

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Ilmu matematika memiliki peran yang sangat penting dalam kemajuan teknologi dan ilmu pengetahuan saat ini. Kontribusi ilmu matematika bersifat konseptual maupun praktis. Salah satu cabang ilmu matematika yang sudah ada sejak lama adalah teori graf. Teori graf merupakan salah satu kajian dalam bidang ilmu matematika dan ilmu komputer yang bisa memodelkan bentuk permasalahan menjadi lebih sederhana dengan menyajikannya kedalam bentuk graf untuk membantu mencari hasil yang optimal dengan berbagai metode yang sudah banyak dikembangkan.

Graf didefinisikan sebagai kumpulan titik (*vertex*) yang dihubungkan oleh sisi-sisi (*edge*). Graf dapat digunakan untuk merepresentasikan sebuah objek dan dapat menghubungkan antara objek satu dengan objek lainnya. Representasi objek tersebut dapat menggunakan sebuah titik, bulatan atau noktah untuk direpresentasikan, sedangkan hubungan antara objek-objek dapat direpresentasikan dengan sebuah garis. Sebuah masalah dapat dijelaskan lebih sederhana dengan merepresentasikannya menggunakan graf. Struktur graf dapat diperluas dengan memberikan nilai khusus pada titik atau sisi dalam graf. Banyak gagasan atau konsep yang dapat diungkapkan melalui graf berbobot. Dalam representasi jaringan jalan pada graf, bobotnya bisa mencerminkan panjang jalan atau kecepatan maksimal perjalanan di jalan tersebut.

Dalam Al-Qur'an di singgung beberapa konsep tentang teori graf, seperti titik yang di hubungkan oleh sebuah sisi. Seperti di katakana di dalam Al-Qur'an surat Saba' (34) ayat 18 Allah SWT berfirman:

وَجَعَلْنَا بَيْنَهُمْ وَبَيْنَ الْقُرَىٰ الَّتِي بَرَكْنَا فِيهَا فُرَىٰ ظَاهِرَةً وَقَدَرْنَا فِيهَا السَّيْرَ سِيرُوا
فِيهَا لِيَالِيَ وَأَيَّامًا مِّنِينَ ۝ ۱۸

Artinya: “Kami jadikan antara mereka dan negeri-negeri yang Kami berkahi (Syam) beberapa negeri yang berdekatan dan Kami tetapkan antara negeri-negeri itu (jarak) perjalanan. Berjalanlah kamu di negeri-negeri itu pada malam dan siang hari dengan aman.” (Qs. Saba’ 34:18)[1].

Menurut tafsir Al-Misbah karangan Muhammad Quraish Shihab pada Al-Qur’an surat Saba’ ayat 18 menjelaskan bahwa dalam penciptaan Allah, jarak antara berbagai negeri dapat bervariasi, ada yang berdekatan dan ada pula yang jaraknya ditetapkan untuk perjalanan yang lebih jauh. Hal ini menunjukkan variasi dalam jarak antar lokasi. Ayat tersebut juga mengungkapkan anugerah Allah dalam memudahkan hubungan antar lokasi, serta kelancaran transportasi yang diciptakannya. Allah berfirman bahwa dia menciptakan beberapa negeri yang terlihat berdekatan, namun dia juga menetapkan jarak-jarak perjalanan yang dekat di antara negeri-negeri tersebut, sehingga memudahkan orang-orang untuk singgah di berbagai tempat kapan pun diperlukan, tanpa merasa kesepian atau khawatir akan rintangan dan bahaya[1].

Pada tahun 1736, seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler menerbitkan artikel pertamanya tentang teori graf di jurnal yang berjudul "*The Seven Bridges of Königsberg*" ("Tujuh Jembatan di Königsberg")[2]. Masalah ini melibatkan apakah ada lintasan yang melintasi semua jembatan di Königsberg tanpa melewati jembatan lebih dari sekali. Leonhard Euler membuat masalah ini menjadi lebih sederhana menggunakan konsep graf dan mengembangkan teorema yang mengaitkan semua struktur graf dengan sifat jembatan. Teori graf sangat berguna dalam segala bidang ilmu khususnya dalam riset operasi dan ilmu komputer.

Terdapat sebuah konsep dalam teori graf yang disebut dengan *spanning tree* atau pohon merentang yang digunakan untuk menghubungkan semua titik (*vertex*) dengan sisi (*edge*) dalam sebuah graf tak berarah dengan mengeliminasi siklus (*cycle*) yang ada. Secara sederhana, pohon merentang merupakan subgraf terhubung tak berarah dari graf asli yang terdiri dari semua titik dalam graf tersebut dan subset dari semua sisi (*edge*) yang tidak membentuk siklus (*cycle*)[3]. Pohon merentang mempertahankan sifat keterhubungan sehingga setiap titik dalam graf dapat dicapai dari titik lainnya melalui jalur di dalam pohon merentang tersebut.

