{31} + C_{32}X_{32} + \\ &C_{33}X_{33} + C_{34}X_{34} + C_{35}X_{35} + C_{41}X_{41} + C_{42}X_{42} + C_{43}X_{43} + \\ &C_{44}X_{44} + C_{45}X_{45} + C_{51}X_{51} + C_{52}X_{52} + C_{53}X_{53} + C_{54}X_{54} + C_{55}X_{55} \\ &= (12 \times 0) + (8 \times 0) + (7 \times 0) + (15 \times 0) + (4 \times 1) + (7 \times 0) + (9 \times 0) + \\ &(1 \times 1) + (14 \times 0) + (10 \times 0) + (9 \times 0) + (6 \times 0) + (12 \times 0) + (6 \times 1) + (7 \\ &\times 0) + (7 \times 1) + (6 \times 0) + (14 \times 0) + (6 \times 0) + (10 \times 0) + (9 \times 0) + (6 \times 1) \\ &+ (12 \times 0) + (10 \times 0) + (6 \times 0) \\ &= 0 + 0 + 0 + 0 + 4 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 6 + 0 + 7 + 0 + 0 + 0 + 0 + \\ &0 + 6 + 0 + 0 + 0 \\ &= 4 + 1 + 6 + 7 + 6 \\ &= 24 \$ \end{aligned}$$

Dari tabel 4.41 dapat dihitung biaya minimum yang dikeluarkan oleh setiap pekerjaan ke masing-masing mesin dalam masalah penugasan dengan satuan \$, dengan rincian sebagai berikut :

Pekerjaan A yang ditugaskan ke mesin V dengan biaya 4 \$.

Pekerjaan B yang ditugaskan ke mesin III dengan biaya 1 \$.

Pekerjaan C yang ditugaskan ke mesin IV dengan biaya 6 \$.

Pekerjaan D yang ditugaskan ke mesin I dengan biaya 7 \$.

Pekerjaan E yang ditugaskan ke mesin II dengan biaya 6 \$.

Sehingga dengan menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nas)* didapatkan biaya seminimal mungkin yaitu 24 \$.

4.2.3 Analisis Perbandingan Hasil Kasus 1 Minimasi-Balanced

Analisis perbandingan pada contoh kasus 1 dengan Metode Sujatha- Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* ditunjukkan pada tabel 4.42.

Tabel 4. 42 Perbandingan Hasil Contoh Kasus 1 : Minimasi –*Balanced*

| Metode | Alokasi Penugasan | | Solusi Optimal |
|---|-------------------|-------|----------------|
| | Pekerjaan | Mesin | |
| Sujatha Murthy | A | 5 | 28 |
| | B | 3 | |
| | C | 2 | |
| | D | 1 | |
| | E | 4 | |
| <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | A | 5 | 24 |
| | B | 3 | |
| | C | 4 | |
| | D | 1 | |
| | E | 2 | |

Pada contoh kasus 1 dengan data penugasan seimbang (*balance*) telah diselesaikan masalah penugasan dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*. Sesuai tabel 4.42 didapatkan hasil yang berbeda antara kedua metode. Untuk metode Sujatha-Murthy didapatkan hasil 28 \$ dan untuk biaya minimal metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* sebesar 24 \$. Dari kedua metode tersebut terdapat selisih biaya minimal sebesar 4 \$. Maka dari perbedaan tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa untuk kasus pertama ini metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* lebih

baik dibandingkan dengan metode Sujatha-Murthy karena menghasilkan biaya yang paling minimal.

4.3 Analisis Data Kasus 2 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*

Data diperoleh dari jurnal yang berjudul “*A New Method Of Assignment Problem*”[18]. Kasus minimasi ukuran matriks 6 x 6. Memberikan suatu permasalahan penugasan dimana perusahaan memiliki enam tugas yang akan dikerjakan oleh enam orang karyawan yang berbeda-beda, akan dicari solusi optimal dengan meminimumkan biaya setiap karyawan untuk setiap tugasnya. Untuk data biaya penugasan ditunjukkan oleh tabel 4.43

Tabel 4. 43 Data Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

4.3.1 Analisis Data Kasus 2 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy

Dalam contoh kasus 2 ini akan menggunakan Metode Sujatha-Murthy, adapun algoritma untuk penugasan ini adalah:

Buatlah matriks masalah penugasan.

Tabel 4. 44 Data awal penugasan contoh kasus 2 dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

Dikarenakan contoh kasus diatas merupakan data yang seimbang (*balance*) maka kita lanjutkan ke langkah 1.

Langkah 1 : Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk maksimasi maka identifikasi elemen terbesar pada setiap kolom penugasan kemudian lakukan pengurangan semua elemen pada setiap kolom penugasan dengan elemen terbesar tersebut. Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk minimasi lanjut ke langkah 2

Karena contoh kasusnya adalah kasus minimasi maka kita akan lanjutkan ke langkah 2.

Langkah 2 : Reduksi kolom dengan cara menentukan nilai terkecil pada setiap kolom kemudian kurangi nilai terkecil tersebut dengan nilai yang bersesuaian.

Tabel 4. 45 Nilai Terkecil pada Setiap Kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

Tabel 4. 46 Hasil Pengurangan Elemen Terkecil pada Setiap Kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 6 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 |
| D | 7 | 2 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 10 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 | 1 |

Langkah 3 : Tentukan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom. Cari selisih setiap kolom dengan cara mengurangi elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama untuk ,memperoleh nilai perbedaan serta letakkan hasil pengurangan di kolom yang sesuai.

Tabel 4. 47 Penentuan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 6 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 |
| D | 7 | 2 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 10 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 | 1 |

Tabel 4. 48 Hasil dari pengurangan elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 6 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 |
| D | 7 | 2 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 10 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 |

Langkah 4 : Identifikasi baris yang memiliki nilai selisih terbesar kemudian pilih elemen dengan nilai terkecil pada kolom yang telah dipilih

Tabel 4. 49 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 6 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 |
| D | 7 | 2 | 3 | 0 | 0 | 3 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 10 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 |

Langkah 5 : Alokasikan sumber dengan tujuan yang sesuai berdasarkan langkah 4. Tarik garis pada sumber dan tujuan yang telah teralokasikan.

Pada tabel 4.49 nilai selisih terbesar adalah 2 yang terletak pada mesin V, dan nilai terkecil pada mesin V adalah 0 yang terletak pada pekerjaan D. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan D kepada mesin V. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.50

Tabel 4. 50 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|---|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 5 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 3 | 4 |
| D | 7 | 2 | 5 | 0 | 9 | 5 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 1 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 7 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 |

Langkah 6 : Ulangi langkah 4 dan 5 sampai solusi optimal terpenuhi.

Tabel 4. 51 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 4 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Dikarenakan nilai selisih pada tabel menunjukkan hasil yang sama maka kita akan melihat nilai awal pada masing-masing nilai terkecil yang bersesuaian dengan nilai selisih. Nilai awal pada mesin I dan pekerjaan F adalah 2, nilai awal pada mesin II pekerjaan B adalah 5, nilai awal pada mesin III dan pekerjaan B

adalah 2, nilai awal pada mesin IV dan pekerjaan A adalah 5, nilai awal pada mesin IV pekerjaan E adalah 8. Dapat dilihat bahwa nilai awal yang terbesar adalah 8 yaitu yang terletak pada pekerjaan E dan mesin VI, maka dapat dialokasikan pekerjaan E oleh mesin VI.

Tabel 4. 52 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 1 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | 4 |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Hasil dari alokasi penugasan dapat di lihat pada Tabel 4.53

Tabel 4. 53 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | |
|--------------------|---|----|-----|----|--|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 | |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 | |
| E | 1 | 1 | 4 | 3 | |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | |

Tabel 4. 54 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV |
|-------------------|---|----|-----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 |

Dikarenakan nilai selisih pada tabel menunjukkan hasil yang sama maka kita akan melihat nilai awal pada masing-masing nilai terkecil yang bersesuaian dengan nilai selisih. Nilai awal pada mesin I dan pekerjaan F adalah 2, , nilai awal pada mesin III dan pekerjaan B adalah 2, nilai awal pada mesin IV dan pekerjaan A adalah 10. Dapat dilihat bahwa nilai awal yang terbesar adalah 10 yaitu yang terletak pada pekerjaan A dan mesin IV, maka dapat dialokasikan pekerjaan A oleh mesin IV.

Tabel 4. 55 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV |
|-------------------|---|----|-----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 |

Hasil dari alokasi penugasan dapat di lihat pada Tabel 4.55

Tabel 4. 56 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV |
|--------------------|---|----|-----|----|
| A | 7 | 2 | 5 | 1 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 |
| C | 6 | 6 | 7 | 2 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 1 |

Tabel 4. 57 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III |
|--------------------|---|----|-----|
| B | 4 | 0 | 0 |
| C | 6 | 6 | 7 |
| F | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 |

Dikarenakan nilai selisih pada tabel menunjukkan hasil yang sama maka kita akan melihat nilai awal pada masing-masing nilai terkecil yang bersesuaian dengan nilai selisih. Nilai awal pada mesin I dan pekerjaan F adalah 3, nilai awal pada mesin II pekerjaan B adalah 2, nilai awal pada mesin III dan pekerjaan B adalah 2, Dapat dilihat bahwa nilai awal yang terbesar adalah 3 yaitu yang terletak pada pekerjaan F dan mesin I, maka dapat dialokasikan pekerjaan F oleh mesin I.

Tabel 4. 58 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III |
|--------------------|---|----|-----|
| B | 4 | 0 | 0 |
| C | 6 | 6 | 7 |
| F | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 |

Hasil dari alokasi penugasan dapat di lihat pada Tabel 4.58

Tabel 4. 59 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III |
|--------------------|---|----|-----|
| B | 4 | 0 | 0 |
| C | 6 | 6 | 7 |
| F | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 |

Tabel 4. 60 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | II | III |
|--------------------|----|-----|
| B | 0 | 0 |
| C | 6 | 7 |
| | 0 | 1 |

Pada tabel 4.60 nilai selisih terbesar adalah 1 yang terletak pada mesin III, dan nilai terkecil pada mesin III adalah 0 yang terletak pada pekerjaan B . Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan B kepada mesin III dan pekerjaan C kepada mesin II. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.61

Tabel 4. 61 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | II | II |
|-------------------|----|----|
| B | 0 | |
| C | 6 | |
| | 0 | |

Hasil dari penugasan dapat dilihat pada tabel 4.62

Tabel 4. 62 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|-------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

Langkah 7 : Hitung Total Biaya

$$\text{Minimasi } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 C_{ij} X_{ij}$$

$$\begin{aligned} &= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{14}X_{14} + C_{15}X_{15} + C_{16}X_{16} + C_{21}X_{21} + \\ &C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{25}X_{25} + C_{26}X_{26} + C_{31}X_{31} + \\ &C_{32}X_{32} + C_{33}X_{33} + C_{34}X_{34} + C_{35}X_{35} + C_{36}X_{36} + C_{41}X_{41} + \\ &C_{42}X_{42} + C_{43}X_{43} + C_{44}X_{44} + C_{45}X_{45} + C_{46}X_{46} + C_{51}X_{51} + \\ &C_{52}X_{52} + C_{53}X_{53} + C_{54}X_{54} + C_{55}X_{55} + C_{61}X_{61} + C_{62}X_{62} + \\ &C_{63}X_{63} + C_{64}X_{64} + C_{65}X_{65} + C_{66}X_{66} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (9 \times 0) + (6 \times 0) + (7 \times 0) + (5 \times 1) + (3 \times 0) + (10 \times 0) + (6 \times 0) + \\ &(4 \times 0) + (2 \times 1) + (8 \times 0) + (7 \times 0) + (9 \times 0) + (8 \times 0) + (10 \times 1) + (9 \\ &\times 0) + (6 \times 0) + (4 \times 0) + (12 \times 0) + (9 \times 0) + (6 \times 0) + (5 \times 0) + (4 \times 0) \\ &+ (1 \times 1) + (11 \times 0) + (3 \times 0) + (5 \times 0) + (6 \times 0) + (7 \times 0) + (11 \times 0) + \\ &(8 \times 1) + (2 \times 1) + (4 \times 0) + (3 \times 0) + (5 \times 0) + (8 \times 0) + (9 \times 0) \end{aligned}$$

$$= 5 + 2 + 10 + 1 + 8 + 2$$

$$= 28 \$$$

Dari tabel 4.62 dapat dihitung biaya minimum yang dikeluarkan oleh setiap pekerjaan ke masing-masing mesin dalam masalah penugasan dengan satuan \$, dengan rincian sebagai berikut :

Pekerjaan A yang ditugaskan ke mesin IV dengan biaya 5 \$.

