

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Abad kedua puluh satu telah menyaksikan gelombang wabah penyakit menular yang parah serta semakin kompleks, tidak terkecuali pandemi COVID-19, yang berdampak buruk pada kehidupan dan penghidupan di seluruh dunia [2]. Wabah virus corona sindrom pernapasan akut parah pada tahun 2003 [3], pandemi flu babi tahun 2009 [4], wabah virus corona sindrom pernapasan Timur Tengah tahun 2012 [5], epidemi penyakit virus Ebola tahun 2013-2016 di Afrika Barat [6], dan epidemi penyakit virus Zika tahun 2015 [7], semuanya mengakibatkan kesakitan dan kematian yang besar, sementara menyebar melintasi perbatasan untuk menginfeksi orang di banyak negara.

Kemajuan pengetahuan di bidang matematika memainkan peran utama dalam upaya mengendalikan penyebaran penyakit yang semakin luas. Model matematika memiliki peranan yang sangat signifikan dalam ilmu epidemiologi dikarenakan mampu memberikan pemahaman mengenai prinsip dasar penyebaran penyakit dan memberikan rekomendasi terhadap upaya pengendalian penyakit. Epidemiologi melibatkan penelitian terkait sebaran dan faktor-faktor yang meningkatkan risiko penyebaran penyakit di antara kelompok manusia. Istilah lain yang sering digunakan untuk epidemiologi adalah studi biologi organisme dalam konteks kesehatan masyarakat [8]. Model matematis penyakit menular memungkinkan pemahaman tentang penularan dan penyebaran penyakit menular, deteksi variabel yang mempengaruhi penularan untuk menentukan teknik pengendalian yang efisien, dan evaluasi sehubungan dengan tujuan dan strategi intervensi [8].

Salah satu ciri yang paling mencolok dalam studi epidemi adalah sulitnya menemukan faktor penyebab yang tampaknya cukup untuk menjelaskan besarnya wabah penyakit yang sering terjadi hampir setiap populasi. Permasalahannya terjadi saat satu atau beberapa individu yang terinfeksi memasuki komunitas orang yang memiliki tingkat kepekaan yang berbeda terhadap penyakit tersebut. Penyebaran penyakit ini terjadi dari orang yang terinfeksi terhadap orang yang tidak terpengaruh

melalui kontak yang terjadi. Setiap orang yang terinfeksi mengalami perjalanan penyakitnya sendiri, dan akhirnya akan sembuh atau meninggal, sehingga jumlah orang yang sakit berkurang. Selama perjalanan penyakit, peluang kesembuhan atau kematian dapat bervariasi setiap harinya. Kemungkinan yang terkena dapat menularkan infeksi kepada yang tidak terpengaruh juga tergantung pada stadium penyakit [8]. Ketika epidemi menyebar, jumlah orang dalam masyarakat yang tidak terpengaruh olehnya akan berkurang. Karena durasi epidemi lebih singkat dibandingkan masa hidup individu, populasi secara umum dapat dianggap tetap stabil, kecuali jika ada kematian yang disebabkan oleh penyakit epidemik itu sendiri. Seiring berjalannya waktu, epidemi akan mencapai akhirnya. Salah satu pertanyaan penting dalam bidang epidemiologi adalah apakah akhir ini terjadi hanya ketika tidak ada individu yang rentan tersisa, atau apakah berbagai faktor seperti tingkat infeksi, pemulihan, dan kematian dapat menyebabkan periode berhenti sementara, meskipun masih ada banyak individu rentan dalam populasi yang tidak terpengaruh [9].