Spanning tree memiliki tujuan untuk menjelajahi dan memetakan seluruh titik dalam graf dengan cara yang sangat efisien dan tanpa repetisi. Namun pohon merentang tidak mempertimbangkan bobot atau nilai pada sisi graf. Dalam konteks mencari solusi optimal, diperlukan konsep *Minimum Spanning Tree* atau pohon merentang minimum. Pohon merentang minimum adalah sebuah pohon merentang (*spanning tree*) yang memiliki total bobot sisi minimum diantara semua pohon merentang yang mungkin ada pada sebuah graf[3]. Pohon merentang minimum digunakan untuk memecahkan masalah optimisasi dengan mencari struktur pohon terhubung terkecil yang mencakup semua sisi dalam graf dengan bobot minimum. *Minimum Spanning Tree* merupakan konsep dalam teori graf yang memiliki banyak aplikasi dalam berbagai bidang seperti dalam sistem jaringan telekomunikasi, perencanaan jaringan sipil, sistem jaringan listrik, sistem jaringan suplai air, dan sistem jaringan transportasi[4].

Untuk mencari *Minimum spanning tree* terdapat algoritma khusus yang umum digunakan, seperti Algoritma Greedy. Algoritma ini membentuk solusi langkah demi langkah, di mana setiap langkahnya memiliki banyak opsi dan kemungkinan yang dapat dieksplorasi. Dalam algoritma ini, keputusan untuk melangkah ke langkah berikutnya adalah yang paling menguntungkan dalam situasi saat itu[5]. Pilihan diambil secara bertahap tanpa harus memikirkan efek penyelesaian keseluruhan. Pendekatan yang dilakukan oleh Algoritma Greedy adalah membuat pilihan yang dapat memberikan penelitian terbaik, yaitu dengan membuat pilihan optimal pada setiap langkah[6]. Salah satu contoh Algoritma Greedy yang populer dalam menyelesaikan masalah *Minimum spanning tree* adalah Algoritma Prim dan Algoritma Kruskal, Algoritma ini mempertimbangkan bobot setiap sisi pada graf dan mencari kombinasi sisi dengan bobot terendah untuk membentuk pohon merentang minimum. Algoritma Prim dan Kruskal secara bertahap memilih sisi dengan bobot terendah yang terhubung dengan titik yang telah dipilih sebelumnya[7].

Dalam penyelesaian masalah optimasi dapat diselesaikan dengan menggunakan metode eksak (*exact method*) dan metode pendekatan (*approximate methode*). Metode eksak merupakan metode penyelesaian optimasi yang menjamin mendapatkan hasil yang optimal dengan waktu tertentu. Contoh dari metode eksak

adalah *dynamic programming* dan *branch and bound*. Sedangkan metode *approximate* tidak menjamin mendapatkan solusi yang optimal tetapi metode *approximate* mampu memberikan solusi yang mendekati solusi yang optimal dalam waktu yang lebih efisien dibandingkan dengan metode eksak. Metode pendekatan banyak dikembangkan oleh para peneliti dengan memodifikasi berbagai algoritma menjadi lebih efisien dan efektif dalam penyelesaian masalah optimasi.

Algoritma Siklus Graf untuk menentukan bobot minimum pada *spanning tree* merupakan hasil konstruksi yang terinspirasi dari kesuksesan Algoritma Kruskal yang terkenal dalam menyelesaikan masalah *Minimum spanning tree*. Pendekatan yang digunakan dalam Algoritma Kruskal, yang dikenal sebagai pendekatan Greedy, memberikan landasan konseptual yang kuat bagi pengembangan Algoritma Siklus Graf. Dengan tujuan utama menyediakan solusi optimal dalam konteks *Minimum Spanning Tree*, Algoritma Siklus Graf dirancang dengan teliti sebagai solusi yang lebih efisien dan efektif untuk mengatasi permasalahan siklus pada graf berbobot yang semakin kompleks. Konstruksi algoritma ini bertujuan untuk menghadirkan solusi yang mampu mengatasi tantangan teknis yang semakin meningkat dalam penggunaan data graf dalam berbagai aplikasi, sejalan dengan prinsip yang diusung oleh Algoritma Kruskal. Melalui proses eliminasi siklus pada graf berbobot, Algoritma Siklus Graf mempertimbangkan setiap sisi pada siklus dengan cermat, menghilangkan sisi yang memiliki bobot terbesar. Hasilnya adalah pencapaian pohon merentang minimum tanpa keberadaan siklus dalam graf berbobot, mencerminkan keberhasilan Algoritma Kruskal yang menjadi inspirasi utama dalam pembangunan Algoritma Siklus Graf. Dengan pendekatan yang inovatif dan strategis ini, Algoritma Siklus Graf membuktikan kehandalannya dalam menentukan bobot minimum pada *spanning tree* dengan efisien dan efektif.

