

# BAB I

## PENDAHULUAN

Bagian ini berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, ruang lingkup penelitian, sistematika penulisan untuk pembahasan ruang metrik-*S rectangular*.

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Analisis fungsional merupakan cabang dari matematika analitik klasik yang memiliki peran penting dalam berbagai bidang matematika. Analisis ini mempelajari "ruang" dan "fungsi" yang didefinisikan di dalam ruang tersebut. Sebagai contoh, ruang vektor dengan fungsi norma disebut ruang bernorma, sedangkan himpunan tak kosong dengan fungsi jarak disebut ruang metrik.

Ruang metrik pertama kali diperkenalkan pada tahun 1906 oleh Maurie Fréchet [1]. Ruang metrik dinotasikan  $(X, d)$ , dimana  $X$  adalah himpunan dan  $d$  adalah fungsi jarak pada  $X$  yakni suatu fungsi yang didefinisikan pada  $X \times X$  sehingga untuk semua  $x, y, z \in X$  dengan terpenuhinya 4 aksioma (non-negatif, positif definit, simetri dan ketaksamaan segitiga).

Ruang metrik telah menghasilkan banyak perumuman baru untuk memperluas cakupan teori ruang metrik dimana alasan khusus dilakukannya perumuman pada ruang metrik yaitu untuk menganalisa objek-objek yang tidak dapat dianalisis dengan ruang metrik biasa, untuk meningkatkan efisiensi algoritma, dan mempelajari sifat-sifat baru dari ruang metrik.

Diantara perumuman baru yang ada Shaban Sedghi, Nabi Shobe dan Abdelkrim Aliouche [2] memperkenalkan ruang metrik-*S*. Sifat definit positif dan sifat ketaksamaan yang digunakan inilah yang membedakan ruang metrik-*S* dengan ruang metrik. Pada ruang metrik memetakan setiap 2 elemen sementara ruang metrik-*S* memetakan setiap 3 elemen dari pasangan himpunan  $X$  menuju bilangan riil positif. Lalu pada ruang metrik jarak antara suatu titik ke titik yang sama selalu bernilai nol, sedangkan pada ruang metrik-*S* jarak suatu titik ke titik yang sama tidak selalu bernilai nol artinya bisa bernilai nol, positif atau bahkan negatif.

Kemudian pada ruang metrik jarak antara dua titik tidak boleh lebih besar dari penjumlahan jarak antara titik ke titik ketiga, sedangkan pada ruang metrik-S memperkuat dua titik lainnya dalam ketaksamaan segitiga.

Disisi lain juga A. Brianciarri [3] memperkenalkan ruang metrik *rectangular*. Adapun perbedaan ruang metrik dan ruang metrik *rectangular* terlihat pada sifat ketaksamaan yang digunakan. Pada ruang metrik menggunakan ketaksamaan segitiga, sedangkan ruang metrik *rectangular* menggunakan ketaksamaan segiempat.

Dimotivasi oleh perumuman diatas O.K. Adewale dan C. Iluno pada tahun 2022 [4] mengemukakan konsep baru yaitu ruang metrik-S *rectangular* dimana menggabungkan konsep antara ruang metrik-S dengan ruang metrik *rectangular*. Ruang metrik-S *rectangular* adalah sebuah himpunan tak kosong  $X$  yang dilengkapi dengan sebuah fungsi  $\underline{S}$ . Fungsi ini memetakan setiap tiga elemen dari himpunan  $X$  ke bilangan riil positif dan memenuhi dua aksioma (definit positif dan ketaksamaan segitiga).

Penelitian ini mendeskripsikan lebih detail langkah-langkah yang belum dibahas dalam jurnal seperti pembuktian pada sifat-sifat ruang metrik-S *rectangular* dan pembuktian teorema titik tetap yang diambil dari referensi lainnya.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan tersebut maka skripsi yang akan disusun berorientasi pada rumusan masalah berikut.

1. Bagaimana sifat ruang metrik-S *rectangular*?
2. Bagaimana aplikasi pada ruang metrik-S *rectangular*?

## 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Membahas sifat ruang metrik-S *rectangular*.

2. Aplikasi yang di bahas adalah teorema titik tetap dari kelengkapan ruang metrik- $S$  *rectangular*.

#### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dari skripsi yang diajukan adalah untuk mengkaji dan menjelaskan langkah-langkah pembuktian teorema titik tetap di ruang metrik- $S$  *rectangular* dan sifat-sifat yang mendukung pembuktian tersebut.

#### 1.5 Metode Penelitian

Pada bagian ini diberikan metode atau langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian.

##### 1. Studi Literatur

Pendekatan yang akan digunakan dalam penyusunan skripsi yang diajukan adalah studi literatur, perancangan dan simulasi. Studi literatur yaitu dengan mempelajari dan menerapkan hasil-hasil dari literatur berupa buku atau jurnal ilmiah dan karya ilmiah lainnya yang berkaitan dengan topik pada paper yang hendak dipaparkan pada skripsi yang akan diajukan. Bagian referensi yang mendukung dalam paper ini meliputi definisi, sifat-sifat, contoh-contoh yang berkaitan dengan ruang metrik, ruang metrik- $S$ , ruang metrik *rectangular*, dan ruang metrik- $S$  *rectangular*.

##### 2. Mengkaji ruang metrik- $S$ *rectangular*

Pada tahap ini, diberikan definisi dari ruang metrik- $S$  *rectangular* berdasarkan literatur dan pembuktian teorema titik tetap yang diambil dari referensi lainnya.

##### 3. Mengkaji sifat konvergensi barisan, barisan Cauchy, dan sifat kelengkapan.

Pada tahap ini, diberikan definisi dari konvergensi barisan, barisan Cauchy dan kelengkapan ruang metrik dan ruang metrik- $S$ .



DAFTAR PUSTAKA Berisi sumber-sumber referensi yang digunakan dalam penulisan Skripsi ini.