Kermack dan McKendrick [9, 10] menjelaskan sistem deterministik untuk penyakit menular. Dalam model deterministik, efek pengaruh acak dari individu tidak diperhitungkan. Beberapa peneliti telah menjelajahi berbagai jenis sistem epidemi dengan memeriksa model yang berbeda seperti SI, SIS, SIR, SIRS, SEIR, SEIQR, SIQR, SEIRV, dan lainnya untuk lebih memahami proses penularan penyakit. Seperti penelitian yang dilakukan pada tahun 2020 oleh Demongeot dan rekannya meneliti tentang penerapan model epidemi SI pada data COVID-19 di Cina [11]. Pada tahun yang sama, Chris G. Antonopoulos melakukan penelitian tentang penyebaran penyakit menggunakan model SIR terhadap penyebaran COVID-19 pada berbagai komunitas [12]. Pada tahun yang sama pula, Corder dan rekan-rekannya mengkaji penyebaran penyakit malaria *Plasmodium vivax* residual dalam populasi inang yang heterogen melalui studi kasus di Amazon Basin dengan menggunakan model SIS [13]. Selain itu, pada tahun 2020 juga dilakukan penelitian oleh Zha dan Wen-ting tentang strategi optimal untuk pencegahan dan pengendalian wabah varicella di sekolah di pusat kota China berdasarkan model dinamis SEIR [14]. Pada tahun 2021, Mugdha bersama dengan kolaboratornya melakukan penelitian tentang penyebaran COVID-19 di Negara Anak Benua Asia Selatan dengan model SIQR [15]. Kemudian pada tahun 2021, Paul dan Subrata melakukan penelitian tentang Studi Model Epidemi SEIRV Urutan Pecahan Tertunda Waktu [16].

Manajemen penyakit menular semakin sulit selama beberapa dekade terakhir. Karena keamanan dan biayanya, vaksinasi merupakan salah satu intervensi kesehatan yang paling penting untuk mencegah penyakit menular. Memang, sejumlah

penyakit menular yang dapat dicegah dengan vaksin, termasuk cacar, telah dikurangi secara drastis atau bahkan diberantas sebagai akibat dari vaksinasi yang tinggi [10]. Jika persentase vaksinasi rendah, risiko penularan penyakit wabah kepada individu yang belum divaksinasi meningkat. Model penyebaran penyakit SEIQR telah menjadi instrumen penting dalam merepresentasikan pergerakan dan interaksi individu dalam populasi terkait penyakit menular. Banyak sekali perkembangan dari model SEIQR pada masa sekarang. Seperti penelitian terbaru tahun 2022 yang diteliti oleh Fazal Dayan dan rekannya menunjukkan model SEIQR dalam konstruksi dan analisis numerik metode komputasi non-standar fuzzy untuk solusi model dinamika COVID-19 [17]. Model ini melibatkan pembagian individu dalam populasi menjadi lima kelompok, yaitu: kelompok yang rentan terhadap penyakit (*Susceptible/S*), kelompok yang telah terpapar penyakit tetapi belum menunjukkan gejala (*Exposed/E*), kelompok yang terinfeksi (*Infected/I*), kelompok yang dikarantina karena terinfeksi (*Quarantined/Q*), dan kelompok yang sudah sembuh dari penyakit (*Recovered/R*).

Pemodelan matematika telah berperan penting dalam upaya pengendalian epidemi di seluruh dunia. Meskipun tidak selalu tersedia data riil, model matematika mampu memberikan informasi yang penting baik secara kualitatif maupun kuantitatif untuk membantu meminimalkan penyebaran penyakit. Belakangan ini, sejumlah model matematika telah dikembangkan untuk menganalisis dampak berbagai penyakit bersamaan dengan cara penularannya. Namun, model yang menggunakan orde bilangan bulat memiliki kekurangan karena kurangnya efek memori yang diperlukan untuk memberikan prediksi yang akurat. Di sisi lain, model yang menggunakan turunan orde fraksional telah terbukti sebagai alat yang efektif dalam pemodelan epidemi karena karakteristiknya yang unik. Operator turunan fraksional memiliki keunggulan dalam hal memori dan interpretasi statistik, sehingga menjadikannya lebih efisien dalam penggunaannya.