Pekerjaan B yang ditugaskan ke mesin III dengan biaya 2 \$.

Pekerjaan C yang ditugaskan ke mesin II dengan biaya 10 \$.

Pekerjaan D yang ditugaskan ke mesin V dengan biaya 1 \$.

Pekerjaan E yang ditugaskan ke mesin VI dengan biaya 8 \$.

Pekerjaan F yang ditugaskan ke mesin I dengan biaya 2 \$.

Sehingga dengan menggunakan Metode Sujatha Murthy didapatkan biaya seminimal mungkin yaitu 28 \$.

4.3.2 Analisis Data Kasus 2 Dengan Menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nasz)*

Dalam contoh kasus 2 ini akan menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nasz)*, adapun algoritma untuk penugasan ini adalah:

Langkah 1 : Buatlah matriks masalah penugasan.

Tabel 4. 63 Data awal penugasan contoh kasus 2 dengan metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZS)*

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

Langkah 2 : Reduksi Baris dengan cara menentukan biaya minimum pada setiap baris kemudian kurangkan biaya minimum pada baris tersebut dengan semua elemen baris yang bersesuaian pada matriks biaya.

Tabel 4. 64 Biaya minimum pada Setiap Baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---|----|-----|----|---|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

Tabel 4. 65 Hasil pengurangan biaya minimum pada setiap baris

| Mesin Pekerjaan | Mesin | | | | | |
|--------------------|-------|----|-----|----|---|----|
| | I | II | III | IV | V | VI |
| A | 7 | 3 | 4 | 2 | 0 | 7 |
| B | 4 | 2 | 0 | 6 | 5 | 7 |
| C | 4 | 6 | 5 | 2 | 0 | 8 |
| D | 8 | 5 | 4 | 3 | 0 | 10 |
| E | 0 | 2 | 3 | 4 | 8 | 5 |
| F | 0 | 2 | 1 | 3 | 6 | 7 |

Langkah 3 : Reduksi kolom dengan cara menentukan biaya minimum pada setiap kolom kemudian kurangkan biaya minimum pada kolom tersebut dengan semua elemen yang bersesuaian pada matriks biaya

Tabel 4. 66 Biaya Minimum pada Setiap Kolom

| Mesin Pekerjaan | Mesin | | | | | |
|--------------------|-------|----|-----|----|---|----|
| | I | II | III | IV | V | VI |
| A | 7 | 3 | 4 | 2 | 0 | 7 |
| B | 4 | 2 | 0 | 6 | 5 | 7 |
| C | 4 | 6 | 5 | 2 | 0 | 8 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|
| D | 8 | 5 | 4 | 3 | 0 | 10 |
| E | 0 | 2 | 3 | 4 | 8 | 5 |
| F | 0 | 2 | 1 | 3 | 6 | 7 |

Tabel 4. 67 Hasil Pengurangan biaya minimum pada kolom

| Mesin Pekerjaan | Mesin | | | | | |
|--------------------|-------|----|-----|----|---|----|
| | I | II | III | IV | V | VI |
| A | 7 | 1 | 4 | 0 | 0 | 2 |
| B | 4 | 0 | 0 | 4 | 5 | 2 |
| C | 4 | 4 | 5 | 0 | 0 | 3 |
| D | 8 | 3 | 4 | 1 | 0 | 5 |
| E | 0 | 0 | 3 | 2 | 8 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1 | 6 | 2 |

Langkah 4 : Tentukan nilai suffix dari semua nilai nol yang disebut sebagai

Z_s menggunakan formula :

$$Z_s = \frac{\text{Jumlah } a_{ij}}{\text{Banyak Elemen } a_{ij} \times \text{Banyak Elemen } b_{ij}}$$

Dimana:

Z_s = Nilai Suffix

a_{ij} = Elemen bukan nol pada baris i dan kolom j

b_{ij} = Elemen nol pada baris i dan kolom j

Tabel 4. 68 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|-------------------------|--|-------------------|
| $S_{A \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{7+1+4+2+4+1+2+1}{8 \times 3}$ | 0,91 |
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{7+1+4+2+5+8+6}{7 \times 4}$ | 1,17 |
| $S_{B \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{4+4+5+2+1+4+3}{7 \times 4}$ | 0,82 |
| $S_{B \rightarrow III}$ | $Z_s = \frac{4+4+5+2+4+5+4+3+1}{9 \times 2}$ | 1,77 |
| $S_{C \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{4+4+5+3+4+1+2+1}{8 \times 3}$ | 1,00 |
| $S_{C \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{4+4+5+3+5+8+6}{7 \times 4}$ | 1,25 |
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{8+3+4+1+5+5+8+6}{8 \times 3}$ | 1,66 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{3+2+8+7+4+4+8}{7 \times 4}$ | 1,28 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{3+2+8+1+4+3}{6 \times 5}$ | 0,70 |
| $S_{E \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{3+2+8+2+2+3+5+2}{8 \times 3}$ | 1,12 |
| $S_{F \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{1+1+6+2+7+4+4+8}{8 \times 3}$ | 1,37 |
| $S_{F \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{1+1+6+2+1+4+3}{7 \times 4}$ | 0,64 |

Tabel 4. 69 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 4 | 0[0,91] | 0[1,17] | 2 |
| B | 4 | 0[0,82] | 0[1,77] | 4 | 5 | 2 |
| C | 4 | 4 | 5 | 0[1,00] | 0[1,25] | 3 |
| D | 8 | 3 | 4 | 1 | 0[1,66] | 5 |
| E | 0[1,28] | 0[0,70] | 3 | 2 | 8 | 0[1,12] |
| F | 0[1,37] | 0[0,64] | 1 | 1 | 6 | 2 |

Langkah 5 : Pilih biaya terbesar pada Z_s dari semua nilai suffix. Jika terdapat nilai suffix maksimum maka lakukan penugasan pada sumber dan tujuan yang bersesuaian. Setelah penugasan selesai hapus baris dan kolom yang bersesuaian dari d_{ij} yang akan menghasilkan matriks biaya kemungkinan baru. Jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang sama maka lanjutkan ke langkah 6.

Tabel 4. 70 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 4 | 0[0,91] | 0[1,17] | 2 |
| B | 4 | 0[0,82] | 0[1,77] | 4 | 5 | 2 |
| C | 4 | 4 | 5 | 0[1,00] | 0[1,25] | 3 |
| D | 8 | 3 | 4 | 1 | 0[1,66] | 5 |
| E | 0[1,28] | 0[0,70] | 3 | 2 | 8 | 0[1,12] |
| F | 0[1,37] | 0[0,64] | 1 | 1 | 6 | 2 |

Pada tabel 4.70 kita dapat melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 1,77 yang terletak pada pekerjaan B dan mesin III. Maka kita dapat langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan B kepada mesin III. Kemudian hapus baris dan kolom yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 71 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|--------------------|--------------|--------------------|--------------------|--------------|--------------|--------------|
| A | 7 | 1 | 4 | 0[0,91] | 0[1,17] | 2 |
| B | 4 | 0[0,82] | 0[1,77] | 4 | 5 | 2 |
| C | 4 | 4 | 5 | 0[1,00] | 0[1,25] | 3 |
| D | 8 | 3 | 4 | 1 | 0[1,66] | 5 |
| E | 0[1,28] | 0[0,70] | 3 | 2 | 8 | 0[1,12] |
| F | 0[1,37] | 0[0,64] | 1 | 1 | 6 | 2 |

Langkah 8 : Ulangi langkah 2 sampai 7 hingga alokasi terpenuhi.

Tabel 4. 72 Hasil Penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| | | | | | | |
|--------------------|--|---|----|----|---|----|
| Mesin Pekerjaan | | I | II | IV | V | VI |
| A | | 7 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| C | | 4 | 4 | 0 | 0 | 3 |
| D | | 8 | 3 | 1 | 0 | 5 |
| E | | 0 | 0 | 2 | 8 | 0 |
| F | | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 |

Tabel 4. 73 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|------------------------|--|-------------------|
| $S_{A \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{7+1+2+4+1+2+1}{6 \times 3}$ | 0,77 |
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{7+1+2+8+6}{5 \times 4}$ | 1,20 |
| $S_{C \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{4+4+3+1+2+1}{6 \times 3}$ | 0,83 |
| $S_{C \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{4+4+3+8+6}{5 \times 4}$ | 1,25 |
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{8+3+1+5+8+6}{6 \times 3}$ | 1,72 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{2+8+7+4+8}{5 \times 4}$ | 1,45 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{2+8+1+4+3}{5 \times 4}$ | 0,90 |
| $S_{E \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{2+8+2+3+5+2}{6 \times 3}$ | 1,22 |
| $S_{F \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{1+6+2+7+4+8}{6 \times 3}$ | 1,55 |

| | | |
|------------------------|--|------|
| $S_{F \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{1+6+2+1+4+3}{6 \times 3}$ | 0,94 |
|------------------------|--|------|

Tabel 4. 74 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | V | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 0[0,77] | 0[1,20] | 2 |
| C | 4 | 4 | 0[0,83] | 0[1,25] | 3 |
| D | 8 | 3 | 1 | 0[1,72] | 5 |
| E | 0[1,45] | 0[0,90] | 2 | 8 | 0[1,22] |
| F | 0[1,55] | 0[0,94] | 1 | 6 | 2 |

Tabel 4. 75 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | V | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 0[0,77] | 0[1,20] | 2 |
| C | 4 | 4 | 0[0,83] | 0[1,25] | 3 |
| D | 8 | 3 | 1 | 0[1,72] | 5 |
| E | 0[1,45] | 0[0,90] | 2 | 8 | 0[1,22] |
| F | 0[1,55] | 0[0,94] | 1 | 6 | 2 |

Pada tabel 4.75 kita dapat melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 1,72 yang terletak pada pekerjaan D dan mesin V. Maka kita dapat langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan D kepada mesin V. Kemudian hapus baris dan kolom yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 76 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | V | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 0[0,77] | 0[1,20] | 2 |
| C | 4 | 4 | 0[0,83] | 0[1,25] | 3 |
| D | 0 | 5 | 1 | 0[1,72] | 5 |
| | | | | | |
| E | 0[1,45] | 0[0,90] | 2 | 3 | 0[1,22] |
| F | 0[1,55] | 0[0,94] | 1 | 5 | 2 |

