

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Aritmetika adalah cabang matematika yang mempelajari tentang bilangan, seperti bilangan bulat, bilangan genap, bilangan ganjil, bilangan pecahan, dan lainnya. Aritmetika juga melibatkan operasi matematika dasar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian, serta sifat-sifat dari bilangan tersebut. Aritmetika banyak diimplementasikan pada bidang-bidang lain dalam matematika, seperti aljabar, analisis, geometri, kriptografi, dan kalkulus.

Kalkulus adalah cabang matematika yang mempelajari tentang perhitungan dan analisis perubahan dalam bentuk matematika. Kalkulus meliputi dua konsep fundamental yaitu integral dan turunan. Integral digunakan untuk menghitung luas di bawah kurva suatu fungsi, sedangkan turunan digunakan untuk mengukur perubahan suatu fungsi dalam hal variabel inputnya.

Berbeda dengan turunan dan integral pada kalkulus, di dalam aritmetika, turunan didefinisikan sebagai fungsi sederhana yang memanfaatkan hubungan antara faktorisasi prima dari suatu bilangan bulat dengan konsep aturan perkalian (product rule) pada kalkulus sebagai landasannya. Operator turunan aritmetika ( $D(n)$  atau  $n'$ ) didefinisikan sebagai pemetaan setiap bilangan prima ke 1 yang kemudian diperumum dan memenuhi aturan Leibnitz.

Turunan aritmetika pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan asal spanyol, Josè Mingot Shelly, pada tahun 1911[1], dan kemudian teoremanya dimuat dalam buku yang berjudul “La derivata aritmetica” oleh Giorgio Balzarotti dan Paolo P. Lava pada tahun 2013. Namun sebelum itu, turunan aritmetika juga muncul pada kompetisi Putnam edisi ke-10 pada tahun 1950 (soal dengan kode A5), juga pada buku catatan Edward J. Barbeau yang berjudul “Remarks On An Arithmetic Derivative”, pada tahun 1961[2], yang menjadi landasan dari hasil penelitian-penelitian selanjutnya. Barulah kemudian penjabaran akan formula

beserta konjektur-konjektur dari hasil pengkajiannya dikemukakan oleh Victor Ufnarovski dalam jurnalnya yang berjudul “How to Differentiate a Number” [3].

Pada tahun 2003, Viktor Ufnarovski mengkaji tentang properti-properti turunan aritmetika dan konektivitasnya dengan konjektur Goldbach dan konjektur Twin Prime. Dengan mengansumsikan bahwa konjektur Goldbach benar, maka akan selalu terdapat solusi untuk “persamaan diferensial”  $n' = 2a$ . Sedangkan apabila berdasarkan pada konjektur Twin Prime, jika  $p$  merupakan “lower twin prime” maka  $(2p)' = p + 2$  merupakan “upper twin prime”. Berdasarkan sifat dan keterkaitan tersebut antara konjektur Goldbach dan konjektur Twin Prime dengan turunan aritmetika, maka dapat didefinisikan suatu fungsi yang mengembalikan nilai  $2a$  (bilangan genap) dan  $p + 2$  ke  $n$  dan  $2p$ . Fungsi tersebut dinamakan dengan fungsi integrasi.

Giorgio Balzarotti menggunakan operator  $\int N$  sebagai operator untuk mengintegalkan bilangan bulat  $N$  [1]. Berdasarkan konjektur Twin Prime dan teorema integral aritmetika, tidak semua bilangan bulat  $N$  bisa terintegalkan. Akan tetapi, bilangan-bilangan yang tidak terintegalkan tersebut masih memiliki anti-turunan yang bisa diperoleh nilainya dengan menggunakan teorema turunan aritmetika untuk bilangan rasional dengan bantuan properti  $\frac{n'}{n} \in \mathbb{Z}$ .

Sehingga, berdasarkan latar belakang masalah tersebut, pada penelitian ini akan dikaji lebih mendalam mengenai integral aritmetika dan menentukan anti-turunan dari bilangan-bilangan yang tidak bisa terintegalkan.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, maka didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan turunan aritmetika untuk bilangan rasional?
2. Bagaimana menentukan integral aritmetika?
3. Bagaimana memformulasikan dan membangun algoritma untuk mencari anti-turunan dari bilangan yang tidak terintegalkan?

### 1.3 Batasan Masalah

Pada skripsi ini terdapat beberapa batasan masalah yang digunakan, yaitu sebagai berikut:

1. Domain bilangan yang digunakan pada turunan aritmetika adalah bilangan rasional.
2. Domain bilangan yang digunakan pada integral aritmetika adalah bilangan bulat.

### 1.4 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam skripsi ini adalah :

#### 1. Studi Literatur

Tahap ini adalah tahap pengumpulan literasi-literasi dan penunjang teori yang berupa identifikasi masalah dan pengumpulan data pustaka yang mendukung skripsi ini yang berkaitan dengan turunan dan integral aritmetika.

#### 2. Analisis dan Simulasi

Tahap ini adalah tahap pengkajian lebih mendalam tentang turunan aritmetika pada bilangan rasional, integral aritmetika, dan anti turunan dari bilangan yang tak terintegralkan. Kemudian dilanjutkan dengan simulasi menggunakan algoritma yang telah dibangun dan diimplementasikan menggunakan Bahasa pemrograman python.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini adalah:

### **BAB I PENDAHULUAN**

Bab ini berisi mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### **BAB II LANDASAN TEORI**

Bab ini berisi mengenai penjelasan teori-teori penunjang penelitian seperti turunan pada bidang kalkulus, aturan Leibniz, teorema turunan aritmetika, konjektur Goldbach, dan konjektur *Twin Prime*.

### **BAB III TURUNAN BILANGAN RASIONAL DAN INTEGRAL ARITMETIKA**

Bab ini berisi pembahasan mengenai turunan aritmetika pada bilangan rasional dan juga integral aritmetika.

### **BAB IV ANTI TURUNAN DARI BILANGAN YANG TAK TERINTEGRALKAN**

Bab ini berisi tentang definisi anti turunan dari suatu bilangan, serta mengimplementasikan algoritma untuk mencari anti turunan dari bilangan yang tidak terintegralkan.

### **BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

Berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dianalisis serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.