Model orde fraksional adalah metode yang ampuh yang telah digunakan untuk mempelajari sifat penyakit karena merupakan perpanjangan dari derivasi urutan bilangan bulat. Selain itu, derivasi urutan fraksional memiliki dimensi global yang bertentangan dengan identitas lokal yang dimiliki oleh derivasi urutan bilangan bulat [18]. Model fraksional ini sebenarnya sudah banyak dikaji oleh banyak peneliti. Seperti sebuah penelitian yang dilakukan pada tahun 2019 oleh Kumar dan rekan-rekan membahas tentang penyakit malaria dengan model SIRS-SI fraksional baru yang mencakup penerapan vaksin, obat antimalaria, dan penyemprotan [19]. Pada tahun yang sama pula, Liu beserta rekannya mengkaji model SIS orde fraksional pada jaringan kompleks dengan fungsi perawatan linier [20]. Pada tahun

2022, Djenina dan rekannya mengkaji model SIR diskrit urutan fraksional baru untuk memprediksi perilaku COVID-19 [21]. Pada tahun 2021, Alrabaiah dan rekan-rekannya membandingkan penyebaran penyakit novel coronavirus dengan menggunakan model SEIR yang dimodifikasi urutan fraksional [22]. Kemudian İlknur beserta rekannya mengkaji pendekatan numerik untuk sebaran model SIQR dengan derivatif orde pecahan *Caputo* [23]. Selain itu, pada tahun 2022, Mahata dan rekannya mengkaji dinamika model epidemi SEIRV orde pecahan *Caputo* dengan kontrol optimal dan analisis stabilitas [24]. Terdapat beberapa operator turunan orde fraksional, yaitu turunan fraksional *Caputo*, turunan fraksional *Riemann-Liouville*, dan turunan fraksional *Grünwald-Letnikov*.

Dalam model yang akan dijelaskan, kecepatan penyebaran akan ditunjukkan oleh fungsi respon Holling tipe II yang menunjukkan tingkat penyebaran yang melambat. Termotivasi oleh penelitian sebelumnya, model kompartemen SIR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II dan tingkat perlakuan jenuh dieksplorasi dengan tiga kategori berbeda dalam pendekatan *Caputo* [25].

Namun, ketika melibatkan orde fraksional dalam model SEIQR dengan fungsi respon Holling tipe II, muncul kebutuhan akan alat matematis yang lebih canggih. Inilah tempat di mana skema non-standar *Grünwald-Letnikov* memainkan peran kunci. Dalam kaitannya, skema non-standar *Grünwald-Letnikov* menjadi relevan sebagai alat numerik untuk memodelkan turunan fraksional dalam analisis sistem ini. Pemilihan skema ini berkaitan erat dengan upaya memahami dan mengatasi tantangan matematis yang muncul dalam menggambarkan orde fraksional. Di mana kondisi saat ini, pemahaman akan orde fraksional semakin mendalam, penggunaan skema ini menjadi penting dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan kompleks terkait kestabilan lokal model. Seperti penelitian yang dilakukan oleh Ihtisham dan rekannya dalam tahun 2022 yang menggunakan skema non-standar *Grünwald-Letnikov* untuk menentukan model yang paling efektif dalam memprediksi dinamika penularan COVID-19 dengan menggunakan model deterministik dengan variabel kontrol [26].

Dari penjelasan sebelumnya, penulis tertarik untuk menyelidiki lebih lanjut mengenai strategi yang dapat digunakan untuk mengontrol penyebaran penyakit menular saat periode pandemi dengan menggunakan efek memori dan fungsi respon Holling tipe II yang ditinjau dengan model SEIQR. Penelitian ini menganalisis kestabilan lokal orde fraksional pada model SEIQR yang memasukkan fungsi respons Holling tipe II. Dalam konteks dinamika penyebaran penyakit menular, model SEIQR memberikan gambaran yang komprehensif tentang perpindahan individu

antara kategori *susceptible (S)*, *exposed (E)*, *infectious (I)*, *quarantined (Q)*, dan *recovered (R)*. Selanjutnya, penelitian ini mengeksplorasi penggunaan fungsi respons Holling tipe II untuk menangkap dinamika kompleks dalam penyebaran penyakit. Fungsi ini menggambarkan respons saturasi terhadap tingkat infeksi, memberikan dimensi baru pada pemodelan epidemiologi. Aspek kunci penelitian adalah penerapan orde fraksional, memperkenalkan elemen ketidakpastian dan ketidakaturan dalam sistem. Analisis orde fraksional diharapkan memberikan pemahaman yang lebih mendalam tentang dinamika sistem epidemiologi yang melibatkan variabel tak terduga. Dengan menyelidiki kestabilan lokal model SEIQR yang diperkaya ini, diharapkan dapat ditemukan wawasan baru yang bermanfaat untuk merancang strategi pengendalian penyakit yang lebih efektif. Penambahan skema non-standar *Grünwald–Letnikov* pada penelitian ini menjadi langkah kritis dalam menghadapi tantangan matematis dan meningkatkan akurasi model. Diharapkan penelitian ini dapat memberikan wawasan lebih dalam terkait dinamika populasi pada konteks kesehatan masyarakat dan memperkaya pemahaman terhadap pengaruh orde fraksional dalam model penyebaran penyakit yang semakin kompleks. Di samping itu, harapannya adalah bahwa temuan dari penelitian ini dapat menjadi landasan untuk pengembangan model-model prediktif yang lebih akurat dalam menghadapi tantangan kesehatan global masa kini dan mendatang.