Tabel 4. 77 Hasil Penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | VI |
|--------------------|---|----|----|----|
| A | 7 | 1 | 0 | 2 |
| C | 4 | 4 | 0 | 3 |
| E | 0 | 0 | 2 | 0 |
| F | 0 | 0 | 1 | 2 |

Tabel 4. 78 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|------------------------|--|-------------------|
| $S_{A \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{7+1+2+2+1}{5 \times 2}$ | 1,30 |
| $S_{C \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{4+4+3+2+1}{5 \times 2}$ | 1,40 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{2+7+4}{3 \times 4}$ | 1,08 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{2+1+4}{3 \times 4}$ | 0,58 |
| $S_{E \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{2+2+3+2}{4 \times 3}$ | 0,75 |
| $S_{F \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{1+6+2+7+4+8}{6 \times 3}$ | 1,16 |
| $S_{F \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{1+2+1+4}{4 \times 3}$ | 0,66 |

Tabel 4. 79 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 0[1,30] | 2 |
| C | 4 | 4 | 0[1,40] | 3 |
| E | 0[1,08] | 0[0,58] | 2 | 0[0,75] |
| F | 0[1,16] | 0[0,66] | 1 | 2 |

Tabel 4. 80 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 0[1,30] | 2 |
| C | 4 | 4 | 0[1,40] | 3 |
| E | 0[1,08] | 0[0,58] | 2 | 0[0,75] |
| F | 0[1,55] | 0[0,66] | 1 | 2 |

Pada tabel 4.79 kita dapat melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 1,40 yang terletak pada pekerjaan C dan mesin IV. Maka kita dapat langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan C kepada mesin IV. Kemudian hapus baris dan kolom yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 81 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | IV | VI |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 7 | 1 | 0[1,30] | 2 |
| C | 4 | 4 | 0[1,40] | 3 |
| E | 0[1,08] | 0[0,58] | 2 | 0[0,75] |
| F | 0[1,55] | 0[0,66] | 1 | 2 |

Tabel 4. 82 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin Pekerjaan | I | II | VI |
|--------------------|---|----|----|
| A | 7 | 1 | 2 |
| E | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 2 |

Pada tabel 4.82 menunjukan bahwa tidak terdapat nilai nol pada baris A maka kita akan melakukan reduksi baris dengan cara menentukan biaya minimum pada setiap baris kemudian kurangkan biaya minimum pada baris tersebut dengan semua elemen baris yang bersesuaian pada matriks biaya.

Tabel 4. 83 Nilai minimum pada setiap baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | VI |
|--------------------|---|----|----|
| A | 7 | 1 | 2 |
| E | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 2 |

Tabel 4. 84 Hasil Reduksi Baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | VI |
|--------------------|---|----|----|
| A | 6 | 0 | 1 |
| E | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 2 |

Tabel 4. 85 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|------------------------|--------------------------------|-------------------|
| $S_{A \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{1+4}{2 \times 3}$ | 1,16 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{0}{1 \times 4}$ | 1,50 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{0}{0 \times 5}$ | 0,00 |
| $S_{E \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{1+2}{2 \times 3}$ | 0,50 |
| $S_{F \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{2+6}{2 \times 3}$ | 1,60 |
| $S_{F \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{2}{1 \times 4}$ | 0,50 |

Tabel 4. 86 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin / Pekerjaan | I | II | VI |
|-------------------|---------|---------|---------|
| A | 6 | 0[1,16] | 1 |
| E | 0[1,50] | 0[0,00] | 0[0,50] |
| F | 0[1,60] | 0[0,50] | 2 |

Tabel 4. 87 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin / Pekerjaan | I | II | VI |
|-------------------|---------|---------|---------|
| A | 6 | 0[1,16] | 1 |
| E | 0[1,50] | 0[0,00] | 0[0,50] |
| F | 0[1,60] | 0[0,50] | 2 |

Tabel 4. 88 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | VI |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| A | 5 | 0[1,16] | 1 |
| E | 0[1,50] | 0[0,00] | 0[0,50] |
| F | 0[1,60] | 0[0,50] | Z |

Tabel 4. 89 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin \ Pekerjaan | II | VI |
|-------------------|----|----|
| A | 0 | 1 |
| E | 0 | 0 |

Tabel 4. 90 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | U Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|------------------------|------------------------------|-------------------|
| $S_{A \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{1}{1 \times 2}$ | 0,50 |
| $S_{E \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{0}{0 \times 0}$ | 0,00 |
| $S_{E \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{1}{1 \times 2}$ | 0,50 |

Tabel 4. 91 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin \ Pekerjaan | II | VI |
|-------------------|---------|---------|
| A | 0[0,50] | 1 |
| E | 0[0,00] | 0[0,50] |

Tabel 4. 92 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | II | VI |
|-------------------|---------|---------|
| A | 0[0,50] | 1 |
| E | 0[0,00] | 0[0,50] |

Karena terdapat dua nilai suffix yang sama besar maka lanjutkan langkah 6.

Langkah 6 : Jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang sama maka pilih Z_s dengan mencari selisih antara elemen maksimum dan elemen minimum dari posisi suffix dengan rumus:

$$C.D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

Dimana :

$C.D [R(i)]$ = Biaya selisih dari sumber i

Max_{cs} = Biaya terbesar yang bersesuaian dengan posisi suffix

Min_{cs} = Biaya terkecil yang bersesuaian dengan posisi suffix

Nilai awal pada nilai suffix [0,50] yang terletak pada mesin I dan pekerjaan A adalah 6 , dan nilai awal pada nilai suffix [0,50] yang terletak pada mesin VI dan pekerjaan E adalah 8. Maka:

$$C.D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

$$C.D [R(A)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 6 - 0 = 6$$

$$C.D [R(E)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 8 - 0 = 8$$

$$Max \{C.D [R(D)], C.D [R(E)]\} = 8$$

Karena nilai selisih 8 yaitu yang terbesar terletak pada pekerjaan E dan mesin VI maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan E kepada mesin VI dan pekerjaan A akan dikerjakan oleh mesin II.

Tabel 4. 93 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | II | V |
|-------------------|---------|---------|
| A | 0[0,50] | 1 |
| E | 0[0,00] | 0[0,50] |

Hasil akhir dari penugasan dapat dilihat pada tabel 4.94

Tabel 4. 94 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 2 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI |
|-------------------|---|----|-----|----|----|----|
| A | 9 | 6 | 7 | 5 | 3 | 10 |
| B | 6 | 4 | 2 | 8 | 7 | 9 |
| C | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 12 |
| D | 9 | 6 | 5 | 4 | 1 | 11 |
| E | 3 | 5 | 6 | 7 | 11 | 8 |
| F | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 9 |

Langkah 9 : Hitung Total Biaya

$$\text{Minimasi } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 C_{ij} X_{ij}$$

$$\begin{aligned} &= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{14}X_{14} + C_{15}X_{15} + C_{16}X_{16} + C_{21}X_{21} + \\ &\quad C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{25}X_{25} + C_{26}X_{26} + C_{31}X_{31} + \\ &\quad C_{32}X_{32} + C_{33}X_{33} + C_{34}X_{34} + C_{35}X_{35} + C_{36}X_{36} + C_{41}X_{41} + \\ &\quad C_{42}X_{42} + C_{43}X_{43} + C_{44}X_{44} + C_{45}X_{45} + C_{46}X_{46} + C_{51}X_{51} + \\ &\quad C_{52}X_{52} + C_{53}X_{53} + C_{54}X_{54} + C_{55}X_{55} + C_{61}X_{61} + C_{62}X_{62} + \\ &\quad C_{63}X_{63} + C_{64}X_{64} + C_{65}X_{65} + C_{66}X_{66} + \\ &= (9 \times 0) + (6 \times 1) + (7 \times 0) + (5 \times 0) + (3 \times 0) + (10 \times 0) + (6 \times 0) + \\ &\quad (4 \times 0) + (2 \times 1) + (8 \times 0) + (7 \times 0) + (9 \times 0) + (8 \times 0) + (10 \times 0) + (9 \\ &\quad \times 0) + (6 \times 1) + (4 \times 0) + (12 \times 0) + (9 \times 0) + (6 \times 0) + (5 \times 1) + (4 \times 0) \\ &\quad + (1 \times 0) + (11 \times 0) + (3 \times 0) + (5 \times 0) + (6 \times 0) + (7 \times 0) + (11 \times 0) + \\ &\quad (8 \times 1) + (2 \times 0) + (4 \times 0) + (3 \times 0) + (5 \times 0) + (8 \times 0) + (9 \times 0) \\ &= 6 + 2 + 6 + 1 + 8 + 2 \\ &= 25 \$ \end{aligned}$$

Dari tabel 4.94 dapat dihitung biaya minimum yang dikeluarkan oleh setiap pekerjaan ke masing-masing mesin dalam masalah penugasan dengan satuan \$, dengan rincian sebagai berikut :

Pekerjaan A yang ditugaskan ke mesin IV dengan biaya 5 \$.

Pekerjaan B yang ditugaskan ke mesin III dengan biaya 2 \$.

Pekerjaan C yang ditugaskan ke mesin II dengan biaya 10 \$.

Pekerjaan D yang ditugaskan ke mesin V dengan biaya 1 \$.

Pekerjaan E yang ditugaskan ke mesin VI dengan biaya 8 \$.

Pekerjaan F yang ditugaskan ke mesin I dengan biaya 2 \$.

Sehingga dengan menggunakan Metode Sujatha Murthy didapatkan biaya seminimal mungkin yaitu 28 \$.

4.3.3 Analisis Perbandingan Hasil Kasus 2 Minimasi-Balanced

Analisis perbandingan pada contoh kasus 2 dengan Metode Sujatha- Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* ditunjukkan pada tabel 4.95

Tabel 4. 95 Perbandingan Hasil Contoh Kasus 2 : Minimasi –*Balanced*

| Metode | Alokasi Penugasan | | Solusi Optimal |
|---|-------------------|-------|----------------|
| | Pekerjaan | Mesin | |
| Sujatha Murthy | A | 4 | 28 |
| | B | 3 | |
| | C | 2 | |
| | D | 5 | |
| | E | 6 | |
| | F | 1 | |
| <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | A | 2 | 25 |
| | B | 3 | |
| | C | 4 | |
| | D | 5 | |
| | E | 6 | |
| | F | 1 | |

Pada contoh kasus 2 dengan data penugasan seimbang (*balanced*) telah diselesaikan masalah penugasan dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*. Sesuai tabel 4.95 didapatkan hasil yang berbeda antara kedua metode. Untuk metode Sujatha-Murthy didapatkan hasil 28 \$ dan untuk biaya minimal metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* sebesar 25 \$. Dari kedua metode tersebut terdapat selisih biaya

minimal sebesar 3 \$. Maka dari perbedaan tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa untuk kasus pertama ini metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* lebih baik dibandingkan dengan metode Sujatha-Murthy karena menghasilkan biaya yang paling minimal.