Pada tahun 1992 Marco Dorigo Ph.D dalam tesisnya mengusulkan sebuah algoritma yang bernama *Ant Colony Optimization Algorithm* [8]. Metode ini terinspirasi dari perilaku semut saat mereka berpergian dengan berkoloni dari sarangnya menuju ke sumber makanan[8]. Algoritma ini digunakan untuk memecahkan masalah optimisasi untuk menemukan solusi optimal atau mendekati solusi optimal dalam mencari jalur terpendek antara sumber dan tujuan. *Ant Colony Optimization Algorithm* adalah metode *Metaheuristic* yang digunakan untuk

menyelesaikan masalah optimisasi[9], *Metaheuristik* melibatkan penggunaan metode pencarian heuristik berulang untuk secara iteratif meningkatkan optimalisasi solusi. Tujuannya adalah untuk mengeksplorasi berbagai solusi dalam ruang pencarian, menghindari kemungkinan solusi yang kurang efisien, dan mencapai hasil yang lebih baik. Ada beberapa contoh algoritma *metaheuristik* termasuk *Genetic Algorithm*, *Particle Swarm Optimization*, *Ant Colony Optimization*, *Simulated Annealing* dan lainnya. Metode ini bisa digunakan dalam memecahkan berbagai masalah optimisasi dengan menggunakan model pohon merentang minimum seperti masalah pencarian rute terpendek dan *Travelling Salesman Problem (TSP)*[10].

Penelitian tentang *Minimum spanning tree* telah menjadi fokus banyak penelitian, namun belum ada algoritma yang cukup efektif dan efisien dalam penyelesaian masalah *Minimum spanning tree*. Oleh karena itu, berdasarkan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengkonstruksi sebuah algoritma yang efisien dan efektif dalam menentukan *Minimum spanning tree* dengan nama Algoritma Siklus Graf. Algoritma ini akan dibandingkan dengan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi, dan keduanya bertujuan untuk menentukan *Minimum spanning tree*. Penelitian ini kemudian diangkat menjadi topik tugas akhir skripsi dengan judul **“Perbandingan Kinerja Algoritma Siklus Graf dengan Algoritma Optimasi Koloni Semut yang Dimodifikasi pada Masalah Pohon Merentang Minimum”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan judul dan latar belakang skripsi dirumuskan masalah yang akan diteliti pada skripsi ini sebagai berikut:

1. Bagaimana mengkontruksi Algoritma Siklus Graf untuk menentukan *Minimum Spanning Tree*?
2. Bagaimana konsep Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi?
3. Bagaimana penyelesaian masalah pohon merentang minimum menggunakan Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi?

4. Bagaimana perbandingan kinerja Algoritma Siklus Graf dan algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi dari tingkat efisiensi dalam penyelesaian masalah pohon merentang minimum?
5. Bagaimana pengaruh ukuran graf dan total bobot sisi terhadap kinerja kedua metode tersebut, apakah terdapat perbedaan yang signifikan dari hasil kinerja kedua metode tersebut.

1.3 Batasan Masalah

Pada skripsi ini terdapat batasan masalah yang menjadi batasan dalam penelitian yaitu sebagai berikut:

1. Penelitian ini berfokus pada masalah pohon merentang minimum dengan melibatkan pencarian pohon subgraf minimum yang menghubungkan semua titik dalam graf tertentu dengan bobot sisi minimum.
2. Graf yang digunakan merupakan graf berbobot yang saling terhubung tak-berarah yang terdiri dari titik dan sisi dengan bobot numerik yang mewakili jarak atau nilai antara titik-titik tersebut.
3. Algoritma Siklus Graf yang dikonstruksi akan difokuskan untuk mengatasi permasalahan siklus pada graf berbobot dalam menentukan *Minimum spanning tree*.
4. Penelitian ini berfokus pada analisis kinerja Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi dalam menentukan *Minimum spanning tree*.
5. Penelitian ini akan membandingkan Algoritma Siklus Graf dan algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi secara kuantitatif dalam menentukan *Minimum Spanning Tree* pada sebuah studi kasus.