## 1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana konstruksi model penyebaran penyakit menular SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II?
2. Bagaimana analisis eksistensi, ketunggalan, keterbatasan, dan kepositifan solusi dari model penyebaran penyakit menular SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II?
3. Bagaimana bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) dari model yang telah dikonstruksi?
4. Bagaimana titik kesetimbangan dan kestabilan lokal dari model penyebaran penyakit menular SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II?
5. Bagaimana skema numerik dan simulasinya pada model SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II?

### 1.3 Batasan Masalah

1. Populasi manusia dikelompokkan menjadi lima kompartemen, yaitu *susceptible* (rentan)  $S(t)$ , *exposed* (terpapar)  $E(t)$ , *infected* (terinfeksi)  $I(t)$ , *quarantined* (terkarantina)  $Q(t)$ , dan *recovered* (sembuh)  $R(t)$ , dengan total populasi adalah  $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + Q(t) + R(t)$ .
2. Subpopulasi pulih tidak dapat kembali terinfeksi (sembuh permanen).
3. Setiap kompartemen bergantung pada waktu ( $t$ ).
4. Semua parameter pada model non-negatif.
5. Laju penyebaran yang ditandai dengan tingkat penyebaran melambat dihasilkan oleh fungsi respon Holling tipe II.
6. Menggunakan operator turunan fraksional *Grünwald–Letnikov* dengan nilai  $\alpha$  yaitu  $0 < \alpha < 1$ .

### 1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Dengan mengacu pada perumusan masalah yang telah disajikan, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini meliputi beberapa hal berikut.

1. Melakukan kontruksi model penyebaran penyakit menular SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II.
2. Melakukan analisis eksistensi, ketunggalan, keterbatasan, dan kepositifan solusi dari model penyebaran penyakit menular SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II.
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) dari model yang telah dikonstruksi.
4. Menentukan titik kesetimbangan dan kestabilan lokal dari model penyebaran penyakit menular SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II.
5. Melakukan skema numerik dan simulasinya pada model SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II.

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini di antaranya sebagai berikut.

1. Mempelajari persamaan diferensial dan persamaan fraksional membantu mengembangkan pemahaman matematis yang mendalam tentang bagaimana

fenomena berubah seiring dengan waktu, serta menerapkannya untuk memodelkan dan memahami fenomena dalam berbagai bidang ilmu.

2. Penting dalam perencanaan tindakan pencegahan dan pengendalian penyakit, serta mengoptimalkan kebijakan dan pengambilan keputusan dalam berbagai situasi.
3. Membuka peluang untuk berkontribusi pada pengembangan teknik numerik yang lebih baik dan pada pemahaman ilmiah yang lebih mendalam dalam berbagai bidang ilmu.

## 1.5 Metode Penelitian

### 1. Sudi Literatur

Studi literatur merupakan tahap pengumpulan serta memahami materi mengenai solusi untuk model penyebaran penyakit orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II, dan simulasi numerik dengan skema non-standar *Grünwald–Letnikov*. Kemudian pengumpulan bahan-bahan materi yang diperoleh dari berbagai referensi yang mendukung, seperti buku, jurnal, dan website yang berkaitan dengan model penyebaran penyakit, model Holling, persamaan diferensial fraksional, penentuan titik kesetimbangan, pelinieran, stabilitas, dan skema non-standar *Grünwald–Letnikov*. Dalam studi literatur sebelumnya, mengkaji model SIR yang telah diulas oleh Paul Subrata dan rekan-rekannya pada tahun 2023 [18] dalam jurnal yang berjudul “*Dynamical Behavior of a Fractional Order SIR Model with Stability*” dengan diperluas menggunakan fungsi respon Holling tipe II, menyoroti upaya meningkatkan pemahaman tentang dinamika penyebaran penyakit menular melalui pendekatan matematis.