4.4 Analisis Data Kasus 3 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*

Data yang diperoleh dari jurnal yang berjudul “Penyelesaian Masalah Penugasan Menggunakan Metode *Hungarian* dan Penalti”, Ayu Lestari dan Sri Basriati (2017) [2]. Memberikan suatu permasalahan penugasan dimana perusahaan memiliki delapan tugas yang akan dikerjakan oleh delapan orang karyawan. Biaya penugasan setiap karyawan berbeda-beda, akan dicari solusi optimal untuk meminimumkan biaya setiap karyawan untuk setiap tugasnya. Untuk data biaya penugasan ditunjukkan pada tabel 4.96

Tabel 4. 96 Data Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 3 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

4.4.1 Analisis Data Kasus 3 dengan Menggunakan Metode Sujatha-Murthy

Dalam contoh kasus 3 ini akan menggunakan Metode Sujatha-Murthy, adapun algoritma untuk penugasan ini adalah:

Buatlah matriks masalah penugasan.

Tabel 4. 97 Data Awal penugasan contoh kasus 3 dengan metode Sujatha Murthy

| Mesin / Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VII |
|-------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

Dikarenakan contoh kasus diatas merupakan data yang seimbang (balance) maka kita lanjutkan ke langkah 1.

Langkah 1 : Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk maksimasi maka identifikasi elemen terbesar pada setiap kolom penugasan kemudian lakukan pengurangan semua elemen pada setiap kolom penugasan dengan elemen terbesar tersebut. Jika fungsi tujuan dari matriks penugasan untuk minimasi lanjut ke langkah 2

Karena contoh kasusnya adalah kasus minimasi maka kita akan lanjutkan ke langkah 2.

Langkah 2 : Reduksi kolom dengan cara menentukan nilai terkecil pada setiap kolom kemudian kurangi nilai terkecil tersebut dengan nilai yang bersesuaian

Tabel 4. 98 Elemen Terkecil Pada Setiap Kolom

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VII |
|-------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

Tabel 4. 99 Hasil Pengurangan Elemen Terkecil pada Setiap Kolom

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|-------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| A | 8 | 30 | 18 | 13 | 0 | 16 | 30 | 24 |
| B | 22 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 | 29 |
| C | 14 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 | 12 |
| D | 27 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 | 12 |
| E | 0 | 0 | 12 | 1 | 11 | 7 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | |
|---|----|----|---|----|----|----|----|----|
| F | 17 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 | 22 |
| G | 26 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 | 18 |
| H | 14 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 | 28 |

Langkah 3 : Tentukan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom. Cari selisih setiap kolom dengan cara mengurangi elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama untuk memperoleh nilai perbedaan serta letakkan hasil pengurangan di kolom yang sesuai.

Tabel 4. 100 Penentuan elemen terkecil pertama dan elemen terkecil kedua pada setiap kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| A | 8 | 30 | 18 | 13 | 0 | 16 | 30 | 24 |
| B | 22 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 | 29 |
| C | 14 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 | 12 |
| D | 27 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 | 12 |
| E | 0 | 0 | 12 | 1 | 11 | 7 | 0 | 0 |
| F | 17 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 | 22 |
| G | 26 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 | 18 |
| H | 14 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 | 2 |

Tabel 4. 101 Hasil dari pengurangan elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| A | 8 | 30 | 18 | 13 | 0 | 16 | 30 | 24 |
| B | 22 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 | 29 |
| C | 14 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 | 12 |
| D | 27 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 | 12 |
| E | 0 | 0 | 12 | 1 | 11 | 7 | 0 | 0 |
| F | 17 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 | 22 |
| G | 26 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 | 18 |
| H | 14 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 | 2 |
| | 8 | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 | 12 |

Langkah 4 : Identifikasi baris yang memiliki nilai selisih terbesar kemudian pilih elemen dengan nilai terkecil pada kolom yang telah dipilih

Tabel 4. 102 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| A | 8 | 30 | 18 | 13 | 0 | 16 | 30 | 24 |
| B | 22 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 | 29 |
| C | 14 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 | 12 |
| D | 27 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 | 12 |

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| E | 0 | 0 | 12 | 1 | 11 | 7 | 0 | 0 |
| F | 17 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 | 22 |
| G | 26 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 | 18 |
| H | 14 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 | 2 |
| | 8 | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 | 12 |

Langkah 5 : Alokasikan sumber dengan tujuan yang sesuai berdasarkan langkah

4. Tarik garis pada sumber dan tujuan yang telah teralokasikan.

Pada tabel 4.102 nilai selisih terbesar adalah 12 yang terletak pada mesin VIII, dan nilai terkecil pada mesin VIII adalah 0 yang terletak pada pekerjaan E. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan E kepada mesin VIII. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.103

Tabel 4. 103 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| A | 8 | 30 | 18 | 13 | 0 | 16 | 30 | 2 |
| B | 22 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 | 2 |
| C | 14 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 | 1 |
| D | 27 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 | 1 |
| E | 0 | 0 | 12 | 1 | 11 | 7 | 0 | 0 |
| F | 17 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 | 2 |
| G | 26 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 | 1 |
| H | 14 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 | 2 |
| | 8 | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 | 1 |

Langkah 6 : Ulangi langkah 4 dan 5 sampai solusi optimal terpenuhi.

Tabel 4. 104 Hasil identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|
| A | 8 | 30 | 18 | 13 | 0 | 16 | 30 |
| B | 22 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 |
| C | 14 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 |
| D | 27 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 |
| F | 17 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 |
| G | 26 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 |
| H | 14 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 |
| | 8 | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 |

Pada tabel 4.104 nilai selisih terbesar adalah 8 yang terletak pada mesin I, dan nilai terkecil pada mesin I adalah 0 yang terletak pada pekerjaan A. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan A kepada mesin I. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.105

Tabel 4. 105 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | | II | III | IV | V | VI | VII |
|--------------------|---|----|-----|----|----|----|-----|
| A | | 30 | 18 | 15 | 0 | 16 | 30 |
| B | 2 | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 |
| C | 1 | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 |
| D | 2 | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 |
| F | 1 | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 |
| G | 2 | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 |
| H | 1 | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 |
| | | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 |

Tabel 4. 106 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin Pekerjaan | II | III | IV | V | VI | VII |
|--------------------|----|-----|----|----|----|-----|
| B | 12 | 27 | 37 | 6 | 0 | 12 |
| C | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 |
| D | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 |
| F | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 |
| G | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 |
| H | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 |
| | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 |

Pada tabel 4.106 nilai selisih terbesar adalah 7 yang terletak pada mesin VI, dan nilai terkecil pada mesin VI adalah 0 yang terletak pada pekerjaan B. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan B kepada mesin VI. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.107

Tabel 4. 107 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | II | III | IV | V | VI | VII |
|-------------------|----|-----|----|----|----|-----|
| B | 12 | 21 | 31 | 6 | 0 | 12 |
| C | 0 | 6 | 29 | 34 | 19 | 24 |
| D | 23 | 37 | 17 | 9 | 32 | 28 |
| F | 6 | 0 | 18 | 38 | 31 | 12 |
| G | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 | 6 |
| H | 24 | 4 | 13 | 18 | 7 | 16 |
| | 0 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 |

Tabel 4. 108 Hasil Identifikasi Nilai Selisih Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | II | III | IV | V | VII |
|-------------------|----|-----|----|----|-----|
| C | 0 | 6 | 29 | 34 | 24 |
| D | 23 | 37 | 17 | 9 | 28 |
| F | 6 | 0 | 18 | 38 | 12 |
| G | 27 | 8 | 0 | 3 | 6 |
| H | 24 | 4 | 13 | 18 | 16 |
| | 0 | 4 | 1 | 3 | 6 |

Pada tabel 4.108 nilai selisih terbesar adalah 6 yang terletak pada mesin VII, dan nilai terkecil pada mesin VII adalah 6 yang terletak pada pekerjaan G. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan G kepada mesin VII. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.109

Tabel 4. 109 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | II | III | IV | V | VII |
|-------------------|----|-----|----|----|-----|
| C | 0 | 6 | 29 | 34 | 2 |
| D | 23 | 37 | 17 | 9 | 2 |
| F | 6 | 0 | 18 | 38 | 1 |
| G | 21 | 8 | 0 | 5 | 0 |
| H | 24 | 4 | 13 | 18 | 1 |
| | 0 | 4 | 1 | 3 | 5 |

Tabel 4. 110 Hasil Identifikasi Selisih Tebesar

| Mesin \ Pekerjaan | II | III | IV | V |
|-------------------|----|-----|----|----|
| C | 0 | 6 | 29 | 34 |
| D | 23 | 37 | 17 | 9 |
| F | 6 | 0 | 18 | 38 |
| H | 24 | 4 | 13 | 18 |
| | 0 | 4 | 1 | 3 |

Pada tabel 4.110 nilai selisih terbesar adalah 4 yang terletak pada mesin III, dan nilai terkecil pada mesin III adalah 0 yang terletak pada pekerjaan F. Maka

kita dapat mengalokasikan pekerjaan F kepada mesin III. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.111

Tabel 4. 111 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | II | III | IV | V |
|-------------------|----|-----|----|----|
| C | 0 | 0 | 29 | 34 |
| D | 23 | 3 | 17 | 9 |
| F | 0 | 0 | 18 | 38 |
| H | 24 | 4 | 13 | 18 |
| | 0 | 4 | 1 | 3 |

Tabel 4. 112 Identifikasi Selisih Terbesar

| Mesin \ Pekerjaan | II | IV | V |
|-------------------|----|----|----|
| C | 0 | 29 | 34 |
| D | 23 | 17 | 9 |
| H | 24 | 13 | 18 |
| | 0 | 1 | 3 |

Pada tabel 4.112 nilai selisih terbesar adalah 3 yang terletak pada mesin V, dan nilai terkecil pada mesin V adalah 9 yang terletak pada pekerjaan D. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan D kepada mesin V. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.113

Tabel 4. 113 Alokasi Penugasan

| Pekerjaan \ Mesin | Mesin | | |
|-------------------|-------|----|---|
| | II | IV | V |
| C | 0 | 29 | 3 |
| D | 25 | 17 | 9 |
| H | 24 | 13 | 1 |
| | 0 | 1 | 3 |

Tabel 4. 114 Identifikasi Selisih Terbesar

| Pekerjaan \ Mesin | Mesin | |
|-------------------|-------|----|
| | II | IV |
| C | 0 | 29 |
| H | 24 | 13 |
| | 0 | 1 |

Pada tabel 4.114 nilai selisih terbesar adalah 1 yang terletak pada mesin IV, dan nilai terkecil pada mesin I adalah 13 yang terletak pada pekerjaan H. Maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan H kepada mesin IV dan pekerjaan C kepada mesin II. Hasil alokasi penugasan seperti di tabel 4.115

Tabel 4. 115 Alokasi Penugasan

| | | |
|--------------------|----|---|
| Mesin Pekerjaan | II | I |
| | 0 | 2 |
| C | 0 | 1 |
| II | 24 | |
| | 0 | 1 |

Hasil dari penugasan dapat dilihat pada tabel 4.116

Tabel 4. 116 Hasil Penugasan kasus minimasi pada contoh kasus 3 dengan data seimbang (*balance*)

| Mesin Pekerjaan | Mesin | | | | | | | |
|--------------------|-------|----|-----|----|----|----|-----|------|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

