

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kajian teori bilangan aljabar memunculkan gagasan tentang modul. Pada akhir tahun 1920-an, ilmu ini menjadi terkenal dalam aljabar sebagian besar berkat wawasan E. Noether, yang merupakan ahli matematika pertama yang menyadari pentingnya ilmu ini [1].

Modul merupakan generalisasi alami dari ruang vektor yang berhubungan erat dengan konsep grup aditif abelian [1]. Modul didefinisikan atas ring, yaitu struktur aljabar yang dilengkapi dengan dua operasi biner: penambahan dan perkalian skalar. Sifat-sifat inti yang mendefinisikan modul meliputi karakteristik dasar struktur grup abelian dan sifat distribusi penggandaan skalar terhadap perkalian dan penambahan modul. Selain itu, modul juga harus memenuhi aksioma tertentu, seperti keberadaan elemen identitas untuk penggandaan skalar.

Salah satu konsep dalam teori modul adalah jumlah langsung modul (*direct sum of module*). Misalkan M modul atas ring R , terdapat dua submodul dari M , yaitu K dan L . Maka M adalah jumlah langsung dari K dan L yang dinotasikan dengan $M = K \oplus L$ jika dan hanya jika $M = K + L$ dan $K \cap L = \{0\}$ [1].

Pada teori modul juga terdapat konsep penting lainnya, yaitu modul perkalian. Studi sistematis pertama tentang modul perkalian atas ring komutatif dimulai oleh El-bast dan Smith dalam jurnal yang berjudul *Multiplication Modules*. Sebuah modul M atas ring R dikatakan modul perkalian jika setiap submodul dari M , yaitu N dan terdapat ideal I di R sehingga $N = IM$ [2]. Selain itu, terdapat interaksi yang signifikan antara modul perkalian dengan konsep jumlah langsung modul.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengkaji kriteria suatu modul yang berbentuk jumlah langsung agar menjadi modul perkalian dan mengetahui sifat-sifat dari modul perkalian yang berbentuk jumlah langsung. Oleh karena itu, penulis mengangkat judul pada penelitian ini **“Kriteria Jumlah Langsung Modul Perkalian”**.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana kriteria jumlah langsung modul perkalian?
2. Bagaimana sifat-sifat jumlah langsung modul perkalian?

1.3 Batasan Masalah

Adapun Batasan masalah pada penulisan penelitian ini yaitu :

1. Ring dengan elemen satuan
2. Modul yang digunakan adalah modul kiri
3. Sifat-sifat yang dikaji, yaitu *direct sum cancellation property* dan *summand property*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan penelitian ini yaitu:

1. Menentukan kriteria jumlah langsung modul perkalian
2. Menentukan sifat-sifat jumlah langsung modul perkalian

Secara umum, manfaat dari hasil penelitian ini untuk memperluas wawasan mengenai konsep-konsep pada teori modul khususnya modul perkalian dan jumlah langsung modul serta dapat menjadi dasar untuk riset lanjutan dalam bidang aljabar atau matematika terapan lainnya.

1.5 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur untuk mengkaji kriteria jumlah langsung modul perkalian, yang mengacu pada jurnal utama berjudul "*Criteria for a Direct Sum of Modules to Be a Multiplication Module over Noncommutative Rings*" oleh T. Alsuraiheed dan V. V. Bavula (2021). Selain jurnal utama, penelitian ini juga menggunakan buku-buku dan jurnal lainnya yang membahas konsep dasar grup aditif, ideal, ring, dan teori modul. Jenis penelitian ini adalah deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk menganalisis dan memahami teori serta konsep yang telah ada dalam literatur terkait.

Data dikumpulkan melalui pembacaan dan peninjauan mendalam terhadap jurnal utama serta penelaahan buku dan jurnal lainnya. Analisis data dilakukan

dengan mengidentifikasi masalah utama, mengklasifikasikan informasi berdasarkan kategori yang relevan, membandingkan teori dari jurnal utama dengan literatur lainnya, dan menyusun kesimpulan yang sistematis. Metode studi literatur ini diharapkan memberikan pemahaman mendalam mengenai jumlah langsung modul perkalian.

1.6 Sistematika Penulisan

Pada skripsi ini, terdapat empat bab beserta daftar pustaka yang penulis buat, dimana pada setiap bab terdapat beberapa sub bab, diantaranya :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisikan teori-teori yang menjadi landasan pada pembahasan topik masalah yang dijelaskan. Adapun yang dibahas pada landasan teori ini meliputi Himpunan, Kongruensi Modulo, Grup, Ring, Ideal, Modul, Submodul, Jumlah Langsung Modul, Jenis-jenis Modul, Interpretasi Diagramatik, Delta Kronecker.

BAB III KRITERIA JUMLAH LANGSUNG MODUL PERKALIAN

Bab ini berisi tentang bahasan utama pada Skripsi, meliputi pembahasan tentang Modul Perkalian, Kriteria Jumlah Langsung Modul Perkalian, Sifat-sifat Jumlah Langsung Modul Perkalian.

BAB IV PENUTUP

Bab ini mencakup rangkuman dari isi Skripsi yang mencerminkan kesimpulan tentang topik yang dibahas serta menyajikan beberapa saran untuk perluasan dan pengembangan tulisan kedepannya.