### 2. Analisis

Pada tahap analisis ini yang merupakan salah satu metode utama yang dilakukan selama penelitian berlangsung. Penulis akan melakukan analisis model, meliputi mengontruksi model, melakukan analisis eksistensi dan ketunggalan solusi menggunakan kriteria *Lipschitz*, melakukan analisis keterbatasan dan kepositifan solusi dengan menerapkan transformasi *Laplace*, menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit (DFE) dan titik kesetimbangan endemik (END), menentukan bilangan reproduksi dasar dengan metode *Next Generation Matrix* (NGM), melakukan analisis kestabilan lokal pada titik kesetimbangan bebas penyakit (DFE) serta melakukan analisis kesta-

bilan lokal pada titik kesetimbangan endemik (END) dengan menggunakan metode linierisasi pada matriks *Jacobian*.

### 3. Simulasi

Pada tahap ini, penulis akan melakukan skema numerik yaitu skema non-standar *Grünwald–Letnikov* dengan nilai parameter yang tersedia di jurnal rujukan utama dan kedua untuk melihat perilaku model SEIQR orde fraksional dengan fungsi respon Holling tipe II. Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik dari skema tersebut dan analisis dari hasil yang telah diperoleh untuk dapat menginterpretasikan hasil dari simulasi numerik tersebut. Adapun *software* yang akan digunakan yaitu *software Matlab*.

### 4. Interpretasi

Pada tahap ini diperoleh kesimpulan dari model yang telah dianalisis kestabilannya serta hasil dari skema numerik.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri dari lima bab yaitu:

### BAB 1 : PENDAHULUAN

Dalam bagian pendahuluan akan diuraikan beberapa hal yang mendukung dalam penulisan skripsi ini. Bagian pendahuluan ini mencakup konteks masalah yang menjadi alasan pemilihan topik dalam penelitian ini, formulasi masalah yang menjelaskan permasalahan yang perlu diatasi, pembatasan masalah yang menggambarkan batasan penelitian dari segi permasalahan umum, tujuan penelitian untuk mencapai pemahaman yang sudah ada dan menambah pengetahuan baru, metode atau pendekatan yang digunakan dalam menyelesaikan pekerjaan dalam skripsi ini, serta struktur penulisannya.

### BAB 2 : LANDASAN TEORI

Bab ini akan diuraikan tentang aspek-aspek yang menjadi dasar dalam mendukung penelitian skripsi ini. Fokusnya mencakup beberapa teori dasar atau penunjang yang berhubungan dengan isu yang sedang diteliti.

### BAB 3 : SKEMA NON-STANDAR *GRÜN WALD–LETNIKOV* PADA MODEL SEIQR DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE II

Bab ini akan diuraikan analisis tentang hasil dari permasalahan yang dikaji meliputi kontruksi model, analisis eksistensi dan ketunggalan solusi, analisis ke-



positifan dan keterbatasan solusi, pencarian titik kesetimbangan, pencarian nilai bilangan reproduksi dasar, serta analisis kestabilan lokal.

#### BAB 4 : SIMULASI NUMERIK DAN INTERPRETASI HASIL SKEMA NON-STANDAR *GRÜNWARD–LETNIKOV* PADA MODEL SEIQR DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE II

Bab ini akan dilakukan beberapa simulasi numerik dari hasil skema non-standar *Grünwald–Letnikov* dengan data yang sudah tersedia yang sesuai dengan syarat dan ketentuan yang telah ditetapkan, kemudian akan disimpulkan menjadi suatu interpretasi.

#### BAB 5 : KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bagian akhir ini, akan diuraikan kesimpulan yang dapat ditarik sebagai jawaban untuk rumusan masalah yang telah diajukan dan mencapai tujuan penelitian, serta beberapa rekomendasi untuk pengembangan penulisan dan analisis mengenai masalah yang diteliti dalam penelitian ini.