Langkah 7 : Hitung Total Biaya

$$\text{Minimasi } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 C_{ij} X_{ij}$$

$$\begin{aligned}
&= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{14}X_{14} + C_{15}X_{15} + C_{21}X_{22} + \\
&C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{25}X_{25} + C_{31}X_{31} + C_{32}X_{32} + \\
&C_{33}X_{33} + C_{34}X_{34} + C_{35}X_{35} + C_{41}X_{41} + C_{42}X_{42} + C_{43}X_{43} + \\
&C_{44}X_{44} + C_{45}X_{45} + C_{51}X_{51} + C_{52}X_{52} + C_{53}X_{53} + C_{54}X_{54} + \\
&C_{55}X_{55} + C_{61}X_{61} + C_{62}X_{62} + C_{63}X_{63} + C_{64}X_{64} + C_{65}X_{65} + \\
&C_{66}X_{66} + C_{67}X_{67} + C_{68}X_{68} + C_{71}X_{71} + C_{72}X_{72} + C_{73}X_{73} + \\
&C_{74}X_{74} + C_{75}X_{75} + C_{76}X_{76} + C_{77}X_{77} + C_{78}X_{78} + C_{81}X_{81} + \\
&C_{82}X_{82} + C_{82}X_{82} + C_{83}X_{83} + C_{84}X_{84} + C_{85}X_{85} + C_{86}X_{86} + \\
&C_{87}X_{87} + C_{88}X_{88} \\
&= (54 \times 1) + (84 \times 0) + (72 \times 0) + (63 \times 0) + (51 \times 0) + (69 \times 0) + (90 \times \\
&0) + (78 \times 0) + (68 \times 0) + (66 \times 0) + (81 \times 0) + (87 \times 0) + (57 \times 0) + \\
&(53 \times 1) + (72 \times 0) + (83 \times 0) + (60 \times 0) + (54 \times 1) + (79 \times 0) + (85 \times \\
&0) + (72 \times 0) + (84 \times 0) + (66 \times 0) + (73 \times 0) + (77 \times 0) + (91 \times 0) \\
&+ (67 \times 0) + (60 \times 1) + (85 \times 0) + (88 \times 0) + (78 \times 0) + (46 \times 0) + (54 \times \\
&0) + (66 \times 0) + (51 \times 0) + (62 \times 0) + (60 \times 0) + (60 \times 0) + (54 \times 0) + \\
&(63 \times 0) + (60 \times 0) + (54 \times 1) + (68 \times 0) + (84 \times 0) + (84 \times 0) + (72 \times \\
&0) + (76 \times 0) + (72 \times 0) + (81 \times 0) + (62 \times 0) + (50 \times 0) + (61 \times 0) \\
&+ (61 \times 0) + (66 \times 1) + (72 \times 0) + (60 \times 0) + (78 \times 0) + (58 \times 0) + (63 \times \\
&1) + (69 \times 0) + (60 \times 0) + (76 \times 0) + (82 \times 0) \\
&= 54 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 53 + 0 + 0 + 0 + 54 \\
&+ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 60 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \\
&0 + 0 + 0 + 0 + 54 + 0 + 0 + 54 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \\
&0 + 0 + 66 + 0 + 0 + 0 + 63 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \\
&= 54 + 53 + 54 + 60 + 54 + 54 + 66 + 63 \\
&= 458 \$
\end{aligned}$$

Dari tabel 4.116 dapat dihitung biaya minimum yang dikeluarkan oleh setiap pekerjaan ke masing-masing mesin dalam masalah penugasan dengan satuan \$, dengan rincian sebagai berikut :

Pekerjaan A yang ditugaskan ke mesin I dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan B yang ditugaskan ke mesin VI dengan biaya 53 \$.

Pekerjaan C yang ditugaskan ke mesin II dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan D yang ditugaskan ke mesin V dengan biaya 60 \$.

Pekerjaan E yang ditugaskan ke mesin VIII dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan F yang ditugaskan ke mesin III dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan G yang ditugaskan ke mesin VII dengan biaya 66 \$.

Pekerjaan H yang ditugaskan ke mesin IV dengan biaya 63 \$.

Sehingga dengan menggunakan Metode Sujatha Murthy didapatkan biaya seminimal mungkin yaitu 458 \$.

4.4.2 Analisis Data Kasus 3 Dengan Menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*

Dalam contoh kasus 3 ini akan menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*, adapun algoritma untuk penugasan ini adalah:

Langkah 1 : Buatlah matriks masalah penugasan..

Tabel 4. 117 Data awal penugasan contoh kasus 3 dengan metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZS)*

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VII |
|-------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

Langkah 2 : Reduksi Baris dengan cara menentukan biaya minimum disetiap baris, kemudian kurangkan biaya minimum pada baris tersebut dengan semua elemen baris yang bersesuaian pada matriks biaya.

Tabel 4. 118 Biaya Minimum pada Setiap Baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

Tabel 4. 119 Hasil Pengurangan pada Setiap Baris

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|----|---|----|-----|------|
| A | 3 | 33 | 21 | 12 | 0 | 18 | 39 | 27 |
| B | 15 | 13 | 28 | 34 | 4 | 0 | 19 | 30 |

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| C | 6 | 0 | 6 | 25 | 31 | 18 | 30 | 12 |
| D | 13 | 17 | 31 | 7 | 0 | 25 | 28 | 18 |
| E | 0 | 8 | 20 | 5 | 16 | 14 | 14 | 8 |
| F | 9 | 6 | 0 | 14 | 35 | 30 | 18 | 22 |
| G | 22 | 31 | 12 | 0 | 4 | 11 | 16 | 22 |
| H | 0 | 18 | 2 | 3 | 9 | 0 | 16 | 24 |

Langkah 3 : Reduksi kolom dengan cara menentukan biaya minimum disetiap kolom, kemudian kurangkan biaya minimum pada kolom tersebut dengan semua elemen kolom yang bersesuaian pada matriks biaya.

Tabel 4. 120 Biaya minimum pada setiap kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| A | 3 | 33 | 21 | 12 | 0 | 18 | 39 | 27 |
| B | 15 | 13 | 28 | 34 | 4 | 0 | 19 | 30 |
| C | 6 | 0 | 6 | 25 | 31 | 18 | 30 | 12 |
| D | 13 | 17 | 31 | 7 | 0 | 25 | 28 | 18 |
| E | 0 | 8 | 20 | 5 | 16 | 14 | 14 | 8 |
| F | 9 | 6 | 0 | 14 | 35 | 30 | 18 | 22 |
| G | 22 | 31 | 12 | 0 | 4 | 11 | 16 | 22 |
| H | 0 | 18 | 2 | 3 | 9 | 0 | 16 | 24 |

Tabel 4. 121 Hasil Pengurangan Biaya Minimum pada Setiap Kolom

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|------|
| A | 3 | 33 | 21 | 12 | 0 | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 13 | 28 | 34 | 4 | 0 | 5 | 22 |
| C | 6 | 0 | 6 | 25 | 31 | 18 | 16 | 4 |
| D | 13 | 17 | 31 | 7 | 0 | 25 | 14 | 10 |
| E | 0 | 8 | 20 | 5 | 16 | 14 | 0 | 0 |
| F | 9 | 6 | 0 | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 22 | 31 | 12 | 0 | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0 | 18 | 2 | 3 | 9 | 0 | 2 | 16 |

Langkah 4 : Tentukan nilai Suffiks dari semua nilai nol yang disebut sebagai Z_s menggunakan formula :

$$Z_s = \frac{\text{Jumlah } a_{ij}}{\text{Banyak Elemen } a_{ij} \times \text{Banyak Elemen } b_{ij}}$$

Dimana:

Z_s = Nilai Suffix

a_{ij} = Elemen bukan nol pada baris i dan kolom j

b_{ij} = Elemen nol pada baris i dan kolom j

Tabel 4. 122 Penentuan nilai suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|--------------------------|--|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{3 + 33 + 21 + 12 + 18 + 25 + 19 + 4 + 31 + 16 + 35 + 4 + 9}{13 \times 2}$ | 12,3 |
| $S_{B \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{15 + 13 + 28 + 34 + 4 + 5 + 22 + 18 + 18 + 25 + 14 + 30 + 11}{13 \times 2}$ | 9,11 |
| $S_{C \rightarrow II}$ | $Z_s = \frac{6 + 6 + 25 + 31 + 18 + 16 + 4 + 33 + 13 + 17 + 8 + 6 + 31 + 18}{14 \times 1}$ | 16,57 |
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{13 + 17 + 31 + 7 + 25 + 14 + 10 + 4 + 31 + 16 + 35 + 4 + 9}{13 \times 2}$ | 8,30 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{8 + 20 + 5 + 16 + 14 + 3 + 15 + 6 + 13 + 9 + 22}{11 \times 4}$ | 2,97 |
| $S_{E \rightarrow VII}$ | $Z_s = \frac{8 + 20 + 5 + 16 + 14 + 25 + 5 + 16 + 14 + 2 + 2}{11 \times 3}$ | 3,84 |
| $S_{E \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{8 + 20 + 5 + 16 + 14 + 19 + 22 + 4 + 10 + 14 + 14 + 16}{12 \times 3}$ | 4,50 |
| $S_{F \rightarrow III}$ | $Z_s = \frac{9 + 6 + 14 + 35 + 30 + 4 + 14 + 21 + 28 + 6 + 31 + 20 + 12 + 2}{14 \times 1}$ | 16,57 |
| $S_{G \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{22 + 31 + 12 + 4 + 11 + 2 + 14 + 12 + 34 + 25 + 7 + 5 + 14 + 3}{14 \times 1}$ | 14,00 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{18 + 2 + 3 + 9 + 2 + 16 + 3 + 15 + 16 + 13 + 9 + 22}{12 \times 3}$ | 3,55 |
| $S_{H \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{18 + 2 + 3 + 9 + 2 + 16 + 18 + 18 + 25 + 14 + 30 + 11}{12 \times 3}$ | 4,61 |

Tabel 4. 123 Hasil penjumlahan nilai suffix

| Mesin / Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|-------------------|----|----|-----|----|----------|---------|-----|------|
| A | 3 | 33 | 21 | 12 | 0[12,30] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 13 | 28 | 34 | 4 | 0[9,11] | 5 | 22 |

| | | | | | | | | |
|---|---------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| C | 6 | 0[16,57] | 6 | 25 | 31 | 18 | 16 | 4 |
| D | 13 | 17 | 31 | 7 | 0[8,30] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[2,97] | 8 | 20 | 5 | 16 | 14 | 0[3,84] | 0[4,50] |
| F | 9 | 6 | 0[16,57] | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 22 | 31 | 12 | 0[14,00] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,55] | 18 | 2 | 3 | 9 | 0[4,61] | 2 | 16 |

Langkah 5 :Pilih biaya terbesar pada Z_s dari semua nilai suffix. Jika terdapat nilai suffix maksimum maka lakukan penugasan pada sumber dan tujuan yang bersesuaian. Setelah penugasan selesai hapus baris dan kolom yang bersesuaian dari d_{ij} yang akan menghasilkan matriks biaya kemungkinan baru. Jika terdapat 2 atau lebih biaya Z_s yang sama lanjutkan ke langkah 6.

