

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematikawan asal Swiss, Leonhard Euler, mengenalkan teori graf pertama kali pada 1736. Dalam tulisannya, ia membahas upaya untuk menyelesaikan masalah yang termahsyur di Eropa, yaitu jembatan Königsberg. Di atas Sungai Pregel, terdapat tujuh jembatan yang telah dibangun. Sungai Pregel mengalir melalui Königsberg, membagi kawasan kota menjadi empat bagian. Tujuh jembatan dibangun di beberapa bagian di seberang sungai, memungkinkan lalu lintas antara empat area. Pada abad ke-17, penduduk Königsberg suka berjalan di sepanjang sungai sampai beberapa dari mereka bertanya-tanya apakah mungkin berjalan di Königsberg dan hanya menyeberangi setiap jembatan satu kali. Euler menggambarkan solusinya dalam makalahnya *Solutio problematik ad geometriam situs* (Solusi masalah yang berkaitan dengan geometri posisi), di mana daratan dimisalkan dengan titik dan jembatan dimisalkan dengan sisi. Dengan menggunakan buktinya, Euler menyimpulkan bahwa tidak mungkin menyeberangi tujuh jembatan sekaligus dan kembali lokasi semula. Dari penelitian Euler ini dianggap sebagai cikal bakal lahirnya perkembangan sejarah teori graf.

Kemajuan penelitian mengenai teori graf terus berkembang, di antara perkembangan penting adalah dalam bidang pelabelan graf. Dalam surveinya [1], Gallian membahas perkembangan terbaru dalam teori graf yang berkaitan dengan pelabelan. Pelabelan graf merupakan pemetaan setiap elemen dari graf, baik itu sisi atau titik ke bilangan bulat positif, yang disebut label [2]. Dalam pelabelan graf terdapat beberapa jenis pelabelan yang digunakan. Pelabelan titik adalah pelabelan yang memetakan nilainya ke titik, sedangkan pelabelan sisi jika pemetaan nilainya ke sisi. Jika suatu pelabelan memetakan nilainya ke sisi juga titik maka dinamakan pelabelan total.

Nilai ketakteraturan, yang disimbolkan dengan $s(G)$, dikenal sebagai k minimum di mana G memiliki pelabelan tak teratur dengan menggunakan label paling besar k . Chartrand [3] pertama kali yang memperkenalkan topik nilai ketakteraturan. Dalam makalahnya, batas dari parameter dibuktikan dengan $s(G) \geq \max \left\{ \left\lceil \frac{n_i + i - 1}{i} \right\rceil : i \in \{1, \dots, \Delta(G)\} \right\}$. Nilai ketakteraturan sebuah graf G regular- r dibuktikan oleh Faudree dan Lehel [4], $r \geq 2$, batas atas $s(G) \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 9$. Faudree dan Lehel juga mengajukan dugaan untuk setiap graf regular- r adalah $s(G) \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + c$. Cruckler dan Lazebnik [5] dan kemudian Przybyło [6] serta Kalkowski, Karonski, dan Pfender [7] berturut-turut menyempurnakan batas atas ini. Majerski dan Przybyło baru-baru ini menunjukkan dalam [8] bahwa $s(G) \leq \frac{(4+o(1))n}{\delta(G)} + 4$ untuk graf yang memiliki derajat minimum $\delta(G) \geq \sqrt{n} \ln n$.

Dalam [9] diperkenalkan pelabelan- k total $\delta: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$. Suatu pelabelan- k total didefinisikan sebagai suatu pelabelan- k total tak teratur sisi dari graf G apabila tiap dua sisi berbeda e dan f terdapat $wt(e) \neq wt(f)$ dan menjadi pelabelan- k total tak teratur titik dari G apabila tiap dua titik berbeda x dan y terdapat $wt(x) \neq wt(y)$. Nilai k minimum dari G yang mempunyai suatu pelabelan- k total tak teratur sisi disebut sebagai nilai total ketakteraturan sisi, $tes(G)$. Dalam [9] diberikan batas bawah dan batas atas nilai total ketakteraturan sisi untuk sembarang graf $G(V, E)$ yaitu $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$.

Pelabelan telah dipelajari secara luas dalam teori graf dengan berbagai aplikasi di dunia nyata. Aplikasi pelabelan graf meliputi kriptografi, radar, desain sirkuit, dan desain jaringan telekomunikasi. Penelitian mengenai pelabelan tak teratur telah banyak dikaji, salah satunya pelabelan tak teratur modular, yang merupakan versi modular dari pelabelan tak teratur. Nilai total ketakteraturan sisi modular merupakan topik yang masih jarang dikaji. Dengan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengkaji tugas akhir skripsi dengan topik tersebut dan mengangkat judul **“Nilai Total Ketakteraturan Sisi Modular pada Graf Kunng – Kunang”**.

1.2 Rumusan Masalah

Tugas akhir ini akan menyelidiki rumusan masalah berikut:

1. Bagaimana pelabelan- k total tak teratur sisi pada graf kunang-kunang?
2. Bagaimana nilai total ketakteraturan sisi dari graf kunang-kunang?
3. Bagaimana pelabelan- k total tak teratur sisi modular pada graf kunang-kunang?
4. Bagaimana nilai total ketakteraturan sisi modular dari graf kunang-kunang?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini, pelabelan yang digunakan penulis adalah pelabelan total tak teratur sisi. Kemudian, graf yang dikaji dalam penelitian ini adalah graf kunang-kunang, yang disimbolkan dengan $F_{s,t,u}$ dengan $s \geq 1, t \geq 1, u \geq 1$ dan $t = u$.

1.4 Tujuan Penelitian

Berikut adalah tujuan yang diharapkan dari penelitian ini:

1. Menentukan suatu pelabelan- k total tak teratur sisi pada graf kunang-kunang.
2. Menentukan nilai total ketakteraturan sisi dari graf kunang-kunang.
3. Menentukan suatu pelabelan- k total tak teratur sisi modular pada graf kunang-kunang.
4. Menentukan nilai total ketakteraturan sisi modular dari graf kunang-kunang.

1.5 Metode Penelitian

Pada tahap Studi Literatur, penulis melakukan identifikasi permasalahan dengan mencari dan mengumpulkan referensi pendukung serta mengkaji penelitian yang berkaitan dengan nilai total ketakteraturan sisi modular baik dari buku, jurnal, skripsi, maupun media *online*.

Pada tahap penelitian, penulis melakukan proses analisis dan percobaan pada sebuah graf kunang-kunang dengan suatu pelabelan total tak teratur sisi, juga mencari pelabelan total tak teratur sisi modularnya. Tujuannya untuk mendapatkan suatu nilai total ketakteraturan sisi modular dari graf kunang-kunang.

1.6 Sistematika Penulisan

Skripsi ini terdiri dari empat bab dengan beberapa subbab. Sistematika penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan, umumnya berisikan beberapa elemen penting, seperti latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini merupakan penjelasan tentang teori yang relevan dan menjadi dasar dari pembahasan nilai total ketakteraturan sisi modular secara garis besar.

BAB III NILAI TOTAL KETAKTERATURAN SISI MODULAR PADA GRAF KUNANG – KUNANG

Pada bab ini berisikan pembahasan utama dari penelitian yang dikaji, yaitu mengenai nilai total ketakteraturan sisi modular beserta teorema pendukung untuk membuktikan nilai total ketakteraturan sisi modular pada graf kunang – kunang.

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini, berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji. Selain itu, di bab ini juga terdapat saran dan rekomendasi untuk pengembangan penelitian selanjutnya dan lebih mendalam dari penelitian tersebut.

DAFTAR PUSTAKA