

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Jembatan Königsberg di Jerman pada tahun 1736 adalah kasus pertama yang menyelesaikan masalah dengan menggunakan konsep graf. Sungai Pregal, yang bercabang menjadi dua anak sungai, memiliki tujuh jembatan yang menghubungkan daratan yang terpisah darinya. Kasusnya adalah, apakah mungkin melewati semua jembatan tepat sekali dan kembali ke titik awal. Pada tahun 1736, L. Euler, seorang matematikawan Swiss, memecahkan masalah ini dengan membuat graf dengan daratan sebagai titik dan jembatan sebagai sisi. Pada setiap titik, Euler memberi tanda A, B, C, dan D. Menghitung jumlah garis yang berhubungan dengan setiap titik dengan menggunakan derajat. Sebagai contoh, titik A memiliki derajat 5, titik B dan D memiliki derajat tiga, dan titik C juga memiliki derajat 3. Tidak mungkin melewati ketujuh jembatan tepat sekali dan kembali ke titik awal karena semua titik berderajat ganjil. Sampai saat ini, pembahasan teori graf telah mengalami banyak perkembangan. Graf dapat didefinisikan sebagai pasangan himpunan titik dan himpunan sisi atau dapat ditulis dengan $G = (V, E)$. V adalah himpunan titik (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arc*) yang menghubungkan sepasang titik terurut.[1]

Pelabelan pada graf adalah salah satu perkembangan dalam teori graf. Pelabelan pada graf terdiri dari pemetaan unsur-unsur graf, seperti titik atau sisi, dengan bilangan bulat tak negatif. Pelabelan dibagi menjadi tiga jenis: pelabelan titik (*vertex labeling*), pelabelan sisi (*edge labeling*), dan pelabelan total (*total labeling*).[2]

Pada penelitian ini, akan dikaji Pelabelan Refleksif Tak Teratur Sisi, yang merupakan jenis pelabelan tak teratur lainnya. Perlu dipahami terlebih dahulu cara untuk menentukan nilai ketakteraturan dan perlu dipahami pula apa itu pelabelan refleksif tak teratur sisi, sebelum menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi. Nilai ketakteraturan sendiri adalah nilai- k terkecil sehingga graf G memiliki pelabelan- k refleksif tak teratur sisi dari graf G dengan $\psi : E(G) \rightarrow \{1,2,3,\dots,m_e\}$

dan $\psi : V(G) \rightarrow \{0, 2, 4, \dots, 2m_v\}$, jika untuk semua yang sisi berbeda memiliki bobot yang berbeda.[2]

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan pengetahuan dan wawasan yang lebih luas. Dilihat dari begitu banyaknya jurnal yang membahas pelabelan refleksif tak teratur sisi, namun masih sedikit yang membahas materi tersebut menggunakan graf hasil operasi kali sisir (*comb product*), khususnya antara graf lintasan dan graf roda bergigi.

Oleh karena itu, berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk meneliti tentang “Nilai Ketakteraturan Refleksif Sisi pada Graf Hasil Kali Sisir antara Graf Lintasan P_n dan Graf Roda Bergigi Gr_m ”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disampaikan diatas, maka penelitian ini memiliki beberapa rumusan masalah yaitu sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf?
2. Bagaimana menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi dari graf lintasan dengan graf roda bergigi?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini, yaitu:

1. Pelabelan yang digunakan adalah *edge irregular reflexive labeling* atau pelabelan refleksif tak teratur sisi.
2. Menggunakan operasi kali sisir (*comb product*) antara graf lintasan P_n dengan graf roda bergigi Gr_m , dengan $n \geq 2$ dan $m \geq 3$.
3. Pelabelan dibagi menjadi 2 kasus, yaitu saat $m \equiv 0 \pmod{2}$ dan $m \equiv 1 \pmod{2}$. Pembagian kasus dilakukan berdasarkan pola bobot sisi pada graf.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang ada, tujuan dari penulisan penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui bagaimana menentukan pelabelan refleksif tak teratur sisi pada suatu graf.
2. Mengetahui bagaimana menentukan nilai ketakaturan refleksif sisi dari graf lintasan dengan graf roda bergigi.

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan yang lebih luas mengenai pelabelan refleksif tak teratur sisi dari suatu graf.
2. Menambah pengetahuan dan wawasan mengenai penentuan nilai ketakaturan refleksif sisi dari graf lintasan dengan graf roda bergigi.

1.5 Metode Penelitian

Pada tahap Studi Literatur, dilakukan pengumpulan teori-teori yang berhubungan dengan nilai ketakaturan refleksif sisi pada suatu graf yang diperoleh dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, media online, dan skripsi.

Pada tahap penelitian skripsi, dilakukan proses analisis dan percobaan untuk membuktikan teorema, kemudian disimulasikan ke dalam contoh kasus pada sebuah graf untuk menentukan nilai ketakaturan refleksif sisi menggunakan operasi kali sisir antara graf lintasan P_n dengan graf roda bergigi Gr_m .

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini terbagi menjadi beberapa bagian, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini, berisi tentang teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan yang dikaji dalam skripsi ini. Bab ini mencakup konsep dasar seperti, himpunan, fungsi, definisi graf, aritmetika modulo, dan pelabelan pada graf.

BAB III NILAI KETAKTERATURAN REFLEKSIF SISI PADA GRAF HASIL KALI SISIR ANTARA GRAF LINTASAN DAN GRAF RODA BERGIGI

Pada bab ini, berisi pembahasan utama yang di kaji, yaitu bagaimana cara menentukan nilai ketakteraturan refleksif sisi pada graf hasil kali sisir antara graf lintasan P_n dan graf roda bergigi Gr_m .

BAB IV PENUTUP

Pada bab penutup, yang merupakan bagian akhir dari skripsi ini. Berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dikaji pada bab sebelumnya. Pada bab ini juga terdapat saran dari penulis untuk pembahasan yang lebih baik dan berkembang.