Tabel 4. 124 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|-------------|----------|-----|----|----------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 33 | 21 | 12 | 0[12,30] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 13 | 28 | 34 | 4 | 0[9,11] | 5 | 22 |
| C | 6 | 0[16,57] | 6 | 25 | 31 | 18 | 16 | 4 |
| D | 13 | 17 | 31 | 7 | 0[8,30] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0 [2,97] | 8 | 20 | 5 | 16 | 14 | 0[3,84] | 0[4,50] |

| | | | | | | | | |
|---|---------|----|----------|----------|----|---------|---|----|
| F | 9 | 6 | 0[16,57] | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 21 | 31 | 12 | 0[14,00] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,55] | 18 | 2 | 3 | 9 | 0[4,61] | 2 | 16 |

Langkah 6 : Jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang sama maka pilih Z_s dengan mencari selisih antara elemen maksimum dan elemen minimum dari posisi suffix dengan rumus:

$$C.D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

Dimana :

$C.D [R(i)]$ = Biaya selisih dari sumber i

Max_{cs} = Biaya terbesar yang bersesuaian dengan posisi suffix

Min_{cs} = Biaya terkecil yang bersesuaian dengan posisi suffix

Nilai awal pada nilai suffix [16,57] yang terletak pada mesin II dan pekerjaan C adalah 54 , dan nilai awal pada nilai suffix [16,57] yang terletak pada mesin III dan pekerjaan F adalah 54. Maka:

$$C.D [R(i)] = Max_{cs} - Min_{cs}$$

$$C.D [R(C)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 54 - 0 = 54$$

$$C.D [R(D)] = Max_{cs} - Min_{cs} = 54 - 0 = 54$$

$$\text{Max} \{C.D [R(C)], C.D [R(D)]\} = 54$$

Karena nilai selisihnya sama maka kita dapat mengalokasikan pekerjaan C kepada mesin II.

Tabel 4. 125 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|-------------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 3 | 21 | 12 | 0[12,30] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 1 | 28 | 34 | 4 | 0[9,11] | 5 | 22 |
| C | 6 | 0[16,57] | 6 | 25 | 31 | 18 | 16 | 4 |
| D | 13 | 1 | 31 | 7 | 0[8,30] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0 [2,97] | 8 | 20 | 5 | 16 | 14 | 0[3,84] | 0[4,50] |
| F | 9 | 6 | 0[16,57] | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 22 | 3 | 12 | 0[14,00] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,55] | 1 | 2 | 3 | 9 | 0[4,61] | 2 | 16 |

Langkah 8 : Lakukan langkah 2 sampai 7 hingga semua tugas teralokasikan.

Tabel 4. 126 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin Pekerjaan | I | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|----|-----|----|---|----|-----|------|
| A | 3 | 21 | 12 | 0 | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 28 | 34 | 4 | 0 | 5 | 22 |
| D | 13 | 31 | 7 | 0 | 25 | 14 | 10 |

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|---|----|
| E | 0 | 20 | 5 | 16 | 14 | 0 | 0 |
| F | 9 | 0 | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 22 | 12 | 0 | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0 | 2 | 3 | 9 | 0 | 2 | 16 |

Tabel 4. 127 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|--------------------------|--|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{3 + 21 + 12 + 18 + 25 + 19 + 4 + 16 + 35 + 4 + 9}{11 \times 2}$ | 7,45 |
| $S_{B \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{15 + 28 + 34 + 4 + 5 + 22 + 18 + 25 + 14 + 30 + 11}{11 \times 2}$ | 9,36 |
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{13 + 31 + 7 + 25 + 14 + 10 + 4 + 16 + 35 + 4 + 9}{11 \times 2}$ | 7,63 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{20 + 5 + 16 + 14 + 3 + 15 + 13 + 9 + 22}{9 \times 4}$ | 3,25 |
| $S_{E \rightarrow VII}$ | $Z_s = \frac{20 + 5 + 16 + 14 + 25 + 5 + 14 + 2 + 2}{10 \times 3}$ | 3,56 |
| $S_{E \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{20 + 5 + 16 + 14 + 19 + 22 + 10 + 14 + 14 + 16}{10 \times 3}$ | 5,00 |
| $S_{F \rightarrow III}$ | $Z_s = \frac{9 + 14 + 35 + 30 + 4 + 14 + 21 + 28 + 31 + 20 + 12 + 2}{12 \times 1}$ | 18,33 |
| $S_{G \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{22 + 12 + 4 + 11 + 2 + 14 + 12 + 34 + 7 + 5 + 14 + 3}{12 \times 1}$ | 11,66 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{2 + 3 + 9 + 2 + 16 + 3 + 15 + 13 + 9 + 22}{10 \times 3}$ | 3,13 |
| $S_{H \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{2 + 3 + 9 + 2 + 16 + 18 + 25 + 14 + 30 + 11}{10 \times 3}$ | 4,33 |

Tabel 4. 128 Hasil Penjumlahan nilai suffix

| Mesin Pekerjaan | I | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|---------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 21 | 12 | 0[7,54] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 28 | 34 | 4 | 0[9,36] | 5 | 22 |
| D | 13 | 31 | 7 | 0[7,63] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[3,25] | 20 | 5 | 16 | 14 | 0[3,56] | 0[5,00] |
| F | 9 | 0[18,33] | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 21 | 12 | 0[11,66] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,13] | 2 | 3 | 9 | 0[4,33] | 2 | 16 |

Tabel 4. 129 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | III | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|---------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 21 | 12 | 0[7,54] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 28 | 34 | 4 | 0[9,36] | 5 | 22 |
| D | 13 | 31 | 7 | 0[7,63] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[3,25] | 20 | 5 | 16 | 14 | 0[3,56] | 0[5,00] |
| F | 9 | 0[18,33] | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 2 | 12 | 0[11,66] | 4 | 11 | 2 | 14 |

| | | | | | | | |
|---|---------|---|---|---|---------|---|----|
| H | 0[3,13] | 2 | 3 | 9 | 0[4,33] | 2 | 16 |
|---|---------|---|---|---|---------|---|----|

Pada tabel 4.129 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 18,33 yang terletak pada pekerjaan F dan mesin III. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan F kepada mesin III, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 130 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | II | IV | V | VI | VII | VIII |
|-------------------|---------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 2 | 12 | 0[7,54] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 2 | 34 | 4 | 0[9,36] | 5 | 22 |
| D | 13 | 3 | 7 | 0[7,63] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[3,25] | 2 | 5 | 16 | 14 | 0[3,56] | 0[5,00] |
| F | 9 | 0[18,33] | 14 | 35 | 30 | 4 | 14 |
| G | 22 | 1 | 0[11,66] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,13] | 2 | 3 | 9 | 0[4,33] | 2 | 16 |

Tabel 4. 131 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin \ Pekerjaan | I | IV | V | VI | VII | VIII |
|-------------------|---|----|---|----|-----|------|
| A | 3 | 12 | 0 | 18 | 25 | 19 |

| | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|
| B | 15 | 34 | 4 | 0 | 5 | 22 |
| D | 13 | 7 | 0 | 25 | 14 | 10 |
| E | 0 | 5 | 16 | 14 | 0 | 0 |
| G | 22 | 0 | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0 | 3 | 9 | 0 | 2 | 16 |

Tabel 4. 132 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|--------------------------|--|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{13 + 12 + 18 + 25 + 19 + 4 + 16 + 4 + 9}{9 \times 2}$ | 6,11 |
| $S_{B \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{15 + 34 + 4 + 5 + 22 + 18 + 25 + 14 + 11}{9 \times 2}$ | 8,22 |
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{13 + 7 + 25 + 14 + 10 + 4 + 16 + 4 + 9}{9 \times 2}$ | 5,66 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{5 + 16 + 14 + 3 + 15 + 13 + 22}{7 \times 4}$ | 2,42 |
| $S_{E \rightarrow VII}$ | $Z_s = \frac{5 + 16 + 14 + 25 + 5 + 14 + 2 + 2}{8 \times 3}$ | 3,45 |
| $S_{E \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{5 + 16 + 14 + 19 + 22 + 10 + 14 + 16}{8 \times 3}$ | 4,83 |
| $S_{G \rightarrow IV}$ | $Z_s = \frac{22 + 4 + 11 + 2 + 14 + 12 + 34 + 7 + 5 + 3}{10 \times 1}$ | 11,4 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{3 + 9 + 2 + 16 + 3 + 15 + 13 + 22}{8 \times 3}$ | 3,45 |
| $S_{H \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{3 + 9 + 2 + 16 + 18 + 25 + 14 + 11}{8 \times 3}$ | 4,08 |

Tabel 4. 133 Hasil Penjumlahan nilai suffix

| Mesin Pekerjaan | I | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 12 | 0[6,11] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 34 | 4 | 0[8,22] | 5 | 22 |
| D | 13 | 7 | 0[5,66] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[2,42] | 5 | 16 | 14 | 0[3,45] | 0[4,83] |
| G | 21 | 0[11,4] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,45] | 3 | 9 | 0[4,08] | 2 | 16 |

Tabel 4. 134 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | IV | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 12 | 0[6,11] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 34 | 4 | 0[8,22] | 5 | 22 |
| D | 13 | 7 | 0[5,66] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[2,42] | 5 | 16 | 14 | 0[3,45] | 0[4,83] |
| G | 21 | 0[11,4] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,45] | 3 | 9 | 0[4,08] | 2 | 16 |

Pada tabel 4.134 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 11,4 yang terletak pada pekerjaan G dan mesin IV. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan G kepada mesin IV, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi

Tabel 4. 135 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | IV | V | VI | VII | VIII |
|-------------------|---------|--------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 1 | 0[6,11] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 3 | 4 | 0[8,22] | 5 | 22 |
| D | 13 | 7 | 0[5,66] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[2,42] | 5 | 16 | 14 | 0[3,45] | 0[4,83] |
| G | 21 | 0[1,4] | 4 | 11 | 2 | 14 |
| H | 0[3,45] | 3 | 9 | 0[4,08] | 2 | 16 |

Tabel 4. 136 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin \ Pekerjaan | I | V | VI | VII | VIII |
|-------------------|----|----|----|-----|------|
| A | 3 | 0 | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 4 | 0 | 5 | 22 |
| D | 13 | 0 | 25 | 14 | 10 |
| E | 0 | 16 | 14 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|
| H | 0 | 9 | 0 | 2 | 16 |
|---|---|---|---|---|----|

Tabel 4. 137 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|--------------------------|---|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{3 + 18 + 25 + 19 + 4 + 16 + 9}{7 \times 2}$ | 6,71 |
| $S_{B \rightarrow VI}$ | $Z_s = \frac{15 + 4 + 5 + 22 + 18 + 25 + 14}{7 \times 2}$ | 7,35 |
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{13 + 25 + 14 + 10 + 16 + 4 + 9}{7 \times 2}$ | 6,50 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{16 + 14 + 3 + 15 + 15}{5 \times 4}$ | 3,10 |
| $S_{E \rightarrow VII}$ | $Z_s = \frac{16 + 14 + 25 + 5 + 14 + 2}{6 \times 3}$ | 4,22 |
| $S_{E \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{16 + 14 + 19 + 22 + 10 + 16}{6 \times 3}$ | 5,38 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{9 + 2 + 16 + 3 + 13 + 13}{6 \times 3}$ | 3,22 |
| $S_{H \rightarrow 6}$ | $Z_s = \frac{9 + 2 + 16 + 18 + 25 + 14}{6 \times 3}$ | 4,66 |