1.4 Tujuan Dan Manfaat

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dan manfaat dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi cara mengkonstruksi Algoritma Siklus Graf untuk menentukan *Minimum Spanning Tree*.

2. Memahami konsep Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi.
3. Menguraikan penyelesaian masalah pohon merentang minimum menggunakan Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi.
4. Membandingkan kinerja Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi dari tingkat efisiensi dalam penyelesaian masalah pohon merentang minimum.
5. Menganalisis pengaruh ukuran graf dan total bobot sisi terhadap kinerja kedua metode tersebut, Apakah terdapat perbedaan yang signifikan dari hasil kinerja kedua metode tersebut.

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi penulis, penelitian ini memberikan kesempatan untuk meningkatkan pemahaman tentang Algoritma Siklus Graf yang dikonstruksi, Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi, serta kemampuan untuk mengimplementasikannya dalam masalah *Minimum Spanning Tree*. Penulis dapat memperluas pengetahuan dan keahlian dan menerapkan teori graf untuk membuat model pada masalah optimasi rute jaringan komputer, serta mendapatkan wawasan tentang penggunaan algoritma dalam penyelesaian suatu masalah.
2. Bagi Program Studi Matematika, dapat menambah ilmu mengenai metode optimasi yang telah dikembangkan dan bisa diterapkan pada teori graf dalam menyelesaikan pohon merentang minimum. Hasil penemuan dan hasil penelitian ini memiliki potensi besar untuk menjadi sumber pengetahuan yang berharga bagi mahasiswa di masa depan, yang akan memperkaya pengalaman belajar mereka dan mengembangkan pemahaman yang lebih luas tentang optimisasi serta penerapannya dalam situasi dunia nyata.
3. Bagi Masyarakat, dapat menggunakan metode tersebut untuk menyelesaikan sebuah permasalahan optimisasi yang bisa dibuatkan model graf dengan pendekatan pohon merentang minimum.

Dengan demikian, penelitian ini memiliki dampak yang positif bagi penulis, Program Studi Matematika, dan Masyarakat secara keseluruhan dengan meningkatkan pemahaman, pengembangan ilmu, serta penerapan metode pendekatan dalam penyelesaian *Minimum Spanning Tree*.

1.5 Metode Penelitian

Pada Skripsi ini dilakukan dengan menggunakan metodologi sebagai berikut:

1. Studi literatur

Pada tahap ini, dilakukan identifikasi masalah melalui pendekatan teoritis dengan studi literatur yang mendalam terkait dengan masalah minimum spanning tree, Algoritma Siklus Graf, dan Algoritma Ant Colony Optimization yang dimodifikasi. Langkah ini mencakup pencarian dan pengumpulan referensi dari berbagai sumber seperti jurnal, buku, media online, dan sumber-sumber referensi lainnya yang mendukung pengkajian penelitian. Analisis yang mendalam dari berbagai literatur bertujuan untuk memperoleh pemahaman yang komprehensif tentang konteks masalah yang diteliti serta kerangka konseptual yang kokoh untuk pengembangan metodologi penelitian.

2. Analisis

Pada tahap ini, penulis mengkaji dan menganalisis hasil studi literatur yang telah dilakukan sebelumnya terkait dengan masalah yang dipilih dalam skripsi, yaitu penggunaan Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi dalam penyelesaian masalah *Minimum Spanning Tree*. Pada tahap ini, penulis mengkaji dan menganalisis terhadap hasil studi literatur terkait masalah yang diangkat dalam skripsi, khususnya penggunaan Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi untuk menyelesaikan masalah *Minimum Spanning Tree*. Analisis ini melibatkan proses konstruksi Algoritma Siklus Graf, dimulai dari analisis langkah-langkah Algoritma Kruskal sebagai inspirasi utama. Selanjutnya, penulis merancang konsep Algoritma Siklus Graf dengan fokus pada penghapusan siklus dalam graf berbobot untuk mencapai *Minimum Spanning Tree*. Konsep tersebut diuji coba dan dievaluasi

kinerja pada berbagai studi kasus yang di uji untuk meningkatkan efisiensi dan akurasi dalam menentukan bobot minimum pada *spanning tree*.