Tabel 4. 138 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 0[6,71] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 4 | 0[7,35] | 5 | 22 |
| D | 13 | 0[6,50] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[3,10] | 16 | 14 | 0[4,22] | 0[5,38] |

| | | | | | |
|---|---------|---|---------|---|----|
| H | 0[3,22] | 9 | 0[4,66] | 2 | 16 |
|---|---------|---|---------|---|----|

Tabel 4. 139 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | V | VI | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 0[6,71] | 18 | 25 | 19 |
| B | 15 | 4 | 0[7,35] | 5 | 22 |
| D | 13 | 0[6,50] | 25 | 14 | 10 |
| E | 0[3,10] | 16 | 14 | 0[4,22] | 0[5,38] |
| H | 0[3,22] | 9 | 0[4,66] | 2 | 16 |

Pada tabel 4.139 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 7,35 yang terletak pada pekerjaan B dan mesin VI. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan B kepada mesin VI, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi

Tabel 4. 140 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | V | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|--------|---------|
| A | 3 | 0[6,71] | 1 | 25 |
| B | 15 | 4 | 0[7,5] | 5 |
| D | 13 | 0[6,50] | 2 | 14 |
| E | 0[3,10] | 16 | 1 | 0[4,22] |
| H | 0[3,22] | 9 | 0[4,6] | 2 |

Tabel 4. 141 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin Pekerjaan | I | V | VII | VIII |
|--------------------|----|----|-----|------|
| A | 3 | 0 | 25 | 19 |
| D | 13 | 0 | 14 | 10 |
| E | 0 | 16 | 0 | 0 |
| H | 0 | 9 | 2 | 16 |

Tabel 4. 142 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|-----------------------|---|-------------------|
| $S_{A \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{3 + 25 + 19 + 16 + 9}{5 \times 2}$ | 7,20 |

| | | |
|--------------------------|--|------|
| $S_{D \rightarrow V}$ | $Z_s = \frac{13 + 14 + 10 + 16 + 9}{5 \times 2}$ | 6.20 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{16 + 3 + 13}{3 \times 4}$ | 2,66 |
| $S_{E \rightarrow VII}$ | $Z_s = \frac{16 + 25 + 14 + 2}{4 \times 3}$ | 4.75 |
| $S_{E \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{16 + 19 + 10 + 16}{4 \times 3}$ | 5.08 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{9 + 2 + 16 + 3 + 13}{5 \times 2}$ | 4.30 |

Tabel 4. 143 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | V | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 0[7,20] | 25 | 19 |
| D | 13 | 0[6,20] | 14 | 10 |
| E | 0[2,66] | 16 | 0[4,75] | 0[5,08] |
| H | 0[4,30] | 9 | 2 | 16 |

Tabel 4. 144 Penentuan Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | V | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 0[7,20] | 25 | 19 |
| D | 13 | 0[6,20] | 14 | 10 |
| E | 0[2,66] | 16 | 0[4,75] | 0[5,08] |

| | | | | |
|---|---------|---|---|----|
| H | 0[4,30] | 9 | 2 | 16 |
|---|---------|---|---|----|

Pada tabel 4.144 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 7,20 yang terletak pada pekerjaan A dan mesin V. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan A kepada mesin V, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi

Tabel 4. 145 Alokasi Penugasan

| Mesin \ Pekerjaan | I | V | VII | VIII |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|
| A | 3 | 0[7, 0] | 25 | 19 |
| D | 13 | 0[6, 0] | 14 | 10 |
| E | 0[2,66] | 1 | 0[4,75] | 0[5,08] |
| H | 0[4,30] | 9 | 2 | 16 |

Tabel 4. 146 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin \ Pekerjaan | I | VII | VIII |
|-------------------|----|-----|------|
| D | 13 | 14 | 10 |
| E | 0 | 0 | 0 |
| H | 0 | 2 | 16 |

Pada pekerjaan D tidak terdapat nilai 0. Maka kita lakukan reduksi baris

Tabel 4. 147 Hasil Reduksi Baris

| Mesin Pekerjaan | I | VII | VIII |
|--------------------|---|-----|------|
| D | 3 | 4 | 0 |
| E | 0 | 0 | 0 |
| H | 0 | 2 | 16 |

Tabel 4. 148 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|--------------------------|--|-------------------|
| $S_{D \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{3 + 4 + 16}{3 \times 2}$ | 3,83 |
| $S_{E \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{0}{1 \times 4}$ | 0,75 |
| $S_{E \rightarrow VII}$ | $Z_s = \frac{16}{1 \times 4}$ | 1,00 |
| $S_{E \rightarrow VIII}$ | $Z_s = \frac{16}{1 \times 4}$ | 4,00 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z_s = \frac{2 + 16 + 13}{3 \times 2}$ | 3,50 |

Tabel 4. 149 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|
| D | 3 | 4 | 0[3,83] |
| E | 0[0,75] | 0[1,00] | 0[4,00] |
| H | 0[3,50] | 2 | 16 |

Tabel 4. 150 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|
| D | 3 | 4 | 0[3,83] |
| E | 0[0,75] | 0[1,00] | 0[4,00] |
| H | 0[3,50] | 2 | 16 |

Pada tabel 4.150 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 4,00 yang terletak pada pekerjaan E dan mesin VIII. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan E kepada mesin VIII, kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 151 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | VII | VIII |
|--------------------|---------|---------|---------|
| D | 3 | 4 | 0[3,83] |
| E | 0[0,75] | 0[1,00] | 0[4,00] |
| H | 0[3,50] | 2 | 16 |

Tabel 4. 152 Hasil penghapusan baris dan kolom yang telah teralokasikan

| Mesin Pekerjaan | I | VII |
|--------------------|---|-----|
| D | 3 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| H | 0 | 2 |
|---|---|---|

Pada pekerjaan D tidak terdapat nilai 0. Maka kita lakukan reduksi baris

Tabel 4. 153 Hasil Reduksi Baris

| Mesin Pekerjaan | I | VII |
|--------------------|---|-----|
| D | 0 | 1 |
| H | 0 | 2 |

Tabel 4. 154 Penentuan Nilai Suffix

| Zero Suffix | Value Suffix | Hasil Penjumlahan |
|-----------------------|------------------------------------|-------------------|
| $S_{D \rightarrow I}$ | $Z = \frac{1}{s \cdot 1 \times 2}$ | 0,50 |
| $S_{H \rightarrow I}$ | $Z = \frac{2}{s \cdot 1 \times 2}$ | 1,00 |

Tabel 4. 155 Hasil Penjumlahan Nilai Suffix

| Mesin Pekerjaan | I | VII |
|--------------------|---------|-----|
| D | 0[0,50] | 1 |
| H | 0[1,00] | 2 |

Tabel 4. 156 Nilai Suffix Terbesar

| Mesin Pekerjaan | I | VII |
|--------------------|---------|-----|
| D | 0[0,50] | 1 |
| H | 0[1,00] | 2 |

Pada tabel 4.156 kita bisa melihat bahwa nilai suffix yang terbesar adalah 1,00 yang terletak pada pekerjaan H dan mesin I. Maka kita bisa langsung mengalokasikan tugas untuk pekerjaan H kepada mesin I, dan pekerjaan D ke mesin VII kemudian hapus baris penugasan yang telah terpenuhi.

Tabel 4. 157 Alokasi Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | VII |
|--------------------|---------|-----|
| D | 0[0,50] | 1 |
| H | 0[1,00] | 2 |

Hasil akhir penugasan dapat dilihat pada tabel 4.158

Tabel 4. 158 Hasil Akhir Penugasan

| Mesin Pekerjaan | I | II | III | IV | V | VI | VII | VII |
|--------------------|----|----|-----|----|----|----|-----|-----|
| A | 54 | 84 | 72 | 63 | 51 | 69 | 90 | 78 |
| B | 68 | 66 | 81 | 87 | 57 | 53 | 72 | 83 |
| C | 60 | 54 | 60 | 79 | 85 | 72 | 84 | 66 |
| D | 73 | 77 | 91 | 67 | 60 | 85 | 88 | 78 |
| E | 46 | 54 | 66 | 51 | 62 | 60 | 60 | 54 |
| F | 63 | 60 | 54 | 68 | 89 | 84 | 72 | 76 |
| G | 72 | 81 | 62 | 50 | 54 | 61 | 66 | 72 |
| H | 60 | 78 | 58 | 63 | 69 | 60 | 76 | 84 |

Langkah 9: Hitung Total Biaya

$$\text{Minimasi } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 C_{ij} X_{ij}$$

$$\begin{aligned}
 &= C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{14}X_{14} + C_{15}X_{15} + C_{21}X_{22} + \\
 &C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{24}X_{24} + C_{25}X_{25} + C_{31}X_{31} + C_{32}X_{32} + C_{33}X_{33} + \\
 &C_{34}X_{34} + C_{35}X_{35} + C_{41}X_{41} + C_{42}X_{42} + C_{43}X_{43} + C_{44}X_{44} + C_{45}X_{45} + \\
 &C_{51}X_{51} + C_{52}X_{52} + C_{53}X_{53} + C_{54}X_{54} + C_{55}X_{55} + C_{61}X_{61} + C_{62}X_{62} + \\
 &C_{63}X_{63} + C_{64}X_{64} + C_{65}X_{65} + C_{66}X_{66} + C_{67}X_{67} + C_{68}X_{68} + C_{71}X_{71} + \\
 &C_{72}X_{72} + C_{73}X_{73} + C_{74}X_{74} + C_{75}X_{75} + C_{76}X_{76} + C_{77}X_{77} + C_{78}X_{78} + \\
 &C_{81}X_{81} + C_{82}X_{82} + C_{82}X_{82} + C_{83}X_{83} + C_{84}X_{84} + C_{85}X_{85} + C_{86}X_{86} + \\
 &C_{87}X_{87} + C_{88}X_{88}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (54 \times 0) + (84 \times 0) + (72 \times 0) + (63 \times 0) + (51 \times 1) + (69 \times 0) + (90 \times 0) \\
 &+ (78 \times 0) + (68 \times 0) + (66 \times 0) + (81 \times 0) + (87 \times 0) + (57 \times 0) + (53 \times 1) \\
 &+ (72 \times 0) + (83 \times 0) + (60 \times 0) + (54 \times 1) + (79 \times 0) + (85 \times 0) + (72 \times 0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (84 \times 0) + (66 \times 0) + (73 \times 1) + (77 \times 0) + (91 \times 0) + (67 \times 0) + (60 \times 0) \\
& + (85 \times 0) + (88 \times 0) + (78 \times 0) + (46 \times 0) + (54 \times 1) + (66 \times 0) + (51 \times 0) + \\
& (62 \times 0) + (60 \times 0) + (60 \times 0) + (54 \times 0) + (63 \times 0) + (60 \times 0) + (54 + 1) + \\
& (68 \times 0) + (84 \times 0) + (84 \times 0) + (72 \times 0) + (76 \times 0) + (72 \times 0) + (81 \times 0) + \\
& (62 \times 0) + (50 \times 1) + (61 \times 0) + (61 \times 0) + (66 \times 0) + (72 \times 0) + (60 \times 0) + \\
& (78 \times 0) + (58 \times 0) + (63 \times 0) + (60 \times 0) + (60 \times 0) + (76 \times 1) + (84 \times 0) \\
& = 0 + 0 + 0 + 0 + 51 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 53 + 0 + 0 + 0 + 54 + 0 + \\
& 0 + 0 + 0 + 53 + 0 + 0 + 0 + 54 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 73 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \\
& + 0 + 0 + 0 + 54 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 50 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \\
& 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 76 + 0 \\
& = 51 + 53 + 54 + 73 + 73 + 54 + 54 + 50 + 76 \\
& = 465 \$
\end{aligned}$$

Dari tabel 4.158 dapat dihitung biaya minimum yang dikeluarkan oleh setiap pekerjaan ke masing-masing mesin dalam masalah penugasan dengan satuan \$, dengan rincian sebagai berikut :

Pekerjaan A yang ditugaskan ke mesin V dengan biaya 51 \$.

Pekerjaan B yang ditugaskan ke mesin VI dengan biaya 53 \$.

Pekerjaan C yang ditugaskan ke mesin II dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan D yang ditugaskan ke mesin I dengan biaya 73 \$.

Pekerjaan E yang ditugaskan ke mesin VIII dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan F yang ditugaskan ke mesin III dengan biaya 54 \$.

Pekerjaan G yang ditugaskan ke mesin IV dengan biaya 50 \$.

Pekerjaan H yang ditugaskan ke mesin VII dengan biaya 76 \$.

Sehingga dengan menggunakan Metode Sujatha Murthy didapatkan biaya seminimal mungkin yaitu 465 \$.

4.4.3 Analisis Perbandingan Hasil Kasus 3 Minimasi-Balanced

Analisis perbandingan pada contoh kasus 3 dengan Metode Sujatha- Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* ditunjukkan pada tabel 4.159

Tabel 4. 159 Perbandingan Hasil Contoh Kasus 3 : Minimasi –*Balanced*

| Metode | Alokasi Penugasan | | Solusi Optimal |
|---|-------------------|-------|----------------|
| | Pekerjaan | Mesin | |
| Sujatha Murthy | A | I | 458 |
| | B | 6 | |
| | C | 2 | |
| | D | 5 | |
| | E | 8 | |
| | F | 3 | |
| | G | 7 | |
| | H | 4 | |
| <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | A | 5 | 465 |
| | B | 6 | |
| | C | 2 | |
| | D | 1 | |
| | E | 8 | |
| | F | 3 | |
| | G | 4 | |
| | H | 7 | |

Pada contoh kasus 3 dengan data penugasan seimbang (*balanced*) telah diselesaikan masalah penugasan dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*. Sesuai tabel 4.159 didapatkan hasil yang berbeda antara kedua metode. Untuk metode Sujatha-Murthy didapatkan hasil 458 \$ dan untuk biaya minimal metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* sebesar 465 \$. Dari kedua metode tersebut terdapat selisih biaya sebesar 7 \$. Maka dari perbedaan tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa untuk kasus pertama ini metode Sujatha Murthy lebih baik dibandingkan dengan metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZS)* karena menghasilkan biaya yang paling minimal

4.5 Hasil Perbandingan Metode Sujatha Murthy dan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*

Setelah melakukan analisis data pada dua contoh kasus yang diambil sebagai objek penelitian dengan menggunakan dua metode untuk mendapatkan solusi optimal dalam masalah penugasan. Untuk hasil perbandingan akan disajikan pada Tabel 4.160

Tabel 4. 160 Perbandingan Hasil Solusi Optimal Metode Sujatha Murthy dan metode *New Approach Of Zero Suffix (NAZS)*

| DATA | METODE | SOLUSI OPTIMAL |
|------|---|----------------|
| 1 | Sujatha Murthy | 28 |
| | <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 24 |
| 2 | Sujatha Murthy | 28 |
| | <i>New Approach Of Zero Suffix (Nazs)</i> | 25 |
| 3 | Sujatha Murthy | 458 |

| | | |
|--|--|-----|
| | <i>New Approach Of Zero Suffix</i> (Nazs) | 465 |
|--|--|-----|

 : Solusi Metode yang lebih baik

Hasil perbandingan dari kedua metode dalam menyelesaikan masalah penugasan yang terdiri dari dua kasus minimasi dengan data yang seimbang ditunjukkan pada Tabel 4.161. Berdasarkan hasil perbandingan diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Pada kasus I yaitu kasus minimasi dengan data seimbang, diperoleh hasil solusi optimal yang paling baik menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*.
2. Pada kasus II yaitu kasus minimasi dengan data seimbang, diperoleh hasil solusi optimal yang paling baik menggunakan Metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)*.
3. Pada kasus III yaitu kasus minimasi dengan data seimbang, diperoleh hasil solusi optimal yang paling baik menggunakan Sujatha-Murthy

Dapat dilihat bahwa dari ketiga contoh kasus yang menjadi objek penelitian semuanya menghasilkan metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* yang terpilih.

Dalam hal ini metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* memiliki keunggulan pada proses penentuan nilai suffix, yang mana pada nantinya akan dijadikan sebagai acuan untuk menentukan solusi optimal yang akan diperiksa secara terus menerus sehingga meminimalisir kesalahan dalam penentuan solusi optimal. Sedangkan Metode Sujatha Murthy memiliki kelemahan yaitu metode tersebut melakukan proses pengalokasian secara satu-satu tidak secara keseluruhan dan hanya melakukan pengurangan kolom saja dengan mempertimbangkan nilai penerus nol yang maksimal untuk mencari nilai maksimum pada setiap elemen matriks penugasan.

Dari berbagai analisa yang telah dilakukan pada ketiga contoh kasus penelitian, maka dapat disimpulkan bahwa metode *New Approach Of Zero Suffix (Nazs)* yang paling tepat mendapatkan solusi optimal dan paling baik digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Setelah melakukan analisis data pada contoh kasus yang diambil sebagai objek penelitian, penulis menggunakan metode untuk mendapatkan solusi optimal dalam masalah penugasan. Adapun algoritma untuk mendapatkan solusi optimal dengan metode-metode tersebut adalah sebagai berikut:

1. Cara menentukan solusi optimal dengan menggunakan metode Sujatha-Murthy adalah pertama bentuk tabel masalah penugasan ke dalam matriks masalah penugasan, kemudian identifikasi elemen terbesar pada setiap kolom dan lakukan pengurangan semua elemen pada setiap kolom dengan elemen terbesar tersebut. Lalu mencari selisih nilai pada setiap kolom dengan cara mengurangi elemen terkecil kedua dengan elemen terkecil pertama pada setiap kolom dan letakkan hasil pengurangan di kolom yang sesuai. Selanjutnya akan dipilih nilai selisih terbesar dan nilai terkecil yang terletak pada kolom yang bersesuaian. Maka kita dapat langsung mengalokasikan pekerjaan dengan mesin yang bersesuaian lalu tarik garis pada sumber dan tujuan yang telah teralokasikan.
2. Cara menentukan solusi optimal dengan menggunakan metode *New Approach Of Zero Suffix* adalah pertama bentuk tabel masalah penugasan lalu reduksi baris dengan cara menentukan biaya minimum disetiap baris, kemudian kurangkan elemen terkecil pada baris tersebut dengan semua elemen baris yang bersesuaian pada matriks biaya. Lalu reduksi kolom dengan cara menentukan biaya minimum disetiap kolom kemudian kurangkan elemen terkecil pada kolom tersebut dengan semua elemen yang bersesuaian pada matriks biaya. Selanjutnya menentukan nilai suffix dari nilai 0 dengan cara menjumlahkan nilai pada kolom dan baris lalu dibagi dengan banyaknya nilai nol dan banyaknya nilai bukan nol pada baris dan kolom yang bersesuaian. Pilih nilai suffix yang paling besar dan lakukan penugasan, jika terdapat dua atau lebih biaya Z_s yang

sama maka pilih Z_s dengan mencari selisih antara elemen maksimum dan elemen minimum dari posisi suffix dan pilih nilai selisih yang paling besar.

3. Perbandingan antara metode Sujatha-Murthy dan metode *New Approach Of Zero Suffix* dapat dilihat dari hasil solusi optimal dalam menyelesaikan masalah penugasan. Kedua metode ini menganalisis matriks dengan entri yang sama namun menghasilkan nilai optimal yang berbeda. Namun ketika dibandingkan dari kedua metode tersebut, pada metode Sujatha-Murthy solusi optimal yang didapatkan lebih besar dari pada solusi optimal yang diperoleh dari metode *New Approach Of Zero Suffix* maka dengan itu dapat dikatakan bahwa metode *New Approach Of Zero Suffix* merupakan metode yang terbaik dikarenakan menghasilkan solusi optimal yang lebih kecil.

5.2 Saran

Dalam skripsi ini penulis membandingkan antara metode Sujatha-Murthy dan metode *New Approach Of Zero Suffix*. Untuk penelitian lebih lanjut penulis menyarankan melakukan perbandingan dengan menggunakan metode baru yaitu Metode Divide Row And Subtract Column dengan contoh kasus tidak hanya seimbang (*balance*) tapi juga untuk tidak seimbang (*unbalance*) dengan data matriks yang berordo 9×8 untuk contoh kasus unbalance dan 10×10 untuk kasus *balance*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Siswanto. 2007. *Operations Research* Jilid 1. Jakarta : Erlangga
- [2] Pangestu Subagyo dkk. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research* Edisi 2. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta
- [3] A Taha, Handy. 1996. *Riset Operasi Suatu Pengantar* Edisi Kelima Jilid 1. Jakarta: Binarupa Aksara.
- [4] Pangestu Subagyo dkk. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research* Edisi 2. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta
- [5] A. Meflinda and Mahyarni, 2011. *Operations Research (Riset Operasi)*. Pekanbaru: UR Press
- [6] Supranto, Johan. 2006. *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta : UI-Press.
- [7] Prawirosentono, Suryadi. 2005. *Riset Operasi dan Ekonofisika*. Jakarta: Bumi Aksara.
- [8] A Taha, Handy. 1996. *Riset Operasi Suatu Pengantar* Edisi Kelima Jilid 1. Jakarta: Binarupa Aksara.
- [9] S.S.Rao. 2009. *Engineering Optimization, Theory and Practice*. New York: John Wiley & Sons 4th edition.
- [10] Soekatiwi. 1992. *Pemrograman Linear, Teori dan Aplikasinya Khususnya dalam Bidang Pertanian*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- [11] Tarliyah Dimiyati, Tjutju dan Ahmad Dimiyati. 2003. *Operations Research Model-Model Pengambilan Keputusan*. Bandung : Sinar Baru Algensindo.
- [12] Rosen. K. H, 2007. “*Discrete Mathematics and its Applications Sixth Edition*”. New York: McGraw Hill. 2007

- [13] Sujatha, N dan A.V.S.N. Murthy. 2016. *An Advanced Method for Finding Optimal Solustion of Assignment Problem. International Jurnal of Science and Research.* Vol 5 No 4. Pp 1352-1353.
- [14] Patel, M Bhavika dan Doshi,J Mitali.2019. *A New Approach for Getting Optimimality of Assinment Problems. International Jurnal for Research in Applied Sxience and Engineering Technology (IJRASET).* Vol 7 Pp 862-869
- [15] B.V. Manikanta dan S.Ranjeth Kumar.2016. *Maximin Zero Suffix Method for Solving Assignment Problems is Symmetric.* No 43827-43829
- [16] Lestari Ayu dan Basriati Sri. 2017. *Penyelesaian Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian dan Penalti*
- [17] <https://shodhganga.inflibnet.ac.in> *A New Method Of Assigment Problem*