3. Pembahasan

Pada tahap ini, penulis menyajikan hasil analisis dari studi literatur dan hasil simulasi serta studi kasus yang dilakukan. Dalam pembahasan ini, penulis menguraikan temuan-temuan penting yang diperoleh dari analisis literatur, termasuk pendekatan teoritis terkait masalah *Minimum Spanning Tree*, Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi. Selain itu, pembahasan juga mencakup analisis perbandingan antara kedua algoritma tersebut dalam menyelesaikan masalah *Minimum Spanning Tree* pada studi kasus yang dipilih. Penulis juga mengevaluasi keunggulan dan kelemahan masing-masing algoritma serta implikasi hasil penelitian terhadap pengembangan dan penerapan Algoritma Siklus Graf dalam konteks penyelesaian masalah *Minimum Spanning Tree*.

4. Simulasi dan Studi Kasus

Pada tahap simulasi dan studi kasus, penulis melakukan percobaan simulasi dengan menggunakan tiga contoh studi kasus pada sebuah graf berbobot tidak berarah. Tujuannya adalah untuk menentukan nilai bobot minimum dalam masalah *Minimum Spanning Tree* dengan menerapkan Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang telah dimodifikasi. Dalam proses ini, penulis mengambil contoh kasus konkret pada graf berbobot yang relevan dengan studi, kemudian menjalankan kedua algoritma tersebut untuk mencari nilai bobot minimum. Selanjutnya, penulis menganalisis hasil dari kedua algoritma tersebut dan mencari jumlah nilai bobot sisi paling minimum yang terdapat dalam graf berbobot tersebut. Selain itu, dilakukan perbandingan antara hasil terbaik yang diperoleh dari Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi untuk mengevaluasi kinerja dan efektivitas keduanya dalam menyelesaikan masalah *Minimum Spanning Tree* pada studi kasus yang diberikan.

1.6 Sistematika Penulisan

Struktur skripsi ini terbagi menjadi lima bab yang masing-masing memiliki beberapa sub bab di dalamnya. Sistematika penulisan dalam skripsi ini disusun sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi mengenai pendahuluan yang terdiri dari enam sub bahasan, diantaranya adalah latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian, ruang lingkup penelitian, dan sistematika penulisan dari masalah yang dikaji.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas mengenai landasan teori yang relevan dan mendasari pembahasan terhadap masalah yang dikaji dalam skripsi yang diambil dari referensi pada buku, artikel, dan penelitian terdahulu. Landasan teori ini mencakup beberapa teori yang berkaitan dengan masalah yang dikaji.

BAB III ALGORITMA SIKLUS GRAF DAN ALGORITMA *ANT COLONY OPTIMIZATION* YANG DIMODIFIKASI PADA PENYELESAIAN *MINIMUM SPANNING TREE*.

Pada Bab ini, akan dijelaskan proses konstruksi Algoritma Siklus Graf dan modifikasi Algoritma *Ant Colony Optimization* untuk menyelesaikan *Minimum Spanning Tree*. Pembahasannya akan mencakup konsep dasar dari Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi, pembuatan langkah-langkah kedua algoritma, pembentukan flowchart, implementasi pada permasalahan yang relevan, serta analisis perbandingan kinerja keduanya. Hal ini akan memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai kedua algoritma tersebut dalam konteks penyelesaian *Minimum Spanning Tree*.

BAB IV SIMULASI ALGORITMA SIKLUS GRAF DAN ALGORITMA *ANT COLONY OPTIMIZATION* YANG DIMODIFIKASI PADA PENYELESAIAN *MINIMUM SPANNING TREE*.

Pada Bab ini, akan dijelaskan proses implementasi pada objek penelitian yang mencakup masalah rute ekspedisi, optimalisasi jaringan distribusi air PDAM, dan optimalisasi jaringan listrik. Data dan bahan yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari jurnal dan skripsi yang menggunakan konsep graf dengan pendekatan *Minimum Spanning Tree*. Selain itu, bab ini juga akan menguraikan proses implementasi Algoritma Siklus Graf dan Algoritma *Ant Colony Optimization* yang dimodifikasi dalam menyelesaikan masalah *Minimum Spanning Tree*. Analisis hasil dari proses implementasi kedua algoritma tersebut juga akan diperinci untuk memberikan pemahaman yang komprehensif tentang kinerja dan efektivitas kedua algoritma tersebut dalam konteks masalah yang dihadapi.

BAB V PENUTUP

Bagian kesimpulan pada bab ini berisi hal-hal yang dapat disimpulkan dari hasil pembahasan yang dikaji pada Bab III. Kemudian dilanjutkan dengan saran untuk pengembangan penelitian lanjutan, serta rekomendasi agar hasil penelitian dapat menjadi pedoman bagi perkembangan penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA